

# 滚切的两类界限点

李 儒 荀

## 摘 要

本文讨论了滚切时的两类界限点——啮合界限点与根切界限点。推导了滚刀设计与加工时,为避免工件的顶切与根切,按装参数应满足的条件。最后讨论了滚刀耐用度对工件节圆半径的影响。

我们曾指出<sup>[1]</sup>:滚切时,工件与滚刀的造型相当于多自由度的空间螺旋齿轮的啮合。根据啮合原理<sup>[2]</sup>知:齿轮啮合时存在两类界限点:根切界限点(又称第一类界限点)与啮合界限点(又称第二类界限点)。具体地说,对于滚切的情况,在滚刀理论齿面上存在一条空间曲线,当滚刀的实际齿面越过了这一条空间曲线的时候,它将根切工件齿面。滚刀齿面上的这一条空间曲线就称为根切界限线,其上的点称为根切界限点。显然设计出的滚刀实际齿面不得越过这条根切界限线。另外,当滚刀齿面及滚切安装参数(如工件节圆半径,轴间距,轴交角及滚刀齿面螺旋参数等)一定的情况下,滚刀齿面只能加工出一定高度的工件齿面。工件齿面上超过这一高度的部份,滚刀是无法加工的。工件齿面上限制这一高度的一条空间曲线就称为啮合界限线,其上的点称为啮合界限点。显然,所设计的工件实际齿面不得超过啮合界限线,否则工件将被顶切。或者,已知一定高度的工件齿面,为了防止“顶切”,必须选择合适的安装参数和设计出正确的滚刀齿面。下面,我们就对这两类界限点进行详细的分析。目的是如何选择正确的安装参数,避免工件的根切与顶切。

## 一、啮 合 界 限 点

要想加工出预定的工件齿面,就是要求在滚切过程中,工件齿面上所有的点都能与滚刀齿面相切接触。也就是说要求滚切的造型方程式  $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$  对工件齿面上所有点都有解——有实根。(其中  $\vec{n}$  为工件齿面法线矢量,  $\vec{v}$  为滚切时,工件与滚刀的相对造型运动速度)。我们曾推出<sup>[1]</sup>,滚切的造型方程式可以分解为下列三个函数式:

$$\begin{cases} b_i = x_1(u) \sin \tau + x_2(u) \cos \tau \\ \cos \Psi = \frac{b_i}{r'} \\ \varphi' = \Psi + \frac{\pi}{2} - \tau \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} a_i = -x_1(u) \cos \tau + x_2(u) \sin \tau \\ \varphi'' = \frac{b_i}{p^2} (r' \sin \Psi - a_i) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} A = p p_0 i \sin \Sigma x_2'(u) \\ B = -p p_0 i \sin \Sigma x_1'(u) \\ C = -[x_1(u) x_1'(u) + x_2(u) x_2'(u)] (p - v_f - p_0 i \cos \Sigma) \\ \varphi = \varphi' + \varphi'' \\ \cos(\varphi + \theta) = \frac{BC \pm A \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A^2 + B^2} \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $x_1(u), x_2(u)$  为工件端面齿形座标;  $\tau$  为端面齿形切线与  $x_2$  轴的夹角 ( $\operatorname{tg} \tau = \frac{dx_1(u)}{dx_2(u)}$ );  $r'$  为工件计算节圆半径;  $p$  为工件齿面螺旋参数;  $v_f$  为滚切时的轴向进给速度;  $i$  为滚切传动比;  $\Sigma$  为滚切轴交角;  $p_0$  为滚刀齿面螺旋参数。关于这些参数的相互关系及计算方法见参考文献<sup>[1]</sup>。

分析以上三式可以看出: 要使造型方程有解, 必须同时满足下面两个条件:

$$\begin{aligned} r' &\geq b_i \\ A^2 + B^2 &\geq C^2 \end{aligned}$$

把关系式 (1) (3) 代入得:

$$r' \geq x_1(u) \sin \tau + x_2(u) \cos \tau = b_i \quad (5)$$

$$\left( \frac{1 - v_f/p}{p_0 i \sin \Sigma} - \frac{1}{p \operatorname{tg} \Sigma} \right)^2 \leq \frac{1}{b_i^2} \quad (6)$$

为了使工件齿形都处于啮合界限线的范围内, 滚切的安装参数  $r', p_0, i, v_f, \Sigma$  等必须满足 (5) 和 (6)。实际上条件 (6) 也包含有条件 (5) (证明略), 因此 (6) 具有普遍意义, 无论加工直齿或是螺旋齿工件都实用。上两式取等号就是决定啮合界限线(点)的条件。

