

摆动从动杆盘状凸轮机构 按压力角的优化设计

吕 庸 厚 周 榴 明

(机械工程系)

前 言

有关摆动从动杆凸轮机构方面的研究已见不少^{[3], [4], [5]}, 根据许用压力角进行摆动从动杆盘状凸轮机构的运动设计一直为人们所接受。然而, 用它来确定基圆半径的方法却还不能令人满意。如图解法^[1], 虽然方法简单、直观, 但作图繁复且精度低。又如借助于计算机辅助设计^[2], 形成三参数模型, 它只能在假定初始压力角为某一值的情况下, 经过多次逼近才能求解, 因而它仍然没有得到无任何辅助条件的最优值, 且方法不够简明。本文则是根据许用压力角 $[\alpha]$, 在仅给出摆杆运动规律及其摆动角度 β_m 和相应凸轮转角 Q_m 的情况下, 利用优化方法来综合凸轮机构, 直接确定凸轮的最小基圆半径、摆杆长度和摆杆初始位置角。

一、考虑工作行程时的优化设计方法

1. 基本原理

1) 结构分类 摆动从动杆凸轮机构的布置方式多种多样, 但根据凸轮与摆杆的转动向来分仅有二种:

- ① 凸轮转向与摆杆转向相同, 如图1—a。
- ② 凸轮转向与摆杆转向相反, 如图1—b。

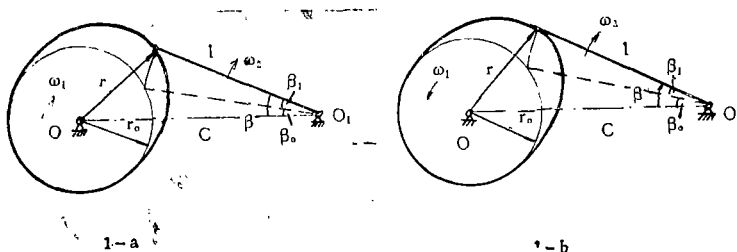


图 1

从图1中可以看出, 凸轮理论轮廓的基圆半径 γ_0 与摆杆初始位置角 β_0 、摆杆长度 l 、凸轮轴和摆杆回转轴的中心距 C 有关, 即 $\gamma_0^2 = l^2 + C^2 - 2lC\cos\beta_0$ 。目的是在给定许用压力角条件下, 使 γ_0 尽可能小, 这样整个机构的尺寸也将最小。而压力角又与所选的运动规律及机构尺寸的相对长度有关, 所以本文采用无因次的方法来求凸轮最小基圆半径,

本文1985年8月19日收到。

令

$$\frac{\gamma_0}{C} = R_0, \quad \frac{l}{C} = L。$$

2) 压力角的推导 对于凸轮转向与摆杆转向相同情况:

在图 2 中过 B 点作凸轮轮廓的法线 nm , 它交 OO_1 于 P 点(速度瞬心), 再过 O 点作 $OD \parallel BP$, 在 $\triangle OO_1D$ 中,

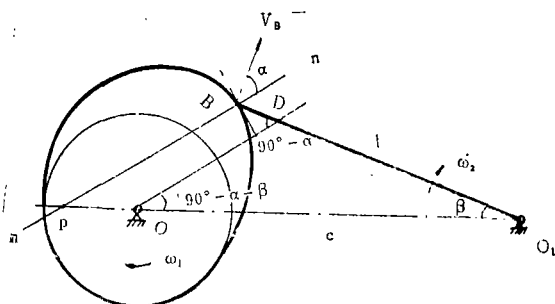


图 2

$$\frac{\sin(90^\circ - \alpha - \beta)}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{O_1D}{C} = \frac{l - BD}{C}$$

式中 $\beta = \beta_0 + \beta_1$ (如图 1 所示)

$$\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} = \frac{l - BD}{C}$$

由机械原理^[1]知: $BD = l \frac{d\beta}{d\theta}$

式中 θ 为凸轮转角

$$\therefore \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} = \frac{l \left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right)}{C} = L \left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right)$$

$$L \cos \alpha \left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right) - \cos(\alpha + \beta) = 0 \quad (1a)$$

$$\text{展开整理后得:} \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta - L \frac{1 - \frac{d\beta}{d\theta}}{\sin \beta} \quad (1)$$

对于凸轮转向与摆杆转向相反情况(如图 3 所示)。

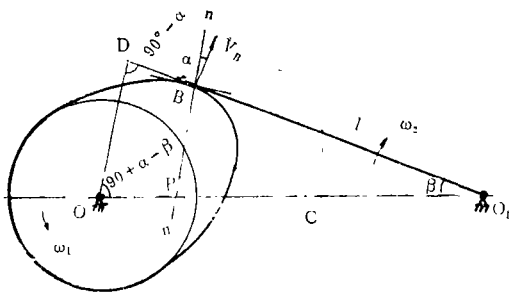


图 3

与图 2 类似, 在 $\triangle OO_1D$ 中

$$\frac{\sin(90^\circ + \alpha - \beta)}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{l + BD}{C}$$

同样化简得:

$$L \cos \alpha \left(1 + \frac{d\beta}{d\theta} \right) - \cos(\alpha - \beta) = 0 \quad (2a)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta + L \frac{\left(1 + \frac{d\beta}{d\theta} \right)}{\sin \beta} \quad (2)$$

比较(1)、(2)式,可以看出,转向相反的公式是转向同公式中 β 换成 $-\beta$ 的结果。

3) L, β_0 的推导 对于凸轮转向与摆杆转向相同情况:

(1)式是摆杆在任意 β 处 α 的一般表达式,为使其压力角的极大值等于 $[\alpha]$,则将(1a)对 θ 求导得:

$$L \cos \alpha \left(-\frac{d^2 \alpha}{d\theta^2} \right) - L \sin \alpha \frac{d\alpha}{d\theta} \left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right) + \sin(\alpha + \beta) \left(\frac{d\alpha}{d\theta} + \frac{d\beta}{d\theta} \right) = 0$$

$$\text{令} \quad \frac{d\alpha}{d\theta} = 0$$

$$\sin(\alpha + \beta) \frac{d\beta}{d\theta} - L \cos \alpha \frac{d^2 \beta}{d\theta^2} = 0$$

同时满足上式和(1a)式的 α 为压力角的极大值,令其等于 $[\alpha]$,则得:

$$\sin([\alpha] + \beta) \frac{d\beta}{d\theta} - L \cos[\alpha] \frac{d^2 \beta}{d\theta^2} = 0 \quad (3)$$

相应的(1a)式成为:

$$L \cos[\alpha] \left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right) - \cos([\alpha] + \beta) = 0 \quad (4)$$

由于 $\beta = \beta_0 + \beta_1$,且 β_0 为常量,在给定从动杆运动规律时, $\frac{d\beta}{d\theta}$ 和 $\frac{d^2 \beta}{d\theta^2}$ 即 $\frac{d\beta_1}{d\theta}$ 和 $\frac{d^2 \beta_1}{d\theta^2}$ 都是从动杆摆角 β_1 的函数,这样在(3)、(4)两式中只有 β_0 、 L 和 β_1 三个参数,由此可知,在给定一个 β_1 值时,便可求得在此位置 $\alpha = \alpha_{\max} = [\alpha]$ 的 L 和 β_0 值。具体求法是:

联立解(3)、(4)两式,从(3)、(4)两式中消去 $(\alpha + \beta)$ 项得:

$$L^2 \cos^2[\alpha] \left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right)^2 + L^2 \cos^2[\alpha] \left(\frac{\frac{d^2 \beta}{d\theta^2}}{\frac{d\beta}{d\theta}} \right)^2 = 1$$

或

$$L^2 = \frac{1}{\cos^2[\alpha] \left[\left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{\frac{d^2 \beta}{d\theta^2}}{\frac{d\beta}{d\theta}} \right)^2 \right]} \quad (5)$$

从(3)、(4)两式中消去 L 得:

$$\operatorname{tg}([\alpha] + \beta) = \frac{\frac{d^2 \beta}{d\theta^2}}{\left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right) \frac{d\beta}{d\theta}}$$

$$\operatorname{tg}([\alpha] + \beta_0 + \beta_1) = \frac{\frac{d^2 \beta}{d\theta^2}}{\left(1 - \frac{d\beta}{d\theta} \right) \frac{d\beta}{d\theta}} \quad (6)$$

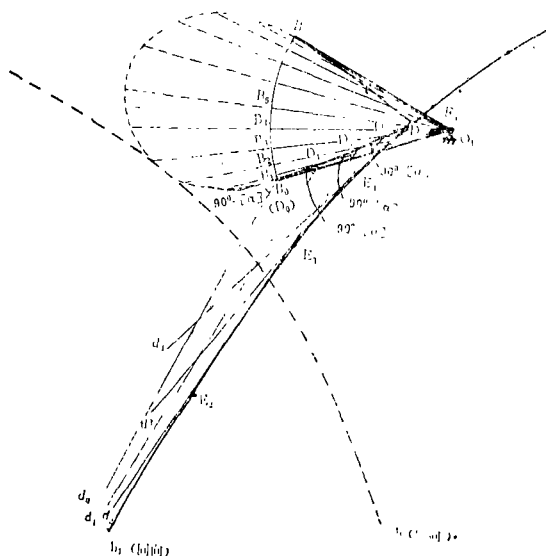


图 4

对于凸轮转向与摆杆转向相反情况:

同上可推得:

$$L^2 = \frac{1}{\cos^2[\alpha] \left[\left(1 + \frac{d\beta}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2} / \frac{d\beta}{d\theta} \right)^2 \right]} \quad (7)$$

$$\operatorname{tg}([\alpha] - \beta) = \frac{\frac{d^2\beta}{d\theta^2}}{\left(1 + \frac{d\beta}{d\theta} \right) \frac{d\beta}{d\theta}}$$

或

$$\operatorname{tg}([\alpha] - \beta_0 - \beta_1) = \frac{\frac{d^2\beta}{d\theta^2}}{\left(1 + \frac{d\beta}{d\theta} \right) \frac{d\beta}{d\theta}} \quad (8)$$

(7)、(8)式与转向相同的(5)、(6)两式相比系将其中 β 换成 $-\beta$ 的结果。

例 1: 设一摆动从动杆盘状凸轮机构, 当凸轮转动 $\theta_m = 90^\circ$ 时, 其摆杆按加速度为余弦运动规律且与凸轮转向相同的方向摆过角度 $\beta_m = 45^\circ$, 如欲使许用压力角等于 45° , 则其 L 、 β_0 可如下求得:

$$\beta_1 = \frac{\beta_m}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\theta}{\theta_m} \pi\right) \right]$$

令

$$\frac{\theta}{\theta_m} = x$$

$$\beta_1 = \frac{\beta_m}{2} (1 - \cos \pi x)$$

$$\frac{d\beta}{d\theta} = \frac{d\beta_1}{d\theta} = \frac{\pi \beta_m}{2\theta_m} \sin \pi x$$

$$\frac{d^2\beta}{d\theta^2} = \frac{d^2\beta_1}{d\theta^2} = -\frac{\pi^2\beta_m}{2\theta_m^2} \cos \pi x$$

代入式(5):

$$L^2 = \frac{1}{\cos^2[\alpha] \left[\left(1 - \frac{\pi\beta_m}{2\theta_m} \sin \pi x \right)^2 + \left(\frac{\pi}{\theta_m} \operatorname{ctg} \pi x \right)^2 \right]}$$

$$= \frac{2}{\left[\left(1 - \frac{\pi}{4} \sin \pi x \right)^2 + (2 \operatorname{ctg} \pi x)^2 \right]}$$

代入式(6):

$$\operatorname{tg} \left[[\alpha] + \beta_0 + \frac{\beta_m}{2} (1 - \cos \pi x) \right] = \frac{2\pi \operatorname{ctg} \pi x}{2\theta_m - \pi\beta_m \sin \pi x}$$

$$\beta_0 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2 \operatorname{ctg} \pi x}{1 - \frac{\pi}{2} \sin \pi x} - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} (1 - \cos \pi x)$$

现将 $x=0, 0.1, \dots, 1$ 等值按上述公式计算而得的 L 和 β_0 列于表 1。

表 1

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4
$\beta_1(\text{度})$	0	1.1012249	4.2971032	9.2748059	15.5470785
$\frac{d\beta_1}{d\theta}$	0	0.2427	0.4616	0.6354	0.746957
L	0	0.22803	0.50419	0.94398	2.0279
$\beta_0(\text{度})$	45°	36.8849	29.6373	21.6397	8.1774

x	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\beta_1(\text{度})$	22.5	29.452827	35.725105	40.702819	43.89872	45
$\frac{d\beta_1}{d\theta}$	0.7853975	0.746957	0.6354	0.4616	0.2427	0
L	6.5899	2.0279	1.94398	0.50419	0.22803	0
$\beta_0(\text{度})$	-67.4944	-143.1764	-156.6395	-164.6373	-171.8847	-180

这样求得的 L 和 β_0 的物理意义可由图 4 来说明。在机械原理中, 确定摆动从动杆盘状凸轮基圆半径的作图方法^[1]如下:

过摆动从动杆各不同位置 $O_1B_0, O_1B_1, O_1B_2, O_1B_3, \dots$ 上的 $D_0, D_1, D_2, D_3, \dots$ 点 [其中 $B_i D_i = l \left(\frac{d\beta}{d\theta} \right)_i$] 作 $D_0d_0, D_1d_1, D_2d_2, D_3d_3, \dots$ 直线分别与 $D_0B_0, D_1B_1, D_2B_2, D_3B_3, \dots$ 成 $90^\circ - [\alpha]$ 交角, 凸轮轴中心便应在这些 $D_i d_i$ 限制线上或其右下方所围成的区域内选择。

