

计算机最佳分段线性校正

陈进华

(自动化系)

引 言

在微机处理控制系统中,经常要对检测量,经模数转换器转换成数字量后进行非线性校正。非线性校正方法很多,但对于微处理机要进行非线性运算,势必影响其速度。根据测试精度要求,兼顾微处理机内存容量和程序复杂度等,本文介绍一种方法:先使用计算机(配有高级语言的)进行最佳分段,用差位折线线性逼近非线性曲线,把非线性问题转换成最佳分段线性问题,然后建立相关数据表,把查表和运算结合起来用于微处理机中进行最佳分段线性校正。

一、逼近函数与最佳分段线性逼近

由于线性校正很接近于一个线性逼近函数的问题,而最佳分段校正正如最佳分段一致逼近。因此它的命题表述如下。

对于给定函数 $f(x)$,该函数为区间 $[a, b]$ 上属于函数族 R 的一个函数,求函数 $p(x) \in S$,其中 S 为某一选定的函数族,且该函数在区间 $[a, b]$ 上划分的区段数 N 最少,并能各段满足, $\epsilon(y) \leq \epsilon^0$,这里 ϵ^0 为允误差值, $\epsilon(y)$ 则为 $f(x)$ 的反函数 $\varphi(y)$ 与 $P(x)$ 的反函数 $\psi(y)$ 的偏差估计,函数 $P(x)$ 则称最少分段逼近函数。

根据最大偏差准则,对给定函数 $f(x)$,若已寻找到最少分段逼近函数 $P(x)$,并使得其模的最大偏差 L 在所分析 $[X_i, X_{i+1}]$ 上又是最小,则称 $P(x)$ 为最佳分段逼近。

$$L = \sup_{y \in G_i} |\varphi(y) - \psi(y)|$$

(G_i 为函数 $f(x)$ 在 $x \in [x_i, x_{i+1}]$ 的值域)

逼近通常有三种方法:内插法,外推法,混合法(内插法与外推法混合)。本文采用与前三种方法不同的外插法。前三种都是从函数的内点出发,所以对于所求的一级线性 $P(x)$ 函数不能完全满足最佳分段逼近,而后者则可从函数内点外的 ϵ_0 邻域中出发,因此,可完全满足最佳分段逼近。当然无论哪种方法对于求解高阶 $P(x)$ 函数都难以用有限算法来实现。

二、求解最佳分段线性校正问题

对于一般的分段校正方法都是通过人工观察和估计来分段的,这种方法不能满足最佳分段的要求。本文则对最佳分段线性校正检测工程上的应用作一求解。

最佳分段线性校正的基本思想是如何用折线逼近曲线,如图1所示。在保证精度的情况下使得折线段数最少,然后建立近似值 X_L 与测量值 Y_C 的直接线性关系。

先寻找一组折线 $L_1, L_2 \dots L$ 来作为 $P(x)$ 使得在 $|X_C - X_L| \leq \epsilon_0$ 的条件下段数 N 为最少。设 $N = 3$ 时,如果 L_1, L_2, L_3 一旦确定,那么这种校正关系便可表达为:

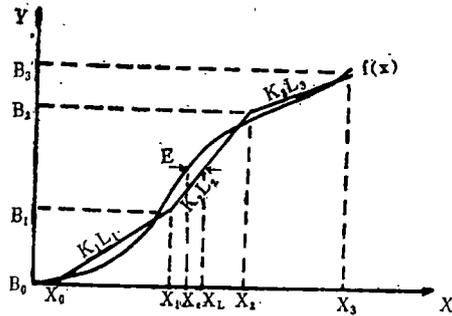


图1 折点连续最佳分段线性校正

$$X_L = \begin{cases} (Y_C - B_0) \cdot K_1^{-1} + X_0 & B_0 \leq Y_C < B_1 \\ (Y_C - B_1) \cdot K_2^{-1} + X_1 & B_1 \leq Y_C < B_2 \\ (Y_C - B_2) \cdot K_3^{-1} + X_2 & B_2 \leq Y_C \leq B_3 \end{cases}$$

这样一段只需要三个参数,而且只进行一次减法,一次乘法和一次加法即可。

最佳分段线性校正可分为:连续折线法和差位相连折线法两种。

1. 连续折线法

其数学表达式为

$$P(x) = \begin{cases} K_1 X + B_0 & X \in [X_0, X_1] \\ K_2 X + K_1(X_1 - X_0) + B_0 & X \in [X_1, X_2] \\ \dots\dots \\ K_n X + K_{n-1}(X_{n-1} - X_{n-2}) + K_{n-2}(X_{n-2} - X_{n-3}) + \dots + K_1(X_1 - X_0) + B_0 & X \in [X_{n-1}, X_n] \end{cases}$$