## 二、根切界限点

根据齿轮啮合原理知: 在根切界限点处, 工件齿面与滚刀齿面的接触点在滚刀齿面上的移动速度  $\vec{C}$  与滚切的相对造型运动速度  $\vec{V}$  大小相等, 方向相反。即有:

$$\vec{C} + \vec{V} = 0 \quad (7)$$

在以座标形式求解方程 (7) 时, 应以同一座标系中  $\vec{V}, \vec{C}$  的投影进行计算。运动着的滚刀齿面方程为<sup>[1]</sup>:

$$\begin{aligned} y_1^0 &= y_1^0(u, \theta, \varphi) \\ y_2^0 &= y_2^0(u, \theta, \varphi) \\ y_3^0 &= y_3^0(u, \theta, \varphi) \end{aligned} \quad (8)$$

$(u, \theta)$ ——齿面的座标参数。

$\varphi$ ——齿面的运动参数(它可为工件的转角或滚刀的转角)。

因此在 $y^0$ 坐标系中, 根切界限点的条件为:

$$\frac{Vy_1^0}{dy_1^0} = \frac{Vy_2^0}{dy_2^0} = \frac{Vy_3^0}{dy_3^0} = -1 \quad (9)$$

$Vy_1^0, Vy_2^0, Vy_3^0$ ——相对造型运动速度 $\vec{V}$ 在 $y^0$ 坐标系中的投影。

$\frac{dy_1^0}{d\varphi}, \frac{dy_2^0}{d\varphi}, \frac{dy_3^0}{d\varphi}$ ——接触点在滚刀齿面上的移动速度。

(9)式可以分解为三个独立的方程, 一般情况这三个方程中包含有四个未知数:  $u, \theta, \frac{du}{d\theta}, \frac{d\theta}{d\varphi}$ 。因而不能求解, 要求补充一个方程才行。根切界限点也是工件齿面与滚刀齿面的

的接触点, 它也应满足造形方程式 $\vec{n} \cdot \vec{V} = 0$ , 对该式进行微分就可得到所缺的第四个方程:

$$\vec{n} \frac{d\vec{V}}{d\varphi} + \vec{V} \frac{d\vec{n}}{d\varphi} = 0 \quad (10)$$

联立求解(9)(10)就可得到根切界限点的座标参数。

直接按前述的方法求解根切界限点, 计算过程非常复杂, 也难以看出安装参数对根切界限点位置的影响。为了实用, 可引用奥利弗定理来进行简化计算。

在滚切过程中, 滚刀刀齿的运动方向是与工件的齿向一致的。因此可以假想有一齿条刀在工件的齿向方向运动, 从而加工出工件来; 而这同一齿条刀又在同一方向运动加工出滚刀齿面。也就是说, 这假想的齿条刀与工件相啮合; 同时它又与滚刀相啮合。下面就分别讨论这两种啮合情况。

### 一、齿条刀与工件的啮合

如图 1 所示: 设用一齿条刀来加工工件, 加工时, 齿条刀以速度 $\vec{V}_p$ 在工件有效节圆柱螺旋线的切线方向作直移运动; 而工件绕其轴线作螺旋运动, 移动速度为 $v_f$ , 回转角速度为 $\omega$ 。若令 $\omega = 1$ , 则 $v_f = p$ (工件齿面螺旋参数)。取坐标系 $A(a_1, a_2, a_3)$ 与齿条刀相固连,  $a_2, a_3$ 座标面与工件有效节圆柱相切,  $X(x_1, x_2, x_3)$ 与工件相固连,  $Z(z_1, z_2, z_3)$ 为空间某一固定坐标系。各座标的关系如下:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \cos \varphi + x_2 \sin \varphi \\ z_2 &= -x_1 \sin \varphi + x_2 \cos \varphi \\ z_3 &= x_3 - p\varphi \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= z_1 - r' \\ a_2 &= z_2 \sin \gamma - z_3 \cos \gamma \\ a_3 &= z_2 \cos \gamma + z_3 \sin \gamma \end{aligned} \quad (12)$$

