

台车弯纱轮工作的数学分析和设计

王晋棠

(纺织工程系)

一、前言

台车上形成针织物,主要依靠各种沉降片轮使纱线和线圈沿钩针针杆作上下运动。台车上沉降片轮的种类很多,有压线轮、弯纱轮、套圈轮和成圈轮等,另外还有衬垫纱喂给轮。各沉降片与针筒上的针啮合。针筒回转从而传动各沉降片轮回转,各沉降片轮在回转时完成各自的工艺作用。这是一种特殊的啮合传动方式。各种沉降片轮中,以弯纱轮为最典型。

二、弯纱轮的几何结构

台车上利用弯纱轮来进行垫纱、弯纱和带纱。弯纱轮主要由弯纱轮体和几十片沉降片构成。这几十片沉降片倾斜地配置在弯纱轮体上,各沉降片平面公切于一个圆锥面,这个公切圆锥面轴芯线与弯纱轮轴芯线重合,圆锥面底角为 α_3 ,一般 $\alpha_3 \approx 45^\circ$ 。每一个沉降片平面都分别相切于公切圆锥面的一条母线。

沉降片的工作外形,主要由片肚 a 、片凹 b 、片尖 c 及片下缘 d 组成。在弯纱轮与针筒

啮合的过程中,片肚首先进入两针之间。片凹是沉降片接触纱线之处,纱线由片凹垫到钩针上,并进行弯纱和带纱。片尖和片下缘是针筒传动弯纱轮时针与沉降片的接触处。

弯纱轮是一个回转体。作一个垂直于弯纱轮轴芯线的平面,截得一个弯纱轮外廓截交圆、一个公切圆锥面截交圆及各沉降片平面与该平面的交线,各交线以公切圆锥面截交圆为公切圆。过弯纱轮各片片凹作一个平面(简称片凹圆平面),这时可截得一个外廓截交圆(简称片凹圆)和一个公切圆锥面截交圆(简称截交公切圆)。截交公切圆也就是各沉降片平面与弯纱轮片凹圆平面交线的公切圆。

弯纱轮外廓与沉降片工作外形之间

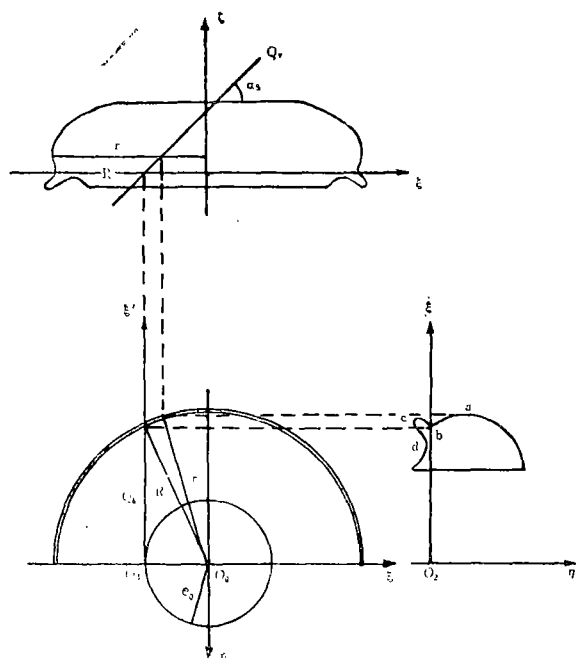


图 1

的关系请参阅图 1。

通过片凹圆平面作 $\eta O_0\xi$ 平面, $O_0\xi$ 轴沿轴芯线向上。以垂直于 $\xi O_0\xi$ 平面的一片沉降片 Q 为代表。在该沉降片上作 $\xi'O_2\eta'$ 座标系, 以该沉降片平面与 $\xi O_0\xi$ 平面的交线为 $O_2\eta'$ 轴, 以该沉降片平面与片凹圆平面的交线为 $O_2\xi'$ 轴。