限制条件

$$|X_C - X_L| \leq \epsilon_0$$

目标函数为 $\begin{cases} N(X_i, K_{i+1}) & i = 0, 1 \dots N-1 \\ \epsilon(y) \end{cases}$

在目标函数 N 最小的情况下,使 ϵ 为最小。

非常遗憾的是这种连续法若用最优化方法来求解,程序复杂度 $O(N)$ 的增长极大,以至在有限时间中不能解决。因此势必要寻找其它方法。

2. 差位相连折线法

连续折线法复杂度大,是否能用不连续的折线法来表达呢?从工程要求上来说 $f(x)$ 通常是单调函数,偏差又只要求 $|X_C - X_L| \leq \epsilon_0$ 即可(如图2所示)。所以, X_L 允许在精度范围内多值。因而问题可简化为在同一 Y 值上,满足精度的情况下折线可进行 X 差位连接(在内点外的

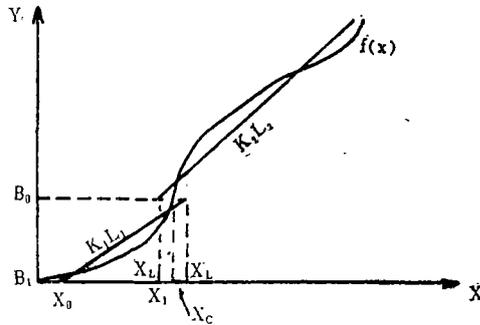
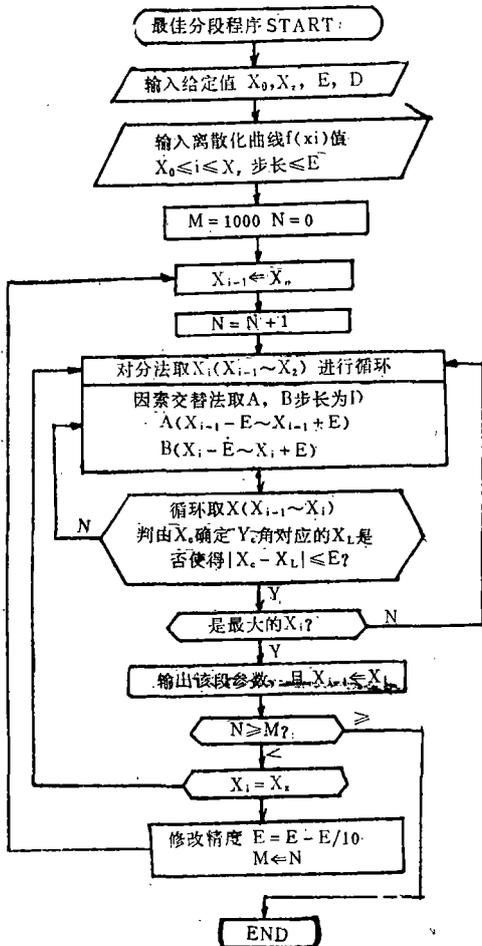


图2 折点差位最佳分段线性校正

ϵ_0 邻域内)。这样就原来的目标函数 N 的关联自变量优化问题转换成逐段依秩使线段所能表达的 Y 值范围最大的问题，从而找出最小段数 N 。一旦 N 确定后，在不改变最少段数 N 的情况下，减小误差 N ，使其达到最小误差，这样的问题便得解。程序框图如下：



- ① X_0 通常等于零，需要分段优化时取下界
- ② X_2 满量程或上界。
- ③ E 为精度，通常把它扩大成单位，常取 $E = 1$
- ④ D 分辨率常取 $E/100 \sim E/10$
- ⑤ M, N 存段数用的变量

图3 差位相连折线程序框图

三、模拟结果与验证

若已知一条非线性曲线 $Y = 3x - 50e^{-x/500}\sin(3.14159x/500)$ (实际上只要给出一组数据即可)。给定量程为0到130, 精度为0.1, 分辨度为0.01。

首先把精度0.1作为单位, 则 $X_0 = 0$, $XZ = 1300Z = 1$ $D = 0.1$ 。通过上下的程序可求得下列分段数据(表1)

表1 分段数据表

N = 4 E = 1	n = 1	$X_0 = 0.9$	$B_0 = 0$	$K_1^{-1} = 0.355868$
	n = 2	$X_1 = 162.9$	$B_1 = 455.23$	$K_2^{-1} = 0.325670$
	n = 3	$X_2 = 388.0$	$B_2 = 1152.25$	$K_3^{-1} = 0.324107$
	n = 4	$X_3 = 699.1$	$B_3 = 2108.73$	$K_4^{-1} = 0.336682$
N = 4 E = 0.9	n = 1	$X_0 = 0.8$	$B_0 = 0$	$K_1^{-1} = 0.356802$
	n = 2	$X_1 = 153.8$	$B_1 = 428.81$	$K_2^{-1} = 0.327687$
	n = 3	$X_2 = 350.1$	$B_2 = 1033.05$	$K_3^{-1} = 0.322730$
	n = 4	$X_3 = 666.1$	$B_3 = 2009.40$	$K_4^{-1} = 0.336395$