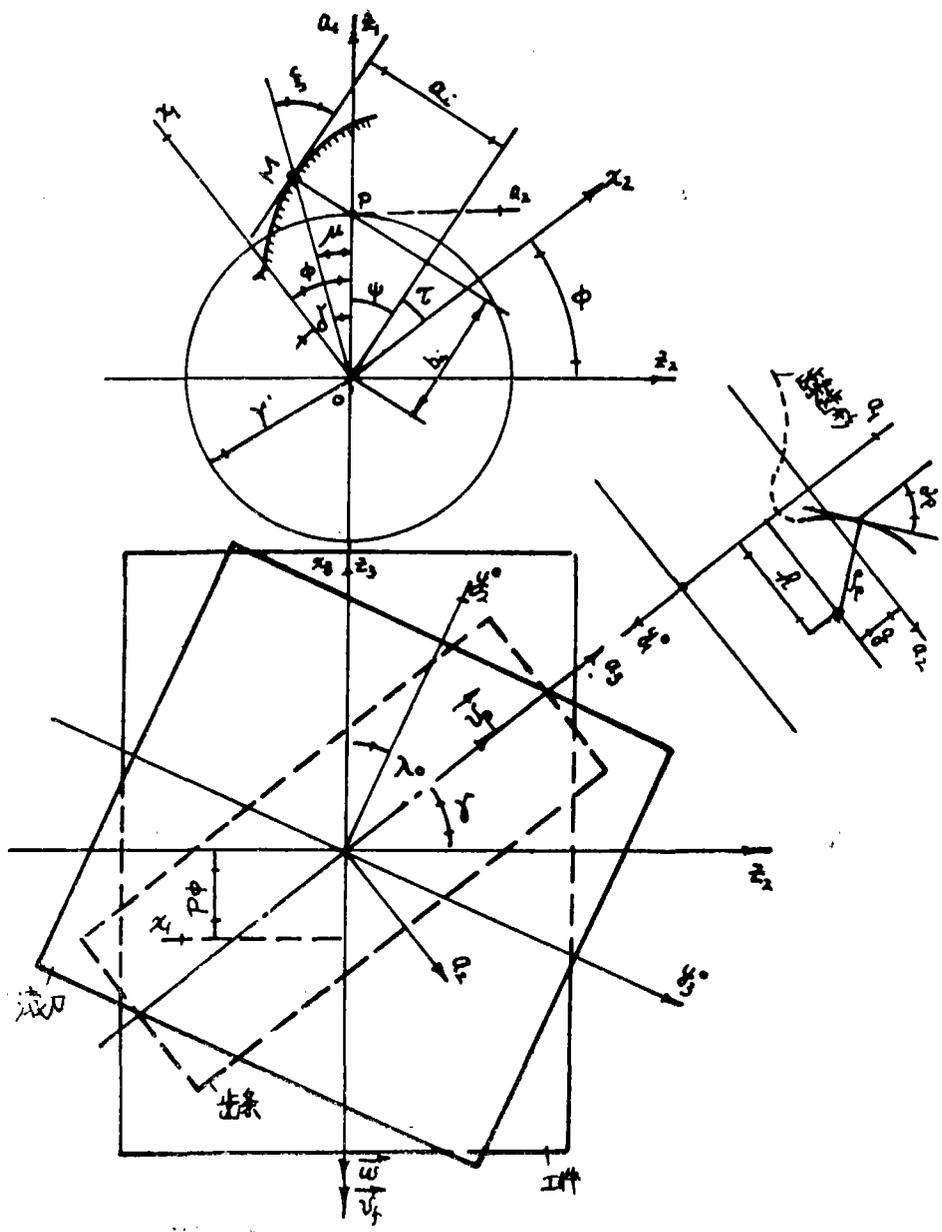


图 1

$$\begin{cases} a_1 = x_1 \cos\varphi + x_2 \sin\varphi - r' \\ a_2 = -x_1 \sin\varphi \sin\gamma + x_2 \cos\varphi \sin\gamma - x_3 \cos\gamma + p\varphi \cos\gamma \\ a_3 = -x_1 \sin\varphi \cos\gamma + x_2 \cos\varphi \cos\gamma + x_3 \sin\gamma - p\varphi \sin\gamma \end{cases} \quad (13)$$

其中： $\varphi$  为工件转角，工件逆时针回转  $\varphi$  角取正，顺时针回转  $\varphi$  角取负； $\gamma$  为工件节圆螺旋升角可按下式计算：

$$\gamma = \operatorname{tg}^{-1} \frac{p}{r} \quad (14)$$

由齿轮啮合原理知，空间交错轴两齿轮传动的相对运动为螺旋运动。因此可以认为齿条

刀与螺旋齿轮的相对造型运动为工件螺旋运动，而齿条刀的移动 $\vec{V}_p$ 是切削运动，它只起切削金属余量并形成齿条齿面——柱面的作用，对形成工件齿面形状，即对工件的造型没有影响。

