

摆动筛运动的数学分析

周礼聪

(基础课部)

在粮食、食品工程中,常用筛分和筛析设备,将固体混合物分离为两个以上部分,使每一部分较原混合物更为均匀。

如图1,摆动筛AC装在铰接金属支架 O_1A 和 O_2C 上,当其被偏心轮或曲柄驱动时,筛面作近似直线的往复运动。筛面可以是水平或略带倾斜。

本文用数学分析法来精确分析筛子和物料的运动性质。

一、运动分析

图1中 OB 为曲柄, AB 为连杆, O_1A , O_2C 是支架摇杆。 OO_1 为中心距。图中 $OB=R$, $AB=L$, $O_1A=l_1$, $OO_1=d$ 。设曲柄最右位置 B_0 。对应着筛子 A 点最右位置 A_0 。由图中 $\triangle OO_1A_0$ 知

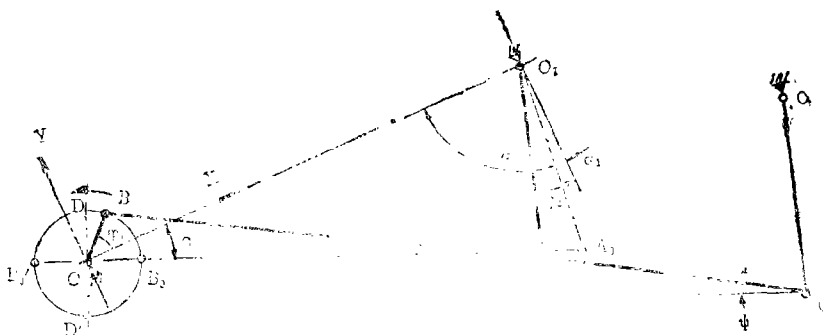


图1 曲柄传动摆动筛示意图

$$\beta = \arccos \frac{(R+L)^2 + d^2 - l_1^2}{2(R+L)d} \quad (1)$$

$$\alpha = \arccos \frac{l_1^2 + d^2 - (R+L)^2}{2l_1d} \quad (2)$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

以O点为原点建立直角坐标系, A、B两点的座标为

$$x_B = R \cos \phi_1$$

本文1987年1月9日收到。

$$y_B = R \sin \phi_1$$

$$x_A = d - l_1 \sin \phi_3$$

$$y_A = -l_1 \cos \phi_3$$

$$\overline{AB}^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$$

$$= [(d - l_1 \sin \phi_3) - R \cos \phi_1]^2 + [-l_1 \cos \phi_3 - R \sin \phi_1]^2$$

整理得

$$L^2 = d^2 + l_1^2 + R^2 + 2l_1R(\cos \phi_1 \sin \phi_3 + \cos \phi_3 \sin \phi_1)$$

$$- 2dl_1 \sin \phi_3 - 2Rd \cos \phi_1$$

即

$$\begin{aligned} \frac{d^2 + l_1^2 + R^2 - L^2}{2Rl_1} - \frac{d}{l_1} \cos \phi_1 &= \frac{d}{R} \sin \phi_3 - (\cos \phi_1 \sin \phi_3 + \cos \phi_3 \sin \phi_1) \\ &= \sin \phi_3 \left(\frac{d}{R} - \cos \phi_1 \right) - \cos \phi_3 \sin \phi_1 \end{aligned} \quad (4)$$

令

$$\frac{d^2 + l_1^2 + R^2 - L^2}{2Rl_1} - \frac{d}{l_1} \cos \phi_1 = f \quad (5)$$

$$\frac{d}{R} - \cos \phi_1 = b \quad (6)$$

$$\sin \phi_1 = c \quad (7)$$

故得

$$f = b \sin \phi_3 - c \cos \phi_3 \quad (8)$$

等式两端各乘以

$$\frac{1}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

$$\frac{f}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2}} \sin \phi_3 - \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} \cos \phi_3$$

参阅图 2

$$\frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \sin \theta$$

则

$$\frac{b}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \cos \theta$$

所以

$$\frac{f}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \cos \theta \sin \phi_3 - \sin \theta \cos \phi_3 = \sin(\phi_3 - \theta)$$

$$\phi_3 - \theta = \arcsin \frac{f}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

$$\phi_3 = \arcsin \frac{f}{\sqrt{b^2 + c^2}} + \arctg \frac{c}{b} \quad (9)$$

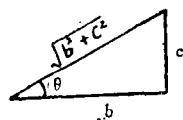


图 2

代表筛子A点的位移规律

$$S = (\phi_3 - \alpha_1) l_1 \quad (10)$$

为了求支架摇杆 O_1A 的角速度 ω_3 , 将公式(8)对时间 t 求导

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= \frac{db}{dt} \sin \phi_3 + b \cos \phi_3 \frac{d\phi_3}{dt} - \frac{dc}{dt} \cos \phi_3 + c \sin \phi_3 \frac{d\phi_3}{dt} \\ &= \frac{db}{dt} \sin \phi_3 + b \omega_3 \cos \phi_3 - \frac{dc}{dt} \cos \phi_3 + c \omega_3 \sin \phi_3 \end{aligned} \quad (11)$$

按(5)、(6)、(7)三式得

$$\begin{aligned} \frac{df}{dt} &= \frac{d}{l_1} \sin \phi_1 \frac{d\phi_1}{dt} = \frac{d}{l_1} \omega_1 \sin \phi_1 \\ \frac{db}{dt} &= \sin \phi_1 \frac{d\phi_1}{dt} = \omega_1 \sin \phi_1 \\ \frac{dc}{dt} &= \cos \phi_1 \frac{d\phi_1}{dt} = \omega_1 \cos \phi_1 \end{aligned}$$