从表1可以看出, 在满足精度的情况下的最少段数 $N = 4$, 我们可取精度最好的那一组数据作为最佳分段数据。

任意假设几个测量值 Y_c , 来验证 $f(x)$ 所对应的 X_c 和 Y_c 用 $1/L$ 直线代替后所确定的 X_L 值之间的误差。

表2 验算表

假 设	X_c	$X_L = (Y_c - B_{i-1}) \cdot K_i^{-1} + X_{i-1}$	$E = X_c - X_L E_0 = 1$
$Y_c = 172$	63	62.17	0.83 $< E_0$
$Y_c = 778$	269	268.23	0.77 $< E_0$
$Y_c = 1215.06$	409	408.84	0.16 $< E_0$
$Y_c = 2637$	877	877.21	0.21 $< E_0$

从表2中可知误差都小于 E_0 。

四、相关数据表与查表运算

以上的工作是通过计算机预先所做的, 现在只要用这个最佳分段数据参数在作为控制用的微处理机中建立数据表格, 然后编一查表运算的汇编语言程序, 即可进行实时最佳分段线性校正。相关数据表如下:

表3 相关数据表

地 址	地 址	地 址
LOC ADDR: B_0	$ADDR + N$: X_0	$ADDR + 2N$: K_1^{-1}
B_1	X_1	K_2^{-1}
B_2	X_2	K_3^{-1}
B_3	X_3	K_4^{-1}
...
B_{n-1}	X_{n-1}	K_n^{-1}

查表时先确定 Y_c 属于那一段，然后由地址相关关系找相应的 K_i^{-1} 和 K_{i+1}^{-1} ，再按下式计算。

$$X_L = (Y_c - B_{i-1}) \cdot K_i^{-1} + X_{i-1} \quad (i \text{ 表示第几段})$$

查表、运算程序框图如下。

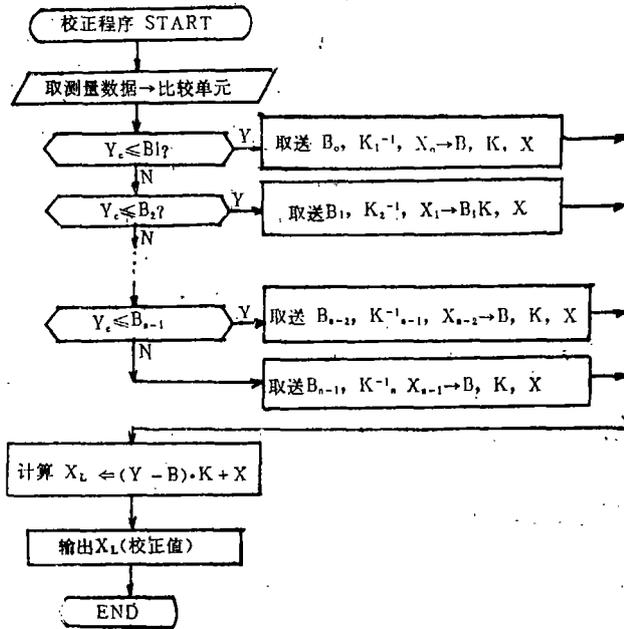


图4 查表运算程序框图

五、讨 论

本文所介绍的最佳分段线性校正法是根据工程上的要求，允许 X 在精度范围内多值的情况下采用差位折线连接的最佳分段，如果要做到连续折线连接求得最佳分段，并且程序的时间复杂度在许可的范围内，这还有待探讨。

参 考 文 献

- [1] 《数学手册》，第十七章“误差理论与实验数据处理”，第十八章“最优化方法”，人民教育出版社
- [2] 高光润、夏雪生：《微处理器在电测技术中的应用》，机械工业出版社

86030

表面活性剂对蔗糖结晶MA、CV及CRI影响的研究，《无锡轻工业学院学报》，1986年，第5卷，第4期

主题词 表面活性剂；蔗糖；结晶

摘要 本文对制糖工业常用的几种表面活性剂在影响蔗糖结晶平均孔径(MA)，变异系数(CV)及晶体现一性指数(CRI)方面作了系统的研究。参考国内外资料，我们自行设计组装了一套性能良好的实验室模拟煮糖装置，它充分满足试验要求。试验结果表明：在糖膏煮炼过程中，应该选用降粘和降表面张力作用强，受糖液性质影响小的非离子型表面活性剂，这不仅可以降低度蜜纯度，缩短煮糖时间，而且可以改善蔗糖晶体外形和均匀度，提高成品白砂糖的感观质量。