在坐标系 $\vec{A}$ ，各速度的投影如下：

$$\begin{cases} \vec{\omega} = (0, \cos\gamma, -\sin\gamma) \\ \vec{v}_f = (0, p \cos\gamma, -p \sin\gamma) \end{cases} \quad (15)$$

齿条刀与工件的相对造型运动速度为：

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}_2 + \vec{v}_f \quad (16)$$

$\vec{r}_2$ ——工件轴线上某一参考点(位置可自定)，例如A点到滚刀与工件齿面接触点M的矢径。

(图2)由图2可得：

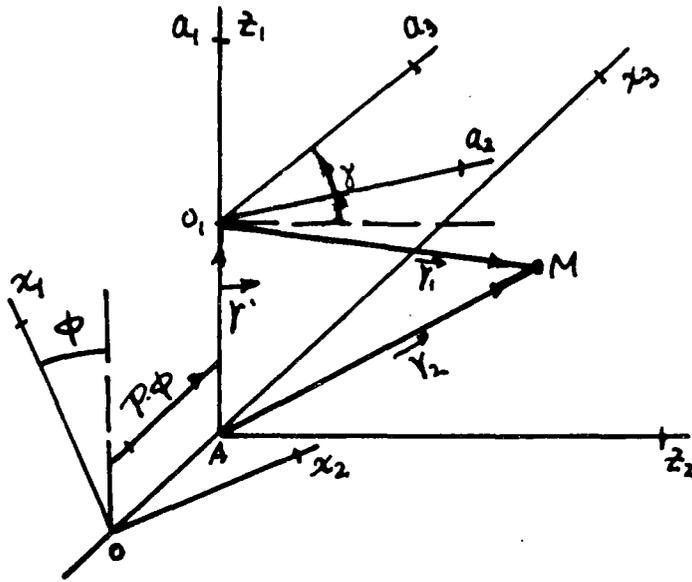


图 2

$$\vec{r}_2 = \vec{AM} = \vec{r}' + \vec{r}_1$$

其中  $\vec{r}_1 = (a_1, a_2, a_3)$ ——接触点在坐标系 $\vec{A}$ 中的矢径。

把关系式(15)代入(16)得齿条加工工时的相对造型运动速度：

$$\vec{V} = \left( a_2 \sin\gamma + a_3 \cos\gamma, -a_1 \sin\gamma, -a_1 \cos\gamma - \frac{r'}{\cos\gamma} \right) \quad (17)$$

齿条齿面为柱面，它是由它的端面(垂直于 $\vec{V}_p$ 方向的截面)齿形作直移运动所形成的。在坐标系 $\vec{A}$ 中它的方程为：(图1)

$$\begin{cases} a_1 = -g + \rho_p \sin\alpha_p \\ a_2 = h - \rho_p \cos\alpha_p \\ a_3 = S \end{cases} \quad (18)$$

$\rho_p$  是齿条刀端面齿形上任一点的曲率半径,  $\alpha_p$  是齿条刀端面齿形上该点的齿形角。(齿形切线与  $a_1$  轴的夹角):

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{da_2}{da_1} \quad (19)$$

$(\alpha_p, S)$  是齿条刀齿面的座标参数。

齿条刀齿面的单位法线矢量在  $\vec{A}$  座标系中的投影为:

$$\begin{cases} n_{a1} = \sin \alpha_p \\ n_{a2} = -\cos \alpha_p \\ n_{a3} = 0 \end{cases} \quad (20)$$

(17)(20)代入造型方程  $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$ , 得齿条刀加工工件的造型方程式在座标系  $\vec{A}$  中的表达式:

$$a_2 \sin \gamma + a_3 \cos \gamma = \frac{-a_1 \sin \gamma}{\operatorname{tg} \alpha_p} \quad (21)$$

考虑到(12)式, 造型方程(21)又可写成:

$$\frac{z_2}{z_1} \operatorname{tg} \alpha_p + \left(1 - \frac{r'}{z_1}\right) \sin \gamma = 0 \quad (22)$$

令  $\frac{z_2}{z_1} = \operatorname{tg} \mu$ , 并考虑到(12)式则得:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{-a_1 \sin \gamma}{(a_1 + r') \operatorname{tg} \alpha_p} \quad (23)$$