设片凹圆半径为 R , 截交公切圆的半径为 e_0 。图 1 中右图是沉降片平面 Q 以 $O_2\xi'$ 轴为轴转 α_3 角而得。

如已知弯纱轮外廓半径 r 与纵坐标 ξ 的关系为 $r = f(\xi)$, 这里当 $\xi = 0$ 时, $r = R$, 则沉降片工作外形曲线的参数方程为

$$\begin{cases} \eta' = \frac{\xi}{\sin \alpha_3} \\ \xi' = \sqrt{[f(\xi)]^2 - (e_0 - \xi \operatorname{ctg} \alpha_3)^2} \end{cases} \quad (1)$$

如已知沉降片工作外形曲线的方程为 $\xi' = \phi(\eta')$, 当 $\eta' = 0$ 时, $\xi' = \sqrt{R^2 - e_0^2}$, 则弯纱轮外廓半径 r 与纵坐标 ξ 的关系为

$$r = \sqrt{\left[\phi\left(\frac{\xi}{\sin \alpha_3}\right)\right]^2 + (e_0 - \xi \operatorname{ctg} \alpha_3)^2} \quad (2)$$

至于图解分析可以从图 1 中看出。

三、弯纱轮的安装条件和坐标变换

台车上针筒的中心线是铅垂的。弯纱轮芯轴装在弯纱轮支持臂上, 而支持臂芯轴与水平面夹角为 α_2 , 一般 $\alpha_2 = 3^\circ 30'$, 支持臂可以绕其芯轴回转, 弯纱轮芯轴从向上位置转到工作位置, 支持臂芯轴的转角称为安装角 α_1 , 一般 $\alpha_1 \approx 45^\circ$ 。弯纱轮外廓与针筒(圆柱面)相截割。针筒与弯纱轮片凹圆平面的截交线为一椭圆, 这椭圆在截割区的曲率半径是针筒半径的二倍左右, 是弯纱轮半径的几十倍, 因此可以把针筒上的截割弧作为直线, 即可将针筒圆柱面在截割区作为平面看待, 我们以钩针针杆截面圆心为基准, 称为针杆心平面。

作 $OXYZ$ 坐标系和 $O'X'Y'Z'$ 坐标系见图 2。

把弯纱轮片凹圆平面 S 作为 XOY 平面, 把片凹圆平面上的一条对准针筒中心线的直径作为 OX 轴, 方向为离开针筒中心。通过片凹圆与针筒的下割点 C 作 YOZ 平面, 使之与 OX 轴垂直。 OX 轴与 YOZ 平面的交点就是坐标原点 O 。 OX 轴与针筒中心线的夹角为 $90^\circ + \alpha_2$ 。

作 $Y'O'Z'$ 平面与针杆心平面 P 重合。过针筒中心线作 $X'O'Z'$ 平面, 该平面垂直于 $Y'O'Z'$ 平面。将 YOZ 平面与 $Y'O'Z'$ 平面的交线作为 $O'Y'$ 轴, 下割点 C 在 $O'Y'$ 轴上。这样, $X'O'Y'$ 平面是水平面, $O'Z'$ 轴铅垂向上, 钩针平行于 $O'Z'$ 轴。

这两个坐标系之间的坐标变换关系式为

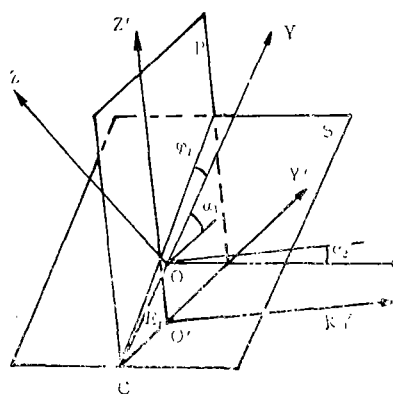


图 2 坐标系

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_2 & 0 & -\sin\alpha_2 \\ \sin\alpha_1\sin\alpha_2 & \cos\alpha_1 & \sin\alpha_1\cos\alpha_2 \\ \cos\alpha_1\sin\alpha_2 & -\sin\alpha_1 & \cos\alpha_1\cos\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -E_1\sin^2\alpha_1 \\ -E_1\sin\alpha_1\cos\alpha_1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