当摆杆位置取成无穷多时, 这些 $D_i d_i$ 限制线的包络线 (如图 4 中的 b_1) 与从动杆每一位置所作的限制线有一切点 E_i , 这切点位置由该从动杆位置的 β_1 值代入 (5)、(6) 两式解得的 L 和 β_0 所决定, 其中 β_0 为用极坐标表示的切点位置的极角。由于图 4 中摆杆长度 l 一定, 故切点极径 $C = \frac{l}{L}$, 将 (5) 式代入上式得:

$$C = l \sqrt{\left(1 - \frac{d\beta}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2} / \frac{d\beta}{d\theta}\right)^2} \cos[\alpha] \quad (9)$$

于是(9)和(6)两式就是由参数 β_1 给出的包络线 b_1 的极坐标参数方程。

作者已将上述 D_1d_1 直线族方程按高等数学求包络的方法, 得出与(9)、(6)式完全相同的结果。

在例 1 中, 如将从动杆的转动方向改为与凸轮转动方向相反, 则由(7)、(8)两式得:

$$L^2 = \frac{2}{\left[\left(1 + \frac{\pi}{4} \sin \pi x\right)^2 + (2 \operatorname{ctg} \pi x)^2\right]}$$

$$\beta_0 = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{2 \operatorname{ctg} \pi x}{1 + \frac{\pi}{4} \sin \pi x} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} (1 - \cos \pi x)$$

将它计算的结果列于表 2。

表 2

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4
β_1 (度)	0	1.1012249	4.2971032	9.2748032	15.547078
$\frac{d\beta_1}{d\theta}$	0	0.2427	0.4616	0.6354	0.746957
L	0	0.2252	0.4537	0.6464	0.7587
β_0 (度)	-45	-34.6873	-21.33	-5.8966	9.0484

x	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
β_1 (度)	22.5	29.452827	35.725105	40.702819	43.89872	45
$\frac{d\beta_1}{d\theta}$	0.7853975	0.746957	0.6354	0.4616	0.2427	0
L	0.7921	0.7587	0.6464	0.4537	0.2252	0
β_0 (度)	22.5	35.9514	50.8964	66.3299	79.6872	90

按表 2 中的 L 、 β_0 在图 4 中同样画得曲线 b_2 , 它即为凸轮转向与摆杆转向相反的 D_1d_1 限制线的包络线。

2. 优化数学模型

1) 目标函数 从图 1 可以看出, 二种布置的基圆半径表达式是一致的。即

$$r_0^2 = l^2 + c^2 - 2lc \cos \beta_0$$

设计凸轮机构时, 希望基圆半径最小, 以使整个结构尺寸达到最小, 显然, 应以基圆半径作为目标函数, 用无因次表示为:

$$F(x) = R_0^2 = L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0 \quad (10a)$$

式中 L 、 β_0 可由(5)、(6)或(7)、(8)确定。

但是, 当设计要求给定凸轮轴直径 d_s 和中心距 C 时, 按上述目标函数求得的最小基圆半径不一定可行。因为若凸轮与其轴分别为两零件时, 按结构需要, 凸轮理论轮廓的基圆半

径必须大于凸轮轮毂半径与从动杆滚子半径之和。如取轮毂半径等由 $1.75ds$, 滚子半径等对 $0.4\gamma_0$ ^[2], 则可令

$$\gamma_0 \geq 1.75 \frac{ds}{2} + 0.4 \gamma_0 + 7 \text{ (mm)}$$

$$\gamma_0 \geq \frac{1.75}{1.2} ds + \frac{7}{0.6}$$

于是按结构需要的最小半径 γ_* 可近似为

$$\gamma_* = 1.5 ds + 12 \text{ (mm)}$$

用无因次表示:

$$R_* = \frac{\gamma_*}{C} = \frac{1.5 ds + 12}{C}$$

这样目标函数应改写成

$$\begin{aligned} F(x) &= (R_0 - R_*)^2 \\ &= L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0 - 2R_* \sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0} + R_*^2 \end{aligned} \quad (10)$$

用上式作为目标函数保证了其优化后的最小基圆半径不小于按结构需要的最小半径。当结构上无问题时, 可取 $R_* = 0$, 则即得(10a)式。

式中变量 L, β_0 均是 β_1 亦即 θ (或 x)的一维函数, R_* 是给定值, 于是 $F(x)$ 也是 θ (或 x)的一维函数, 本问题也就成为一维优化问题。

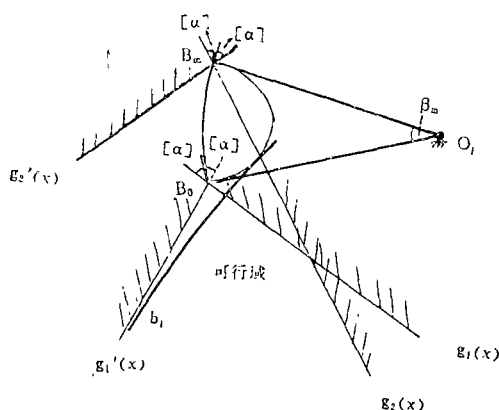


图5 转向相同

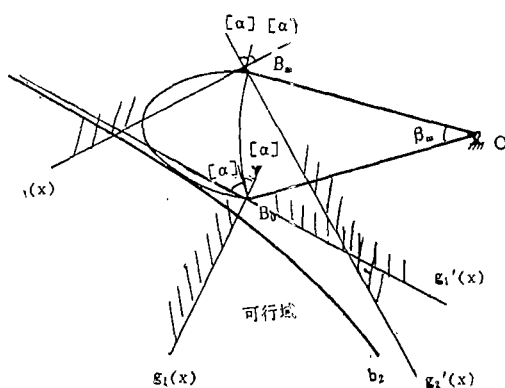


图6 转向相反

2) 约束条件 ①从动杆在初始位置和终了位置的压力角不得超过 $[\alpha]$

前面已按压力角的极值等于 $[\alpha]$ 的条件推导出(5)、(6)和(7)、(8)等式, 然而要使最大压力角不超过许用值, 则还必须验算初始和终了两边界位置的压力角, 如图5、6所示。

1°. 验算初始位置的压力角(如图7所示)

设已知 β_0 和 L , 则不管转向相同还是相反, 初始位置的压力角可以统一写成如下形式:

$$\frac{\gamma_0}{C} = \frac{\sin \beta_0}{\sin(90^\circ \pm \alpha)} = \frac{\sin \beta_0}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin \beta_0}{\sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0}}$$

由于希望 $\alpha \leq [\alpha]$, 且 $\alpha < 90^\circ$, $\therefore \cos \alpha \geq \cos [\alpha]$

$$\frac{\sin \beta_0}{\sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0}} \geq \cos [\alpha]$$

于是
$$g_1(x) = \sin \beta_0 - \cos [\alpha] \sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0} \geq 0 \quad (11)$$

2°. 验算终了位置的压力角(如图8所示)

与上类似, 不管转向相同还是相反, 可写成如下统一形式:

$$g_2(x) = \sin(\beta_0 + \beta_m) - \cos [\alpha] \sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos(\beta_0 + \beta_m)} \geq 0 \quad (12)$$