工件的齿面方程为<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} x_1 = x_1(u) \cos \theta - x_2(u) \sin \theta \\ x_2 = x_1(u) \sin \theta + x_2(u) \cos \theta \\ x_3 = p\theta \end{cases} \quad (24)$$

由(21)(23)(12)(11)(13)及(24)式可得:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \mu &= \operatorname{tg}(\theta - \varphi + \delta) \\ \therefore \mu &= \theta - \varphi + \delta \end{aligned} \quad (25)$$

显然  $\mu$  是由  $z_1$  轴逆时针回转而来时为负; 反之为正。

其中 
$$\operatorname{tg} \delta = \frac{x_2(u)}{x_1(u)} \quad (26)$$

由此可知:  $\delta$  角是工件端面齿形任一点在  $\vec{X}$  座标系内的极角;  $\delta$  角是  $x_1$  轴顺时针回转而来时为正, 反之为负,  $\mu$  角实质上是座标系  $z$  内, 齿条刀齿面与工件齿面的接触点的矢径与  $z_1$  轴的夹角(极角)(图 1)。它可作为齿条刀造型时的运动参数, 因此, 造型时接触点在齿条齿面上的移动速度为:

$$\begin{cases} \frac{da_1}{d\mu} = \rho_p \cos \alpha_p \frac{d\alpha_p}{d\mu} \\ \frac{da_2}{d\mu} = \rho_p \sin \alpha_p \frac{d\alpha_p}{d\mu} \\ \frac{da_3}{d\mu} = \frac{da_3}{ds} \end{cases} \quad (27)$$

把(17)(27)两式代入公式(7)(在A坐标系内求解)就得到决定根切界限点的条件为:

$$\frac{-a_1 \sin \gamma}{\rho_p \sin \alpha_p \frac{d\alpha_p}{d\mu}} = -1 \quad (28)$$

考虑到:  $\frac{d\alpha_p}{d\mu} = \frac{d\alpha_p}{da_1} \cdot \frac{da_1}{d\mu}$

由(18)式得:  $\frac{da_1}{d\alpha_p} = \rho_p \cos \alpha_p$

由(23)式对 $\mu$ 微分得:

$$\frac{d\mu}{da_1} = \frac{-\sin \gamma \operatorname{tg} \alpha_p (r' + a_1) + a_1 \sin \gamma \left( \operatorname{tg} \alpha_p + \frac{r' + a_1}{\rho_p \cos^3 \alpha_p} \right)}{\left( 1 + \frac{a_1^2 \sin^2 \gamma}{\operatorname{tg}^2 \alpha_p (r' + a_1)^2} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha_p (r' + a_1)^2}$$

同时由于:  $p = r' \operatorname{tg} \gamma$

故决定根切界限点条件为:

$$\left[ r' \left( 1 + \frac{r'^2}{p^2} \right) + \frac{a_1 r'^2}{p^2} \right] \sin^3 \alpha_p + a_1 \sin \alpha_p - \frac{a_1^2}{\rho_p} = 0 \quad (29)$$

或者变换成:

$$\frac{a_1^2}{\rho_p \sin^3 \alpha_p} - a_1 \left( \frac{r'^2}{p^2} + \frac{1}{\sin^2 \alpha_p} \right) - r' \left( 1 + \frac{r'^2}{p^2} \right) = 0 \quad (30)$$

公式(30)可以看成是有关参数 $a_1$ 的二次方程,一般情况下它有两个根。前面已经指出,为了不根切工件,齿条刀的齿高不得超过根切界限线。也就是说,齿条刀的齿高 $a_1$ 不得大于方程(30)的两个根,而必须位于这两个根之间。根据一元二次方程的性质,当 $a_1$ 位于它的两个根之间时,应要求:

$$\frac{a_1^2}{\rho_p \sin^3 \alpha_p} - a_1 \left( \frac{r'^2}{p^2} + \frac{1}{\sin^2 \alpha_p} \right) - r' \left( 1 + \frac{r'^2}{p^2} \right) \leq 0 \quad (31)$$

或者  $\frac{r'^2 (r' + a_1)}{p^2} + r' \geq \frac{a_1}{\sin^2 \alpha_p} \left( \frac{a_1}{\rho_p \sin \alpha_p} - 1 \right)$