和

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_2 & \sin\alpha_1\sin\alpha_2 & \cos\alpha_1\sin\alpha_2 \\ 0 & \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 \\ -\sin\alpha_2 & \sin\alpha_1\cos\alpha_2 & \cos\alpha_1\cos\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_1\sin\alpha_1\sin\alpha_2 \\ 0 \\ E_1\sin\alpha_1\cos\alpha_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中 $E_1 = OC$ 。

四、主要截交线

1. 沉降片平面与针杆心平面的交线

设有一任意沉降片平面 Q_i ，它与片凹圆平面的交线和 OX 轴负方向的夹角为 γ (见图3)，则可求得 Q_i 平面的方程为

$$\begin{aligned} & x\sin\gamma\operatorname{tg}\alpha_3 + y\cos\gamma\operatorname{tg}\alpha_3 - z \\ & = \left(\sqrt{R^2 - E_1^2} - \frac{e_0}{\sin\gamma} \right) \sin\gamma\operatorname{tg}\alpha_3 \end{aligned}$$

而针杆心平面的方程为 $x' = 0$ ，运用坐标变换关系式(3)可求得沉降片平面 Q_i 与针杆心平面的交线 Q_{iv} 在 $Z'O'Y'$ 平面上的方程为

$$\begin{aligned} & y'(\cos\alpha_1\operatorname{tg}\alpha_3\cos\gamma + \sin\alpha_1) \\ & + z'(-\sin\alpha_2\operatorname{tg}\alpha_3\sin\gamma + \sin\alpha_1\cos\alpha_2\operatorname{tg}\alpha_3\cos\gamma - \cos\alpha_1\cos\alpha_2) \\ & = \sin\gamma\operatorname{tg}\alpha_3\sqrt{R^2 - E_1^2} + \cos\gamma\operatorname{tg}\alpha_3E_1\sin^2\alpha_1 - E_1\sin\alpha_1\cos\alpha_1 - e_0\operatorname{tg}\alpha_3 \end{aligned} \quad (5)$$

由此可求得 Q_{iv} 对 $O'Y'$ 轴的斜率 $\operatorname{tg}\beta$ ，而 β 角也是 Q_{iv} 与针夹角的余角。

从传动啮合的要求说，要求 β 角在 90° 左右，这样沉降片在两针之间就不易发生撑大两针间距的现象。可以证明，在满足 $\cos\alpha_1 \leq \frac{\sin\alpha_3}{\cos\alpha_2}$ 的前提下，当 $\gamma = \gamma_{z1}$ 和 $\gamma = \gamma_{z2}$ 时， $\beta = 90^\circ$ 。这里

$$\gamma_{z1} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{\sin\alpha_1\cos\alpha_2}{1 - \cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}}\right) + \arcsin\left(\frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_2\operatorname{ctg}\alpha_3}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}}\right) - 180^\circ \quad (6)$$

$$\gamma_{z2} = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_1\cos\alpha_2}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}}\right) - \arcsin\left(\frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_2\operatorname{ctg}\alpha_3}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}}\right) \quad (7)$$

而

$$\gamma_{z2} - \gamma_{z1} = 180^\circ - 2\arcsin\left(\frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_2\operatorname{ctg}\alpha_3}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}}\right) \quad (8)$$

2. 针杆心平面与片凹圆平面的交线

针杆心平面在 $O'X'Y'Z'$ 坐标系中的方程为 $x' = 0$ ，而在 $OXYZ$ 坐标系中的方程为

$$x\cos\alpha_2 + y\sin\alpha_1\sin\alpha_2 + z\cos\alpha_1\sin\alpha_2 + E_1\sin\alpha_1\sin\alpha_2 = 0$$