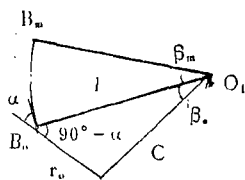


图7

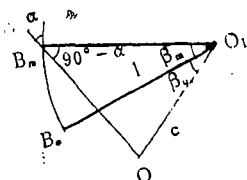


图8

② 凸轮转角 θ 的限制

θ 应有如下限制:

$$0 \leq \theta \leq \theta_m$$

亦即

$$0 \leq x \leq 1$$

得

$$g_3(x) = x \geq 0 \quad (13)$$

$$g_4(x) = 1 - x \geq 0 \quad (14)$$

③ 从动杆初始角的限制 按实际情况, β_0 不能小于或等于零, 但已为(11)式所包含, 故该约束不另列入。

3. 优化程序框图

本优化问题属于仅有不等式约束的一维优化问题, 用简单的网格法就能解决, 且易于在个人机上运行。

框图中: x_1 ——变量 x 的下限, 取0.1

x_b ——变量 x 的上限, 取0.9

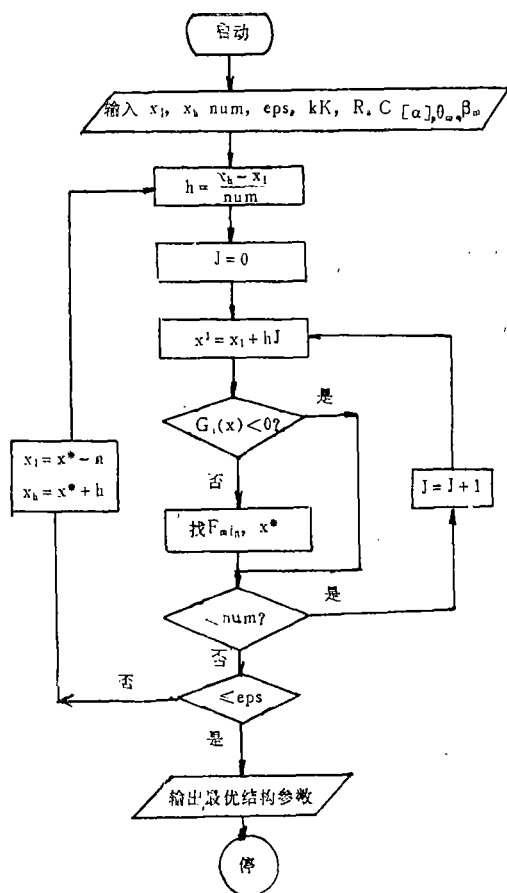


图 9

num ——间隔划分数

eps ——控制精度, 一般取 $10^{-4} \sim 10^{-5}$

kk ——结构布置参数, 当 $kk=1$ 为转向相同的情况, $kk=2$ 为转向相反的情况。

本程序共有 1 个主程序和 4 个子程序, 改变运动规律只需改变子程序即可。该子程序列入了几种常用的运动规律, 输入不同的 mm 值 (1, 2, 3, 4, ……) 可以选择加速度为修正正弦、余弦、正弦、3-4-5 次多项式等不同的运动规律。

设计时, 摆杆的最大摆角要小于 $2[\alpha]$, 由图 5 或 6 知, 如 $\beta_m > 2[\alpha]$, 不存在满足约束条件的可行域, 如 $\beta_m = 2[\alpha]$, 虽可行域为一条直线, 但满足 $[\alpha]$ 的解 $L=0$, 仍无合理解。

4. 设计举例

例 2: 试设计一摆动从动杆盘状凸轮机构, 要求 $[\alpha] = 45^\circ$ 。已知 $\theta_m = 180^\circ$, $\beta_m = 60^\circ$, 升程运动规律为修正正弦曲线, $R_a = 0$ 。

解, 如从动杆运动规律为:

$$\textcircled{1} \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{8} \quad \beta_1 = \beta_m [0.43989x - 0.035014 \sin(4\pi x)]$$

$$\textcircled{2} \quad -\frac{1}{8} < x < \frac{7}{8} \quad \beta_1 = \beta_m \left[0.28005 + 0.43989x - 0.315055 \cos\left(\frac{4\pi}{3}x - \frac{\pi}{6}\right) \right]$$

③ $\frac{7}{8} \leq x \leq 1 \quad \beta_1 = \beta_m [0.56010 + 0.43989 x - 0.035014 \sin (4 \pi x)]$

取 $num = 40, eps = 10^{-4}, x_1 = 0.1, x_h = 0.9$

计算结果为:

凸轮与摆杆 的转向关系	R_{0min}	L	β_0	x_p	$g_1(x)$	$g_2(x)$
转向相同	0.1848356	1.069452	9.501137°	0.27385	0.03436846	0.1016018
转向相反	0.1772452	0.8668296	7.202944°	0.3686	0.000052586	0.187153

如 $C = 200\text{mm}$, 当转向相同时, $l = 213.8904\text{mm}, \gamma_{0min} = 36.96712\text{mm}$ 当转向相反 $l = 173.36592\text{mm}, \gamma_{0min} = 35.44904\text{mm}$

如果上例中给出凸轮轴直径 $d_s = 20\text{mm}$ 及 凸 轮轴与摆杆销轴中心距 $C = 80\text{mm}$, 若取 凸 轮轮毂半径等于 $1.75d_s$, 滚子半径等于 $0.4\gamma_0$, 则可取 $\gamma_s = 1.5d_s + 12 = 42\text{mm}, R_s = \gamma_s \cdot C = 0.525$, 而前例中不考虑 R_s 的结果为 $R_{0min} = 0.1848356$ 或 0.1772452 , 它们都小于 R_s , 不合理。应考虑 R_s , 将 $R_s = 0.525$ 代入, 重新计算。其计算结果为

凸轮与摆杆 的转向关系	R_{0min}	L	β_0	$r_{0min}(\text{mm})$	$l(\text{mm})$	$C(\text{mm})$
转向相同	0.525	0.5798105	23.875779°	42	46.384	80
转向相反	0.525	0.7969338	31.457657°	42	63.7547	80

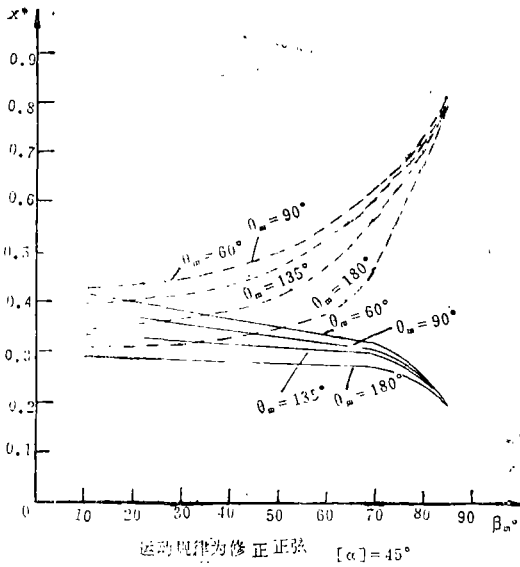


图 10

——转向相同
----转向相反

5. 结果分析

为了分析结果以及使用方便, 这里给出了 $R_a = 0$ 的两种运动规律的数据图表。

1) $x^* - \beta_m$ 曲线 图10是运动规律为修正正弦和 $[\alpha] = 45^\circ$ 的情况。

图11是运动规律为余弦和 $[\alpha] = 45^\circ$ 的情况。从这两图中可以看出:

1°. 在相同 θ_m 的情况下, 转向相同与转向相反的 x^* 在 β_m 很小时趋于相同值。

当 β_m 趋于 $2[\alpha]$ 时, 不管 θ_m 为何值, 转向相同的 x^* 趋于0, 转向相反的 x^* 趋近于1。

2°. 在相同 θ_m 及 β_m 的情况下, 转向相反的 x^* 要比转向相同的 x^* 值大。

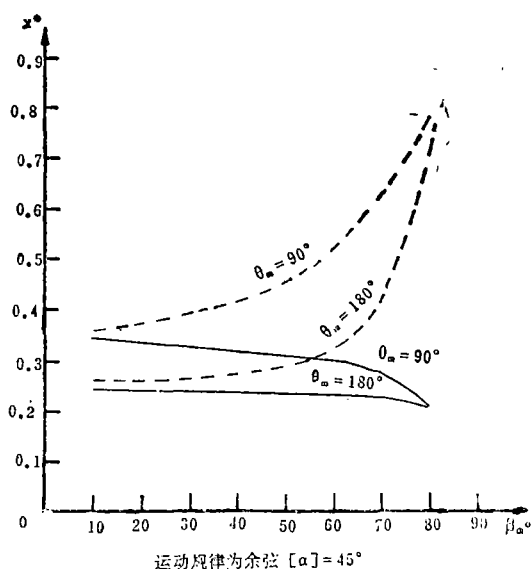


图 11

——转向相同
----转向相反

3°. 转向相同时, $x^* - \beta_m$ 曲线出现近似直线部分。从图10和11可以看出, 直线部分和非直线部分的界限点大体上处在 β_m 等于 60° 左右。从计算结果还可以看到, 在界限点左边主要由约束条件 $g_1(x)$ 起作用, 在界限点右边主要由约束条件 $g_2(x)$ 起作用。

2) $R_{0min} - \beta_m$ 和 $L - \beta_m$ 曲线 图12是运动规律为修正正弦和 $[\alpha] = 45^\circ$ 的情况。

图13 是运动规律为余弦和 $[\alpha] = 45^\circ$ 的情况。

1°. R_{0min} 随 β_m 单调上升。当 β_m 趋于零时, R_{0min} 也趋于零; 当 β_m 趋于 $2[\alpha]$ 时, R_{0min} 趋于无穷大。

2°. 相同 β_m 和 θ_m 值, 转向相同的 R_{0min} 恒大于转向相反的 R_{0min} 值。由此可知, 就为获得较小的结构尺寸而言, 转向相反比转向相同更为合理。

3°. β_m 趋于 $2[\alpha]$ 时, L 趋近于零。转向相反的 $L - \beta_m$ 曲线单调下降; 转向相同的 $L - \beta_m$ 曲线无此特征。

3) 利用图表设计凸轮机构的方法 每一种运动规律和 $[\alpha]$ 均有一张对应的 $R_{0min} - \beta_m$ 和 $L - \beta_m$ 曲线图表, 如果选定某一运动规律, 且 $[\alpha]$ 、 θ_m 和 β_m 已知, 那么就可相应的图表上找到 $R_a = 0$ 时的 R_{0min} 和 L 值, 然后根据 $R_0^2 = L^2 + 1 - 2L\cos\beta_0$ 可以求得 β_0 值, 再根据实际结构定出

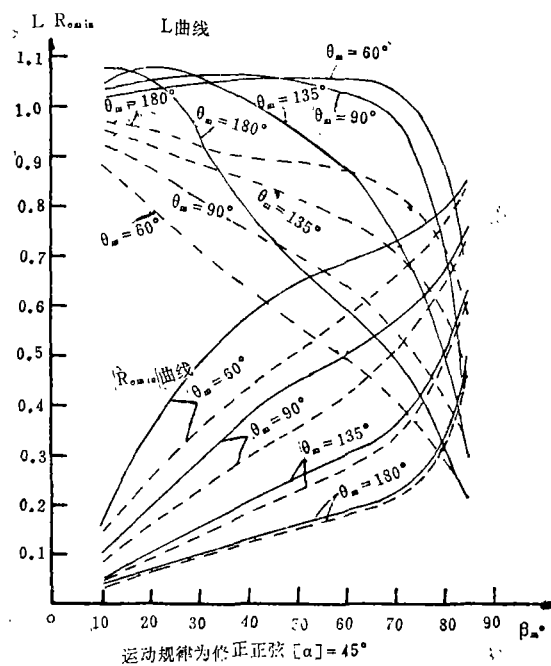


图 12

—— 同 向
 ---- 反 向

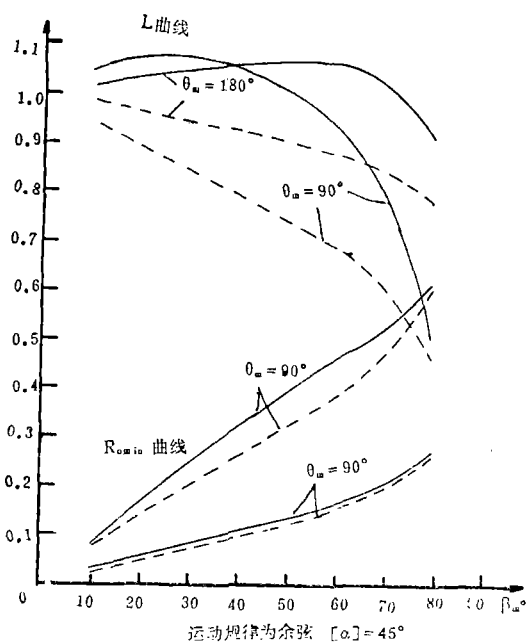


图 13

—— 同 向
 ---- 反 向

两销轴中心距 C , 或摆杆长度 l , 由 $R_0 = \frac{r_0}{C} L = \frac{l}{C}$ 就可得到 r_0 , l 或 C 之值。

二、同时考虑工作行程和空回行程时的优化设计方法

1. 优化数学模型

摆动从动杆盘状凸轮机构的摆杆角位移 β 和凸轮转角 θ 的一般关系如图14所示。

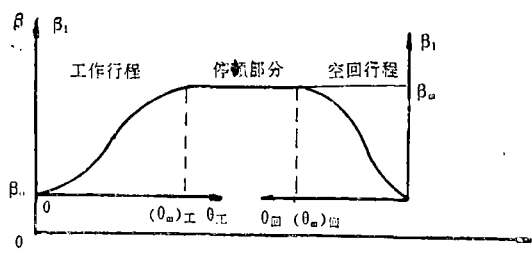


图 14

为了便于应用前面推导的公式, 将空回行程的凸轮和摆杆同时改为相反的方向转动, 显然这样并不改变它们的转向关系(转向相同还是转向相反)和压力角的大小。经此改变后, 如图14所示, 在空回行程 $\theta_{回} = 0$ 时, 摆杆摆角 $\beta_1 = 0$; $\theta_{回} = (\theta_m)_{回}$ 时, $\beta_1 = \beta_m$ 。