这就是用齿条刀加工工件时不产生根切的条件。

公式(31)与资料<sup>[3]</sup>中推出的公式形式上是一致的。但必须指出它们之间是有区别的,从后面的分析可以看出:后者只讨论了静态的情况(即 $\varphi = 0$ 时),而我们则讨论了动态( $\varphi \neq 0$ )的情况。因而后者是前者的特例。这就是资料<sup>[3]</sup>中出现较大错误的原因。另外,我们是从一个与资料<sup>[3]</sup>完全不同的角度推导出来的。

加工直齿工件时,  $p = \infty$ , 则不根切的条件变成:

$$r' \geq \frac{a_1}{\sin^2 \alpha_p} \left( \frac{a_1}{\rho_p \sin \alpha_p} - 1 \right) \quad (32)$$

如果用直线齿形( $\rho_p = \infty$ )的齿条刀加工直齿工件,例如加工直齿渐开线齿轮的齿条刀,则不根切的条件为:

$$r' \geq \frac{-a_1}{\sin^2 \alpha_p} \quad (33)$$

$a_1$  前的负号, 表示根切界限点在  $a_1$  轴的负向(下方)(图 3), 而  $a_1 = h_a^* m$ ,  $r' = \frac{1}{2} m z_2$ ,  $h_a^*$  为齿高系数,  $m$  为模数,  $z_2$  为工件齿数, 则有:

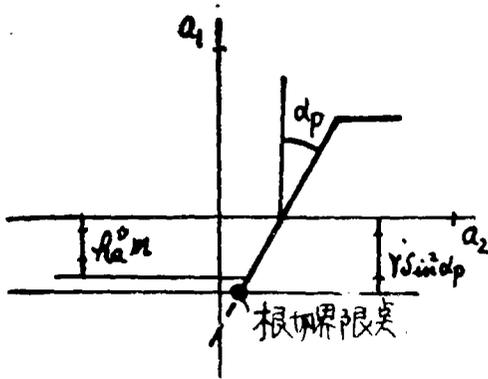


图 3

$$z_2 \geq \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha_p} \quad (34)$$

这就是机械原理中不产生根切的最少齿数公式。

## 二、齿条刀与滚刀的啮合

我们假设仍用前述的齿条刀来“加工”滚刀(即与滚刀相啮合)。齿条刀齿面是同一个曲面, 只不过此时用了曲面的另一侧, 即加工滚刀与加工工件时, 齿条刀的齿槽与齿厚互相对调了。加工时, 齿条刀仍在  $a_3$  轴方向(此时可理解为滚刀节圆柱螺纹的切线方向)作直移运动,

而滚刀与工件相类似, 绕其轴线作参数为  $p_0$  的螺旋运动 ( $p_0 = \frac{v_0}{\omega_0}$ ,  $v_0$  为滚刀移动速度,  $\omega_0$

为滚刀转动角速度)。齿条刀的移动方向与滚刀的端截面(垂直于轴线的截面)的夹角为  $\lambda_0$ 。一滚刀节圆螺纹升角, 可按下列式计算:

$$\lambda_0 = \text{tg}^{-1} p_0 / r_0' \quad (35)$$

$p_0$ ——滚刀齿面螺旋参数,  $r_0'$ ——滚刀节圆半径。  $r_0' = a - r'$ ,  $a$  是滚切轴间离。

取坐标系  $\vec{y}^0$  与滚刀相固连, 图 1 上为  $\vec{y}^0$  的初始位置,  $y_1^0$  轴指向下方 ( $a_1$  轴的反方向)。因此, 齿条刀与滚刀的相对造型情况同齿条刀与工件的相对造型情况相类似, 区别只在于此时齿条刀位于滚刀的下方,  $y_1^0$  轴与  $a_1$  轴反向。所以在前述推导的公式中, 把工件的参数换成滚刀的参数, 而  $a_1$ ,  $a_2$  及  $p_0$  坐标变号就行了。由此根据公式(31)可得齿条刀“不根切”滚刀的条件为:

$$\frac{-a_1^2}{p_0 \sin^3 \alpha_p} + a_1 \left( \frac{r_0'^2}{p_0^2} + \frac{1}{\sin^2 \alpha_p} \right) - r_0' \left( 1 + \frac{r_0'^2}{p_0^2} \right) \leq 0 \quad (36)$$

或者变成要求

$$\frac{r_0'^2 (r_0' - a_1)}{p_0^2} + r_0' \geq - \frac{a_1}{\sin^2 \alpha_p} \left( \frac{a_1}{p_0 \sin \alpha_p} - 1 \right) \quad (37)$$