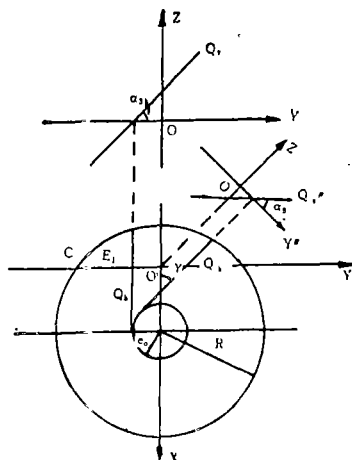


图3 任意沉降片平面

片凹圆平面在 $OXYZ$ 坐标系中的方程为 $z=0$, 而在 $O'X'Y'Z'$ 坐标系中的方程为

$$x'\cos\alpha_1\sin\alpha_2 - y'\sin\alpha_1 + z'\cos\alpha_1\cos\alpha_2 - E_1\sin\alpha_1\cos\alpha_1 = 0$$

这样可求得针杆心平面与片凹圆平面的交线 P_h 在片凹圆平面上对 OY 的斜率

$$-\operatorname{tg}\varphi_1 = -\sin\alpha_1\operatorname{tg}\alpha_2 \quad (9)$$

而它在针杆心平面上对 $O'Y'$ 轴的斜率为

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\cos\alpha_2} \quad (10)$$

这条交线通过 C 点, 并通过片凹圆与针杆心平面的上割点 B (见图4)。

设针杆心平面与片凹圆平面的夹角为 α_4 , 也可证明

$$\cos\alpha_4 = \cos\alpha_1\sin\alpha_2 \quad (11)$$

3. 弯纱轮外廓与针杆心平面的截迹线

设有一平面行于片凹圆平面的平面与片凹圆平面相距 ξ , 它与针杆心平面的交线 P_{ht} 同 ZOY 平面的夹角为 φ_1 , 同 ZOY 平面的交点的 Y 轴坐标值为 $(-E_1 - \xi\operatorname{ctg}\alpha_1)$ (见图4)。

在 $Y'O'Z'$ 平面作 $\eta''O''\eta''$ 坐标系, $O''\eta''$ 轴过 C 和 B , 原点 O'' 为 CB 的中点。可求得弯纱轮外廓与针杆心平面的截迹方程

$$\eta'' = \pm \sqrt{[f(\xi''\sin\alpha_4)]^2 - [\sqrt{R^2 - E_1^2} \cos\varphi_1 + (E_1 + \xi''\sin\alpha_4\operatorname{ctg}\alpha_1)\sin\varphi_1]^2} \quad (12)$$