不管凸轮与摆杆转向如何, 对于行程和空回行程的摆杆转向而言, 总是一个与凸轮转向相同, 另一个与凸轮转向相反。下面令转向相同的行程为标号 1 的行程, 相反的行程为标号 2 的行程, 至于工作行程是属于标号 1 还是标号 2, 要由具体的转向相同还是相反来决定。

欲使两个行程的 α_{max} 均不超过它的相应的许用压力角, 即对标号 1 的行程而言, 设在 θ_1 (即 $x_1\theta_{m1}$) 处的压力角为极大且等于 α_1 , 则按此确定凸轮轴中心极坐标的参数 C_1 和 $(\beta_0)_1$ 。

由(9)式得

$$C_1 = l \sqrt{\left[1 - \left(\frac{d\beta}{d\theta^2}\right)_1\right]^2 + \left[\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_1 / \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1\right]^2} \cos \alpha_1 \quad (15)$$

由(6)式得

$$(\beta_0)_1 = \tan^{-1} \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_1}{\left[1 - \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1\right] \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1} - (\beta_1)_1 - \alpha_1 \quad (16)$$

且此时

$$\alpha_1 \leq [\alpha_1]$$

同样对标号 2 的行程, 设在 θ_2 (即 $x_2\theta_{m2}$) 处的压力角为极大且等于 α_2 , 则

由(7)式可算得:

$$C_2 = l \sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2\right]^2 + \left[\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_2 / \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2\right]^2} \cos \alpha_2 \quad (17)$$

由(8)式得:

$$(\beta_0)_2 = -\tan^{-1} \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_2}{\left[1 + \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2\right] \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2} - (\beta_1)_2 + \alpha_2 \quad (18)$$

且

$$\alpha_2 \leq [\alpha_2]$$

由于凸轮轴中心只有一个, 所以 $C_1 = C_2 = C$; $(\beta_0)_1 = (\beta_0)_2 = \beta_0$ 。这样由(15)和(17)式得

$$\sqrt{\left[1 - \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1\right]^2 + \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_1^2}{\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1^2}} \cos \alpha_1 = \sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2\right]^2 + \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_2^2}{\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2^2}} \cos \alpha_2 \quad (19)$$

(16)和(18)式得

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg}^{-1} \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_1}{\left[1 - \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1\right]\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_2}{\left[1 + \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2\right]\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2} \\ & - (\beta_1)_1 + (\beta_1)_2 = \alpha_1 + \alpha_2 \end{aligned} \quad (20)$$

令

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left[1 - \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1\right]^2 + \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_1^2}{\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1^2}} = u_1 \\ & \sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2\right]^2 + \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_2^2}{\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2^2}} = u_2 \\ & \operatorname{tg}^{-1} \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_1}{\left[1 - \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1\right]\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_1} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\left(\frac{d^2\beta}{d\theta^2}\right)_2}{\left[1 + \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2\right]\left(\frac{d\beta}{d\theta}\right)_2} \\ & - (\beta_1)_1 + (\beta_1)_2 = A \end{aligned}$$

于是

$$u_1 \cos \alpha_1 = u_2 \cos \alpha_2$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = A$$

将后式代入前式:

$$u_1 \cos \alpha_1 = u_2 \cos (A - \alpha_1)$$

则得

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{u_1 - u_2 \cos A}{u_2 \sin A} \quad (21)$$

同样

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{u_2 - u_1 \cos A}{u_1 \sin A} \quad (22)$$

在运动规律一定的情况下, u_1 、 u_2 和 A 都仅系 x_1 和 x_2 的函数, 因之只要给出一组 x_1 和 x_2 , 由(21)和(22)式可解得 α_1 和 α_2 , 如 $\alpha_1 \leq [\alpha_1]$, $\alpha_2 \leq [\alpha_2]$, 则按此 x_1 或 x_2 由(15)、(16)式或(17)、(18)式解得 C (或 L) 与 β_0 , 即保证两行程的压力角极值分别不超过它们的许用压力角的解。在图15中, 此解为在 b_1 和 b_2 所包围的阴影面内凸轮轴中心的极坐标值。

如上述解再满足初始和终了位置压力角都不超过许用压力角, 则能保证两行程压力角的最大值分别不超过它们的许用压力角值。

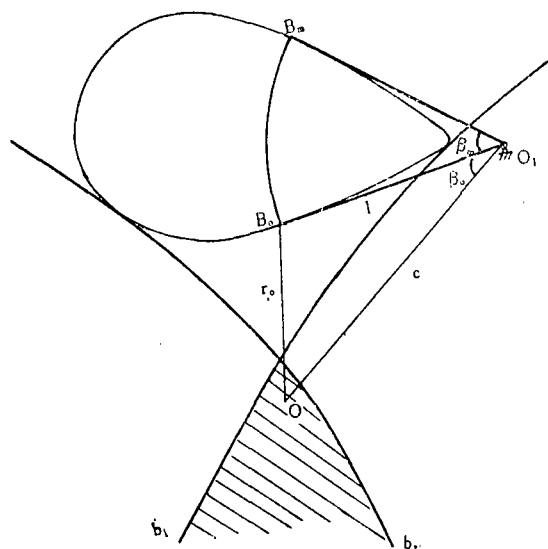


图 15

注意此处 $[\alpha_1]$, $[\alpha_2]$ 要按行程1、2是工作行程还是空回行程来决定它们是工作行程还是空回行程的许用压力角。

满足上述要求的 x_1, x_2 很多, 其中使基圆半径最小者即为所求的解。所以这是一个二维(设计变量为 x_1 和 x_2)的优化问题。因此该问题的优化数学模型为:

1) 目标函数 它与第一部分(10)式相同, 仍为

$$F(\bar{x}) = L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0 - 2R_a \sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0} + R_a^2$$

R_a 是结构需要的最小半径。它是给定值, 当结构上无问题时可取 $R_a = 0$ 。这个目标函数是二维设计变量 x_1 和 x_2 的参数方程, 给定 x_1 和 x_2 由(21)和(22)求得 α 和 α_2 。再

由 x_1 和 α_1 籍(15)和(16)式或由 x_2 和 α_2 借(17)和(18)式求得目标函数中的 L 和 β_0 。

2) 约束条件 ① $\alpha_1 \leq [\alpha_1], \alpha_2 \leq [\alpha_2]$, 分别将(21)和(22)式代入得

$$g_1(\bar{x}) = \operatorname{tg}[\alpha_1] - \frac{u_1 - u_2 \cos A}{u_1 \sin A} \geq 0 \quad (23)$$

$$g_2(\bar{x}) = \operatorname{tg}[\alpha_2] - \frac{u_2 - u_1 \cos A}{u_1 \sin A} \geq 0 \quad (24)$$