显然, 用滚刀加工工件时, 要避免根切工件, 必须同时满足(31)和(37), 具体作法是用(31)式校验工件的节圆半径  $r'$ , 用(37)式校验滚刀齿面的螺旋参数  $p_0$  或节圆半径  $r_0$ 。

在计算滚刀的齿形坐标时, 有时会发现计算出的滚刀轴向齿形坐标大于所取的滚刀外径。这就表明, 在所取的安装参数及滚刀外径下, 不能加工出工件的相应部份齿形, 出现工件的根切现象。这时必须改变滚切安装参数, 重新计算。一般情况下, 只要在计算节圆半径允许范围内, 增大计算节圆半径就行了。

## 二、齿条刀参数的计算:

要应用公式(31)与(37), 必须首先计算齿条刀的参数  $a_1$ ,  $\alpha_p$ ,  $\rho_p$ 。这些参数可根据工件的参数求得。

(1) 齿条刀的齿形角  $\alpha_p$ :

在齿条刀与工件相切接触时, 在它们的接触点处有公切面, 在通过公法线的任意公法截面内, 齿条刀与工件的截形有公切线, 有相同的齿形角。因此,  $\alpha_p$  角也就是工件初始位置 ( $\varphi = 0^\circ$ ) 时的法向齿形角。即该截面内齿形切线与  $z_1$  轴的夹角。在坐标系  $Z$  内工件的端面齿形角  $\Psi$  可按式计算: (见图 1):

$$\operatorname{tg} \Psi = \operatorname{tg} \alpha_p / \sin \gamma$$

或者: 
$$\operatorname{tg} \alpha_p = \operatorname{tg} \Psi \cdot \sin \gamma \quad (38)$$

由图 1 可知  $\Psi = \mu + \xi$ ,  $\xi$  角是矢径与齿形切线的夹角(压力角), 它与座标轴的择择无关, 在工件运动过程中也是保持不变的。它可按式计算:

$$\xi = \frac{r}{\frac{dr}{d\delta}} = 90^\circ - (\tau + \delta) \quad (39)$$

其中  $\delta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{x_2(u)}{x_1(u)}$  为极角;  $\tau = \operatorname{tg}^{-1} \frac{dx_1(u)}{dx_2(u)}$  为工件端面齿形切线与  $x_2$  轴的夹角。

$\Psi$  角可通过造型方程式(22)求得, (22)经过变换得:

$$z_2 = \frac{r' - z_1}{\operatorname{tg} \Psi} \quad (40)$$

把(11)(24)式代入得:

$$\cos \Psi = \frac{x_1(u) \cos(\Psi - \theta + \varphi) + x_2(u) \sin(\Psi - \theta + \varphi)}{r'} \quad (41)$$

把(25)(93)代入得:

$$\cos \Psi = \frac{x_1(u) \sin \tau + x_2(u) \cos \tau}{r'} = \frac{b_i}{r'} \quad (42)$$

其中  $b_i$  是工件轴心到齿形法线的距离。

由(42)式可以看出:  $\Psi$  角决定于工件节圆半径的大小与法线的位置(图 1), 与座标轴的择择无关。苏联学者 С. И. Лашнев 认为  $\Psi$  角是工件端面内齿形切线与  $x_1$  轴的夹角<sup>[31]</sup>, 这显然是错误的。以上面的计算可以看出:  $\Psi = \mu + \xi = 90^\circ - \tau - \varphi + \theta$  (43)

(2) 齿条刀齿高座标  $a_1$ :

由(11)(12)(24)及(43)式可得:

$$\begin{aligned} a_1 &= x_1 \cos \varphi + x_2 \sin \varphi - r' \\ &= x_1(n) \cos(\theta - \varphi) - x_2(u) \sin(\theta - \varphi) - r' \\ &= x_1(u) \sin(\Psi + \tau) + x_2(u) \cos(\Psi + \tau) - r' \end{aligned} \quad (44)$$

(3) 齿条刀的曲率半径  $\rho_p$ :

$$\rho_p = \left[ 1 + \left( \frac{da_1}{da_2} \right)^2 \right]^{3/2} / \frac{d^2 a_2}{da_1^2}$$

因为:  $\frac{da_2}{da_1} = \operatorname{tg} \alpha_p$  所以  $\frac{d^2 a_2}{da_1^2} = \frac{1}{\cos^2 \alpha_p} \frac{d\alpha_p}{da_1}$