这里 $\xi''\sin\alpha_4 = \xi$, $r = f(\xi)$ 。截迹线为对称。

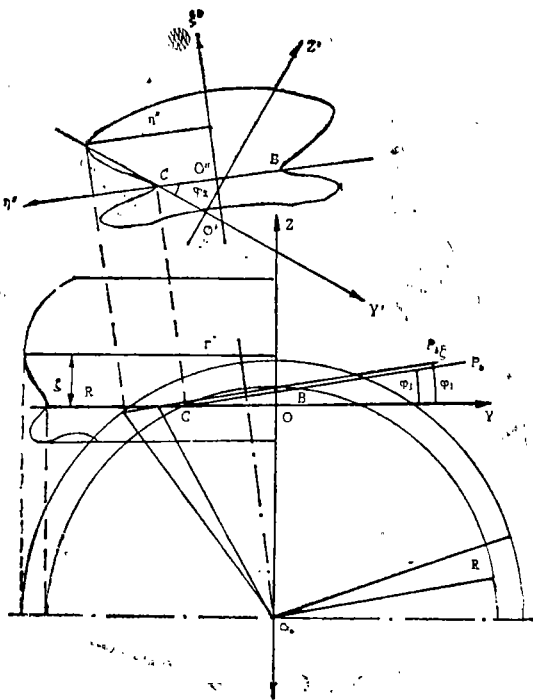


图4 弯纱轮外廓与针杆心平面的截迹线

五、弯纱轮的设计和计算

1. 弯纱轮沉降片与针啮合的要求

根据实践, 弯纱轮在工作位置时, 它与针啮合的片数, 如以片尖进入针间计, 一般为六片, 如以片肚进入针间计, 则进片数为八片, 这是因为弯纱轮是以片肚先进入针间的缘故。这样, 同时参加弯纱带纱的沉降片为六片, 而弯纱带纱区所对应的弯纱轮圆心角为 $5 \times \frac{360^\circ}{N} = \frac{1800^\circ}{N}$, N 为弯纱轮上的总片数。同时参加弯纱带纱的沉降片数不能太多, 太多则弯纱时纱线张力太大。也不能太少, 太少则为了保证能得到所要求的弯纱深度, 就要增大弯纱轮直径。

一般在片凹圆与针杆心平面上割点 B 处, 片凹

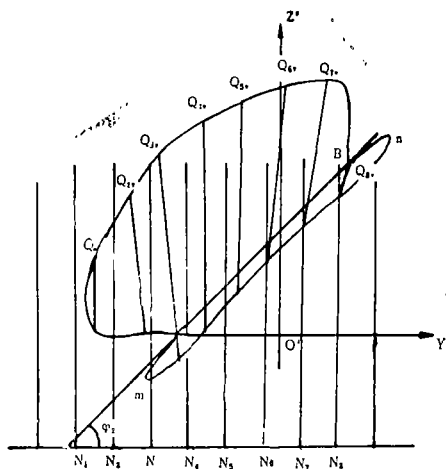


图5 弯纱轮沉降片与针啮合的要求

与针头高度相平,在片凹圆与针杆心平面下割点C处,片凹与针杆心相齐。为方便起见,把片凹与针头高度相平的沉降片编为第八片,把片肚刚进入针间的沉降片编为第一片。每相邻两片之间的片隔角为 $\gamma_{i+1} - \gamma_i = \frac{360^\circ}{N}$ 。因为沉降片有一定厚度,现把沉降片左侧面(根据图5中沉降片的状态来判别左、右侧面)作为沉降片平面。观察各沉降片平面与针杆心平面的交线 Q_{iv} ,讨论片与针啮合的要求(见图5)。

$Q_{8v}(\gamma = \gamma_8)$ 交线线段下端与左边的针接触,上端为片凹与针头高度相平;

$Q_{7v}(\gamma = \gamma_7)$ 交线线段下端与左边的针接触,这样针才能传动弯纱轮回转,上端不与针接触;

$Q_{6v}(\gamma = \gamma_6)$ 交线线段下端与左边的针很近,上端不与针接触;

$Q_{5v}(\gamma = \gamma_5)$ 交线线段在两针之间,上下两端都不与针接触;

$Q_{4v}(\gamma = \gamma_4)$ 交线线段平行于针,并且在两针中间偏右;

$Q_{3v}(\gamma = \gamma_3)$ 交线线段的上、下端都不与针接触,下端离右针较近,片凹与针杆心相齐;

$Q_{2v}(\gamma = \gamma_2)$ 交线线段上端不与针接触,片尖与右边针接触并且与针杆心平面相齐,为了使针传动弯纱轮时弯纱轮不能反拨,要有适当的接触压力;

$Q_{1v}(\gamma = \gamma_1)$ 交线线段很短,平行于针并且在两针中间偏右,因为这片是进片第一片,应能自由进入两针之间。

以上是对安装位置时啮合状态的要求。至于传动过程中啮合的要求简述如下:各交线 Q_{iv} 的线段上端不能与针接触; Q_2 的片尖必须和右边的针接触; Q_{8v} 和 Q_{7v} 的线段下端必须和左边的针接触,其接触压力越大(工厂用语为越硬)则针的变形就越大,因此接触压力应适当。