作者：王文生、汪菊明

86032

微型计算机多点温度与电动机转速检测与控制，《无锡轻工业学院学报》，1986年，第5卷，第4期

主题词 计算机控制；温度测量；温度控制；电动机/电动机转速检测与控制

摘要 本文介绍了自行车烘漆线的微机控制系统的结构与原理，阐述了程序设计的方法；理论分析计算了速度系统与温度系统的动态性能指标，结果与实际情况大体相符；对系统的特点及进一步开发作了探讨。本系统能自动调节温度与电动机的相互关系，可推广应用于食品，轻工等行业的许多类似的生产自动线。

作者：孙荣胜、胡寿安、沈继祖

86031

饲料组份的容许误差及添加超量的简化计算，《无锡轻工业学院学报》，1986年，第5卷，第4期

主题词 均匀性；混合；差异系数；容许误差；组分的保证值；组分的超量

摘要 本文提出了一种在混合饲料加工中，计算组分含量的容许误差和添加超量的简化方法。它采用一组直线代替了过去所需的二次曲线。

作者：盛亚白

86033

计算机最佳分段线性校正，《无锡轻工业学院学报》，1986年，第5卷，第4期

主题词 一致逼近；数据处理；线性校正；非线性处理

摘要 本文介绍了一种最佳分段线性校正的工程方法。它基于一致逼近的原理，采用不连续折线一致逼近非线性曲线。把非线性问题转化成最佳分段线性问题，然后建立相关数据表，把查表和运算结合起来用于微处理机中进行最佳分段线性校正。

作者：陈进华

86032

A MICROCOMPUTER MEASURING and CONTROLLING SYSTEM for MULTIPOINT of TEMPERATURE and the ROTATION RATE of MOTOR «Journal of the Wuxi Institute Light Industry», Vol.5, No.4, 1986

SUBJECTWORDS computer control, temperature measurements, electric machines/the rotation rate measurement and control of motor

ABSTRACT The structure and principle of a micro computer control system for stoving finish automation line in bicycle factory is introduced. Its programming method is expounded. The dynamic performance indexes of its rotation rate and temperature are analyzed and calculated in theory, and the results are basically tallied with the actual situation. The characteristic of this system and its further development are explored. This system can automatically adjust the relation between temperature and rotation rate and is applicable to other similar of automation line in food and light industries, etc.

Author, Sun Rongsheng, Hu Shouan, Shen Jizu

86030

EFFECT of SURFACTANTS on MA, CV and CRI of SUCROSE CRYSTALS «Journal of the Wuxi Institute Light Industry», Vol.5, No.4, 1986

SUBJECTWORDS surfactant, sucrose, crystal

ABSTRACT A systematic investigation on effect of a few surfactants usually used in sugar manufacture on MA(Mean Aperture), CV (Coefficient of Variation) and CRI (Crystal Regularity Index) of sucrose crystals is presented. In term of reference materials, a set of simulated boiling apparatus which performs satisfactorily, to meet the needs of tests is designed and installed. The results of tests show during boiling, we should select nonionic surfactants which are greater in reducing of viscosity and surface tension, and are not affected by nature of sugar solution. Not only can these surfactants reduce the purity of black molasses and shorten the boiling time, but also improve the sensitive qualities of white sugar, such as sucrose crystals shape and uniformity.

Author, Wang Wensheng, Uang Juming

86033

OPTIMAL SEGMENT LINEAR CALBRATION WITH COMPUTER «Journal of the Wuxi Institute Light Industry», Vol.5, No.4, 1986

SUBJECTWORDS uniform approximation, data processing/linear calibration, nonlinear process

ABSTRACT A new engineering method of optimal segment linear calibration, is introduced. It is based on the principle of uniform approximation, adopting the method of approximating nonlinear curve with noncontinuous bent line uniformly. Nonlinear problems are converted into optimal segment linear problems. Then a related data table can be set up, and table checking and calculating are combined for optimal segment linear calibration in microprocessor.

Author, Chen Jinhua

86031

A SIMPLIFIED CALCULATION METHOD of TOLERANCE ERRORS and EXCESS of FEED COMPONENTS «Journal of the Wuxi Institute Light Industry», Vol.5, No.4, 1986

SUBJECTWORDS uniformity, mixing coefficient of variation, tolerance errors, Guarantee of component, excess of component

ABSTRACT A simplified calculation method of tolerance errors and excess of feed components in feed manufacturing is presented. A group of straight lines are used in the method instead of two groups of curves that were applied before.

Author, Sheng Yabai