故 
$$\rho_p = \frac{1}{\cos \alpha_p} \frac{da_1}{d\alpha_p} \quad (45)$$

考虑到(38)(42)(4)可求得  $\rho_p$  [3]:

$$\rho_p = \frac{\cos^2 \Psi}{\cos^3 \alpha_p \sin \gamma} \left( a_i \cos \Psi - 2b_i \sin \Psi - \frac{r' b_i \sin^2 \Psi}{\rho_i - a_i} \right) \quad (46)$$

$\rho_i$ ——工件计算点曲率半径 [1]。

### 三、滚刀耐用度的要求对工件节圆半径的影响

设计滚刀时,还必须满足滚刀耐用度的要求,也就是说,一般要求滚刀的侧后角  $\alpha_{oi}$  大于一定值数(一般要求大于  $2 \sim 3^\circ$ )。如图4所示为滚刀的法向齿形,与成形铣刀相类似,滚刀

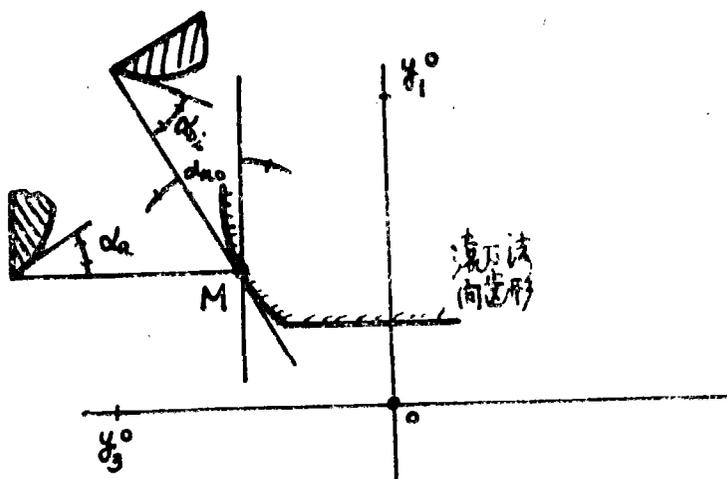


图 4

每一点的侧后角可按下式计算:

$$\operatorname{tg} \alpha_{oi} = \operatorname{tg} \alpha_a \cdot \sin \alpha_{on} \quad (47)$$

$\alpha_a$  为滚刀的齿顶后角,  $\alpha_{on}$  为滚刀法向齿形角,  $\alpha_{on}$  可近似认为等于齿条刀的齿形角  $\alpha_p$ 。所以有:

$$\operatorname{tg} \alpha_{oi} = \operatorname{tg} \alpha_a \cdot \sin \alpha_p \quad (48)$$

考虑到公式(38)与(42), (48)式可变成:

$$r' = b_i \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_{oi}}{\sin^2 \gamma \left( 1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_{oi}}{\operatorname{tg}^2 \alpha_a} \right)}} \quad (49)$$

对于直齿工件,  $\gamma = \frac{\pi}{2}$ , 所以有:

$$r' = b_i \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \alpha_{oi}}{\tan^2 \alpha_a}} \quad (50)$$

为了保证侧后角大于或等于所取的值数  $\alpha_{oi}$ , 工件的计算节圆半径  $r'$  必须大于或等于按(49)式计算出的  $r'$  值。

最后必须指出, 滚切安装参数  $\Sigma$ ,  $a$ ,  $r'$ ,  $p_0$  等对滚刀齿形与工件加工质量, 滚刀耐用度都有很大的影响。这些参数的误差(在实际滚齿时, 不能保证完全符合理论值), 必然引起滚刀齿形及工件齿形的畸变。因此, 如何以安装参数的误差来分析和计算滚刀齿形及工件齿形的误差, 就有很大的理论和实践意义。关于这个问题, 我们将在另一文中详细讨论。

## 主 要 参 考 文 献

- [ 1 ] 滚刀齿形计算的新方法——兼论奥利弗定理的局限性。  
“无锡轻工业学院学报” 1982年创刊号 李儒荀
- [ 2 ] 齿轮啮合原理  
哈尔滨工业大学机械零件教研室 吴鸿业主编 1979年7月
- [ 3 ] 加工齿形工件的齿条刀和滚刀  
[苏] C.U. 拉什涅夫著 陈先译 1980年8月

## Two critical points at gear-hoffing

*Li Ru-xun*

### Abstract

Two critical points of gear-hoffing are discussed. In this paper—the critical point of undercutting and the critical point of contact, the various conditions of setting factors that prevent undercutting and cutting top have been derived. The influence of hob libe. and the pitch radius of hob are also described.