2. 弯纱轮各工作参数的计算

根据上述对啮合的要求,可计算弯纱轮的各个工作参数。

1) 弯纱轮的安装角 令

$$\gamma_4 - \gamma_1 = \gamma_{z2} - \gamma_{z1} = 180^\circ - 2\arcsin\left[\frac{\cos\alpha_1 \cos\alpha_2 \operatorname{ctg}\alpha_3}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_1 \cos^2\alpha_2}}\right]$$

而 $\gamma_4 - \gamma_1 = 3 \times \frac{360^\circ}{N}$, 得

$$\cos\alpha_1 = \frac{\cos\frac{540^\circ}{N}}{\cos\alpha_2 \sqrt{\cos^2\frac{540^\circ}{N} + \operatorname{ctg}^2\alpha_3}} \quad (13)$$

2) 安装位置时各沉降片平面的位置角 γ_i

$$\gamma_1 = \gamma_{z1} = \arcsin\left[\frac{\sin\alpha_1 \cos\alpha_2}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_1 \cos^2\alpha_2}}\right] - 90^\circ - \frac{540^\circ}{N} \quad (14)$$

$$\gamma_2 = \gamma_1 + \frac{360^\circ}{N}$$

$$\gamma_3 = \gamma_1 + \frac{360^\circ}{N} \times 2 = \gamma_5$$

$$\gamma_4 = \gamma_1 + \frac{360^\circ}{N} \times 3 = \gamma_{z2}$$

$$h_k = R(1 - \cos \frac{900^\circ}{N}) + \frac{b}{2} \quad (21)$$

因为 $\overline{BC} = 2R \sin \frac{900^\circ}{N}$ 和 $z_B' = \overline{BC} \sin \varphi_2$, 所以

$$H = (R \sin \frac{900^\circ}{N} + \sqrt{R^2 - (R - h_k)^2}) \sin \varphi_2 \quad (22)$$

这里

b —针杆直径

在生产实践中,有时需要改变弯纱深度,但改变弯纱深度就要改变安装位置和啮合状态,所以调节弯纱深度只能在 h_k 值左右很小的范围内调节。另外,针头长度必须小于带纱高度 H 。

3. 弯纱轮沉降片工作外形的设计

有两种设计沉降片工作外形的方法,即分析法和图解法。我们将重点讨论分析法。

根据沉降片与针的啮合要求在 $Y'O'Z'$ 平面上设计弯纱轮外廓与针杆心平面的截迹线(图5)。设计时要考虑针杆直径和沉降片厚度 p 。

沉降片左侧面与针杆心平面的交线在 $Y'O'Z'$ 平面上的方程为方程(5)。

沉降片右侧面与针杆心平面的交线在 $Y'O'Z'$ 平面上的方程为

$$\begin{aligned} & y'(\cos \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_3 \cos \gamma + \sin \alpha_1) \\ & + z'(-\sin \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_3 \sin \gamma + \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_3 \cos \gamma - \cos \alpha_1 \cos \alpha_2) \\ & = \sin \gamma \operatorname{tg} \alpha_3 \sqrt{R^2 - E_1^2} + \cos \gamma \operatorname{tg} \alpha_3 E_1 \sin^2 \alpha_1 - \left(e_0 - \frac{p}{\sin \alpha_3} \right) \operatorname{tg} \alpha_3 \\ & - E_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\gamma = \gamma_1 + \frac{360^\circ}{N}(i-1)$$

第一根针 N_1 在 Q_{1v} 的左面。为了在机器运转时针变形后 Q_{1v} 仍在两针中间,我们使弯纱轮在安装位置时 Q_{1v} 处于两针中间偏右,因此 N_1 的右侧线方程为 $y' = a_1 R - 0.5t$, 而 N_i 的右侧线方程为

$$y' = a_1 R + (i-1.5)t \quad (24)$$

N_i 的左侧线方程为

$$y' = a_1 R + (i-1.5)t - b \quad (25)$$

这截迹线是各沉降片平面与针杆心平面的交线线段的上端点连线和下端点连线所形成的对称封闭曲线。我们可以求得 y_C' 、 z_C' 和 y_B' 、 z_B' , 可以在 $i = 6.5 \sim 8.5$ 范围内将式(5)和式(24)联立求出各交点的坐标值。