② α_1 和 α_2 必须大于零

$$g_3(\bar{x}) = \frac{u_1 - u_2 \cos A}{u_2 \sin A} \geq 0 \quad (25)$$

$$g_4(\bar{x}) = \frac{u_2 - u_1 \cos A}{u_1 \sin A} \geq 0 \quad (26)$$

③ 初始位置和终了位置的压力角不能大于许用压力角(与(11)和(12)相仿)

$$g_5(\bar{x}) = \sin \beta_0 - \cos[\alpha] \sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos \beta_0} \geq 0 \quad (27)$$

$$g_6(\bar{x}) = \sin(\beta_0 + \beta_m) - \cos[\alpha] \sqrt{L^2 + 1 - 2L \cos(\beta_0 + \beta_m)} \geq 0 \quad (28)$$

此处 $[\alpha]$ 为 $[\alpha_1]$ 和 $[\alpha_2]$ 中的较小者。

④ 凸轮转角的限制(与(13)和(14)式相同) 由 $0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1$ 得

$$g_7(\bar{x}) = x_1 \geq 0 \quad (29)$$

$$g_8(\bar{x}) = 1 - x_1 \geq 0 \quad (30)$$

$$g_9(\bar{x}) = x_2 \geq 0 \quad (31)$$

$$g_{10}(\bar{x}) = 1 - x_2 \geq 0 \quad (32)$$

2. 优化程序框图(见图6)

框图中有关符号意义与图9中相同。

3. 设计举例

例3: 试设计一摆动从动杆盘状凸轮机构, 要求凸轮转动 180° 时, 摆杆的工作行程按加速度为修正正弦的运动规律转过 45° , 其转动方向与凸轮的转动方向一致。再当凸轮转动 90° 时, 摆杆按余弦运动规律摆回。设工作行程和空回行程的许用压力角分别为 45° 和 60° 以及 $R_a = 0$ 。

解: 工作行程摆杆的摆动方向与凸轮转动方向相同, 因之它是标号1的行程, 于是

$$\theta_{m1} = 180^\circ \quad [\alpha_1] = 45^\circ$$

$$\theta_{m2} = 90^\circ \quad [\alpha_2] = 60^\circ$$

$$\beta_m = 45^\circ$$

取 $num(1) = 20, num(2) = 20, x_{h1} = 0.1, x_{h2} = 0.1$

$$x_{h1} = 0.9, x_{h2} = 0.9, eps = 10^{-4}$$

用上述程序在计算机上计算的结果为

$$L = 0.9374723 \quad \beta_0 = 10.94301^\circ$$

$$R_{0min} = 0.1944978$$

若在例3中, 给定凸轮轴径 $d_s = 20\text{mm}$, 凸轮轴心与摆杆销轴的中心距 $C = 300\text{mm}$, 如仍按以前假设

$$R_a = (1.5d_s + 12)/C$$

$$\text{则 } R_a = 0.14$$

由于 $R_a < R_{0min}$, 则上述结果可行, 这时凸轮机构的尺寸为

$$l = L \cdot C = 281.24169\text{mm} \quad r_{0min} = R_{0min} \cdot C = 58.34934\text{mm} \quad \beta_0 = 10.94301^\circ$$

在例3中, 若给定凸轮轴径 $d_s = 20\text{mm}$, $C = 80\text{mm}$, 这时 $R_a = (1.5d_s + 12)/80 = 0.525$, 它大于上例中的 R_{0min} 值, 这结果不合题意, 必须取 $R_a = 0.525$ 后重新计算, 其计算结果为

$$L = 0.5798037 \quad l = 46.384\text{mm}$$

$$R_{0min} = 0.525 \quad r_{0min} = 42\text{mm}$$

$$\beta_0 = 23.8701^\circ$$

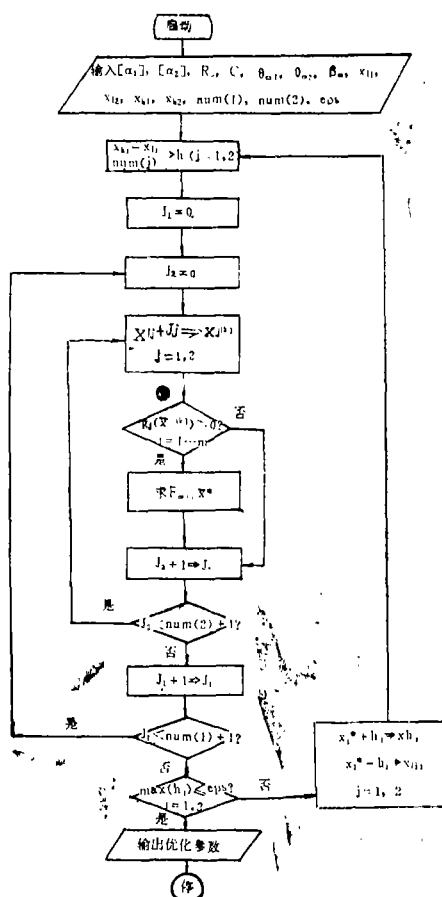


图 16

三、结 束 语

1) 本文采用数学分析法, 分析结果及其几何意义恰与沿用的图解法一致, 因而具有比图解法简明易懂的优点。原来的图解法虽理论上很完善, 但作图繁复、精度低, 以致人们多不大愿采用。图解法因所作图线有限, 只能作有限几个位置的压力角限制线, 而本法可用数学分析的办法求得这些压力角限制线的包络线, 是一种精确和可为人们接受的简捷方法。

2) 在计算机上用大量具体例子进行设计计算都顺利地得到预期的效果。同时这些计算结果说明: 当工作行程许用压力角 $[\alpha]_工$ 远小于空回行程许用压力角 $[\alpha]_回$, 且工作行程的凸轮转角 $(\theta_m)_工$ 与空回行程的凸轮转角 $(\theta_m)_回$ 相差不大, 或 $(\theta_m)_工 < (\theta_m)_回$ (亦即只要 $(\theta_m)_工$ 不

甚大于 $(\theta_m)_H$ 时), 可以不考虑空回行程的压力角, 采用本文第一部分的方法。其余的情况, 则以采用本文第二部分同时考虑工作和空回行程的优化设计方法为宜。如 $[\alpha]_E$ 与 $[\alpha]_H$ 相差不大时即属于这种情况。

3) 结合具体情况, 对采用第一部分还是第二部分优化设计方法, 建议如下:

① 力封闭摆动从动杆盘状凸轮机构常取 $[\alpha]_E = 45^\circ$, $[\alpha]_H = 70^\circ$, 属于 $[\alpha]_E \ll [\alpha]_H$ 的类型。一般情况下, 它的 $(\theta_m)_E$ 不甚大于 $(\theta_m)_H$, 此时建议采用第一部分只考虑工作行程的优化设计方法。