为了使 Q_2 的片尖与右边的针以适当的压力接触,在 $i = 3 \sim 3.4$ 范围内,把式(23)与 $y' = a_1 R + (i-1.4)t - b$ 联立求得各交点的坐标值作为 m 及附近各点的坐标值。

以上各点是截迹线上的点。至于截迹线上其余各点的求得,只要考虑曲线连接平滑,截迹线对称和符合啮合要求就行了。

$Y'O'Z'$ 坐标系和 $\eta''O''\xi''$ 坐标系之间的坐标变换关系式是

$$\begin{cases} \eta'' = -y'\cos\varphi_2 - z'\sin\varphi_2 + y'_0''\cos\varphi_2 + z'_0''\sin\varphi_2 \\ \xi'' = -y'\sin\varphi_2 + z'\cos\varphi_2 + y'_0''\sin\varphi_2 - z'_0''\cos\varphi_2 \end{cases} \quad (26)$$

用式(26)可以把截迹线上各点在 $Y'O'Z'$ 坐标系中的坐标值转换成在 $\eta''O''\xi''$ 坐标系中的坐标值。这里

$$\begin{cases} y'_0'' = R \sin \frac{900^\circ}{N} \cos\varphi_2 - E_1 \cos\alpha_1 \\ z'_0'' = R \sin \frac{900^\circ}{N} \sin\varphi_2 \end{cases} \quad (27)$$

求得截迹线左半部上某点的坐标值 η_K'' 和 ξ_K'' 后,就可求得弯纱轮外廓在相应处的纵坐标值 ξ_K 和半径 r_K (见图1)

$$\begin{cases} \xi_K = \xi_K'' \sin\alpha_4 \\ r_K = \sqrt{\eta_K''^2 + [\sqrt{R^2 - E_1^2} \cos\varphi_1 + (E_1 + \xi_K \operatorname{ctg}\alpha_1) \sin\varphi_1]^2} \end{cases} \quad (28)$$

再可求得沉降片工作外形曲线上相应点在 $\eta'O_2\xi'$ 坐标系中的坐标值

$$\begin{cases} \eta_K' = \xi_K / \sin\alpha_3 \\ \xi_K' = \sqrt{r_K^2 - (e_0 - \xi_K \operatorname{ctg}\alpha_3)^2} \end{cases} \quad (29)$$

求出沉降片工作外形曲线上各点的坐标值,这样就得到了沉降片工作外形曲线。至于图解法,从上述分析中很容易看出,这里就不再赘述。

参 考 文 献

- [1] 陈明,《针织机设计原理》,纺织工业出版社,1982
- [2] 天津纺织工学院,《针织学(第一分册纬编)》,纺织工业出版社,1980
- [3] Бурде М. В. Теория зацепления и профилирования кулирного и других колес петлеобразующей системы круглой трикотажной машины МТ,《Технология легкой промышленности》,1959, No.1

86009

台车弯纱轮工作的数学分析和设计《无锡轻工业学院学报》1986年

第五卷, 第一期

主题词 针织; 台车; 沉降片; 啮合/弯纱轮

摘要 本文分析了弯纱轮的几何结构, 分析了针筒与弯纱轮啮合的空间几何关系, 提出了弯纱轮设计的方法和公式。这种分析方法不仅适用于弯纱轮, 也可应用于其它各种沉降片轮。

作者: 王晋棠

86009

MATHEMATICAL ANALYSIS and DESIGN of the BURR WHEEL of LOOPWHEEL MACHINE《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》, Vol.5, No.1, 1986

SUBJECT WORDS knitting, loopwheel machine sinker; mesh/burr wheel
ABSTRACT The geometry of burr wheel and its meshing with the cylinder are analyzed to put forward the burr wheel design procedures and formulas. The method of the analysis not only applies to the burr wheel but also applies to other bladed burr wheels.

Author: Wang Jingtang