② 形封闭摆动从动杆盘状凸轮机构工作行程和空回行程的许用压力角相差不大, 建议采用第二部分同时考虑工作行程和空回行程的优化设计方法。

4) 关于直动从动杆凸轮机构的设计, 文献^[6]指出了按许用压力角对它进行设计的弊病, 提出了按机构效率作为设计依据的方法, 亦即按“机构传动质量指标”设计的方法^[3], 所以本文仅讨论按许用压力角设计摆动从动杆盘状凸轮机构的问题

参 考 文 献

- [1] 黄锡恺、郑文纬编, 《机械原理》, 人民教育出版社, 1983
- [2] 陈金元, “摆动滚轮从动件盘形凸轮机构的优化及计算机辅助设计”, 《无锡轻工业学院学报》, 1983年 第1期
- [3] 吕庸厚, “一种衡量机构传动质量的新指标——兼论机构压力角”, 《无锡轻工业学院学报》, 1984年 第3期
- [4] Kloomok, Martin and Muffley, R.V. Determination of Pressure Angles for Swinging-follower Cam Systems, Transaction of ASME, May, 1956, PP801~806
- [5] Chen, Fan. Y, “Mechanics and Design of Cam Mechanisms”, Pongamon Press, 1982
- [6] 吕庸厚, “按机械效率设计直动从动杆的凸轮机构”, 《无锡轻工业学院学报》, 1983年 第1期

86005

中小型甘蔗糖厂自动检测控制系统《无锡轻工业学院学报》1986年, 第五卷, 第一期

主题词 自动检测; 调节阀; 同轴电缆; pH测量电极组; PID调节器

摘要 本文介绍了糖厂中末效蒸发罐的糖浆锤度自动控制和中管道内的pH自动控制系统。用选择一定温度下的压差作为糖浆锤度的间接指标, 结合各效蒸发罐液位调节解决了糖浆锤度的测量和控制问题。选用铂电极—甘汞电极测量, 解决了中和管道内的pH值测量, 和不溶性钙盐和镁盐的积垢现象。通过实验解决了中和pH值调节系统中存在的技术问题。

作者: 蒋锡康

86007

用第V类连杆曲线逼近双曲线综合槽轮连杆机构《无锡轻工业学院学报》1986年, 第五卷, 第一期

主题词 分度; 运动; 冲击; 槽轮机构/对称连杆曲线; 内槽轮机构; 双曲线; 分度运动

摘要 本文提出了一种新的综合内槽轮机构的方法, 利用双曲线的特性, 把双曲线的一支作为给定轨迹, 滚子作为一个连杆点, 使滚子的轨迹按给定条件成为第V类对称连杆曲线来逼近给定双曲线的近似直线部分。用优化设计方法, 综合槽轮连杆机构, 达到在槽轮机构分度转位时无冲击的目的。

作者: 邱星若

86006

摆动从动杆盘状凸轮机构按压力角的优化设计《无锡轻工业学院学报》1986年, 第五卷, 第一期

主题词 凸轮机构; 压力角; 最优设计/摆动从动杆凸轮机构; 凸轮最小基圆半径

摘要 本文利用优化原理, 提出了根据许用压力角进行摆动从动杆盘状凸轮机构运动设计的新方法。它在只给出许用压力角从动杆运动规律及其摆动角度和相应的凸轮转角的情况下, 借助计算机直接求出凸轮的最小基圆半径、摆杆长度和摆杆初始位置角。这种数学分析法在原理上兼有图解法简明、易懂的优点, 同时又克服了图解法繁复、精度低, 以致实际上不大被采用的缺陷。它是一种精确简捷的方法。

作者: 吕庸厚 周榴明

86008

动态称量理论与结构参数设计《无锡轻工业学院学报》1986年, 第五卷, 第一期

主题词 自动秤; 结构参数; 设计参数/动态参数, 动态称量; 秤体结构参数; 给料工艺

摘要 本文研究、分析了秤体的性能、给料工艺、以及各种给料方式的称量原理, 提出了最佳的秤体结构设计参数及合理的称重方法。首次提出动态称量理论, 并提供了一个新的设计方法。

作者: 虞定华

86007

APPROACH to HYPERBOLIC SYNTHESIZED GENEVA MECHANISM
DRIVEN by a FOUR-BAR LINKAGE《Journal of the Wuxi Institute of
Light Industry》, Vol.5, No.1, 1986

SUBJECTWORD indexing; motion; shocks; maltese mechanisms/symmetrical coupler curve; internal geneva mechanism; hyperbola; indexing motion
ABSTRACT A new method is introduced to synthesize the internal geneva mechanism which makes use of a hyperbola and a roller as a point of the connecting rod. The path of roller becomes a fifth type symmetrical coupler curve according to conditions given and to approach the path of the straight line of hyperbola given. An optimized method is to synthesize geneva mechanism driven by a four-bar linkage to achieve shockless index rotation.

Author, Qiu Xingruo

86008

THEORETICAL ANALYSIS and STRUCTURE PARAMETER DESIGN
for DYNAMIC WEIGHING《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》, Vol.5, No.1, 1986

SUBJECTWORD automatic weighers, structure parameter, design parameter dynamic parameter/dynamic weighing, structural parameters of weighers, feeding techniques

ABSTRACT The functions of weighers, the feeding techniques, and the weighing mechanisms of various feeding patterns are studied and discussed. The optimal design parameters on the structure of the weighers and the suitable weighing methods are also suggested, the dynamic weighing theory is the first time to be posed here, subsequently, a new design method is provided for in-motion weighing.

Author, Yu Dinghua

86005

THE AUTOMATIC MEASURING and CONTROLLING SYSTEMS for
MIDDLE-SIZED and SMALL-SIZED CANE SUGAR PLANTS《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》, Vol.5, No.1, 1986

SUBJECTWORD automatic detection, regulating valves; coaxial cables; pH determination/measuring electrodes, proportional-integral-derivative
ABSTRACT The automatic controlling systems of syrup brix in the evaporation and pH valves inside the neutralization tube in sugar plants which can be solved by using pressure difference as indirect index of syrup brix, combining with the liquid level regulation of every evaporation pan are introduced. To measure pH, a pair of stibium-calomel detective electrodes are used. The deposition of indissoluble calcium and magnesium salts and other problems existed in pH regulation system off neutralization has been eliminated with appropriate technical measures.

Author, Jiang Xikang

86006

OPTIMAL DESIGN of DISC CAM MECHANISM with SWINGING FOLLOWER BASED on PRESSURE ANGLE《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》, Vol.5, No.1, 1986

SUBJECTWORD cam mechanism; pressure angle; optimal design/cam mechanism with swinging follower; the minimum radius of the cam base circle
ABSTRACT Using the optimal principle and basing on the permissible pressure angle, a new method of kinematic design of disc cam mechanism with swinging follower is presented. For the permissible pressure angles, the motion law and the swinging angle of follower as well as the cam rotation angle are given, using computer, the minimum radius of the cam base circle, the length and the initial position angle of follower can be obtained directly. The mathematical analysis has the advantages of being both simple and demonstrative and easily understood. The disadvantages of the complicated and inaccurate graphical method have been overcome.

Author, Leu Yonghou, Zhou Liuming