式中 ω_1 是曲柄回转角速度, $\omega_1 = \frac{\pi n}{30}$ 可看作常数, 代入公式(11)得

$$\begin{aligned} \frac{d}{l_1} \omega_1 \sin \phi_1 &= \omega_1 \sin \phi_1 \sin \phi_3 + b \omega_3 \cos \phi_3 - \omega_1 \cos \phi_1 \cos \phi_3 \\ &\quad + c \omega_3 \sin \phi_3 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} (b \cos \phi_3 + c \sin \phi_3) \omega_3 &= \frac{d}{l_1} \omega_1 \sin \phi_1 - \omega_1 \sin \phi_1 \sin \phi_3 + \omega_1 \cos \phi_1 \cos \phi_3 \\ \omega_3 &= \frac{\left[\frac{d}{l_1} \sin \phi_1 + \cos(\phi_1 + \phi_3) \right] \omega_1}{b \cos \phi_3 + c \sin \phi_3} \end{aligned} \quad (13)$$

因此筛的速度 v 为

$$v = \omega_3 l_1 \quad (14)$$

为了求支架摇杆 OA_1 的角加速度 ε_3 , 再将(12)式对时间 t 求导

$$\begin{aligned} \frac{d}{l_1} \omega_1 \sin \phi_1 \frac{d\phi_1}{dt} &= \left[\omega_1 \cos \phi_1 \frac{d\phi_1}{dt} \sin \phi_3 + \omega_1 \sin \phi_1 \cos \phi_3 \frac{d\phi_3}{dt} \right] \\ &\quad + \left[\frac{db}{dt} \omega_3 \cos \phi_3 + b \frac{d\omega_3}{dt} \cos \phi_3 - b \omega_3 \sin \phi_3 \frac{d\phi_3}{dt} \right] \\ &\quad + \left[\omega_1 \sin \phi_1 \frac{d\phi_1}{dt} \cos \phi_3 + \omega_1 \cos \phi_1 \sin \phi_3 \frac{d\phi_3}{dt} \right] \\ &\quad + \left[\frac{dc}{dt} \omega_3 \sin \phi_3 + c \frac{d\omega_3}{dt} \sin \phi_3 + c \omega_3 \cos \phi_3 \frac{d\phi_3}{dt} \right] \\ \frac{d}{l_1} \omega_1^2 \cos \phi_1 &= \omega_1^2 \sin(\phi_1 + \phi_3) + 2\omega_1 \omega_3 \sin \phi_1 \cos \phi_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\omega_1\omega_3 \cos \phi_1 \sin \phi_3 + (b \cos \phi_3 + c \sin \phi_3)\varepsilon_3 \\
& - b\omega_3^2 \sin \phi_3 + c\omega_3^2 \cos \phi_3 \\
& = (\omega_1^2 + 2\omega_1\omega_3)\sin(\phi_1 + \phi_3) - \omega_3^2(b \sin \phi_3 - c \cos \phi_3) \\
& + \varepsilon_3(b \cos \phi_3 + c \sin \phi_3) \\
\varepsilon_3 = & \frac{-\frac{d}{l_1}\omega_1^2 \cos \phi_1 - (\omega_1^2 + 2\omega_1\omega_3)\sin(\phi_1 + \phi_3) - \omega_3^2(c \cos \phi_3 - b \sin \phi_3)}{b \cos \phi_3 + c \sin \phi_3} \quad (15)
\end{aligned}$$

所以筛的加速度

$$a = \varepsilon_3 l_1 \quad (16)$$

通过分析计算,求得筛的运动方程(10),(14)和(16)是位移、速度和加速度的普遍公式,可用以进一步作动力学分析。

假定有一小型筛,曲柄 $OB = R = 0.1$ 米, $OO_1 = d = 1$ 米, $AB = L = 0.9$ 米, $O_1A = l_1 = 0.4$ 米,曲柄转速 60 转/分。代入运动方程求得筛的位移、速度和加速度值如表 1。运动规律曲线如图 3。

表 1 筛子 A 点的位移、速度和加速度

ϕ_1 (度)	ϕ_3 (度)	ω_1 (1/秒)	ω_3 (1/秒)	ε_3 (1/秒 ²)	S (米)	v (米/秒)	a (米/秒 ²)
0	12.84	2π	0.2222π	10.1367	0.0094	0.2793	4.0547
15	14.98	2π	0.3442π	8.1055	0.0202	0.4325	3.2422
30	17.92	2π	0.4342π	5.4033	0.0450	0.5456	2.1613
45	21.39	2π	0.4866π	2.5294	0.0690	0.6115	1.0118
60	25.13	2π	0.5018π	-0.1838	0.0951	0.6306	-0.0735
75	28.92	2π	0.4834π	-2.4643	0.1216	0.6075	-0.9857
90	32.31	2π	0.4834π	-4.3917	0.1452	0.5497	-1.7567
105	35.35	2π	0.3686π	-5.9508	0.1665	0.4632	-2.3803
120	37.80	2π	0.2808π	-7.2470	0.1836	0.3529	-2.8988
135	39.51	2π	0.1774π	-8.2995	0.1955	0.2229	-3.3189
150	40.41	2π	0.0620π	-9.0308	0.2018	0.0779	-3.6123
165	40.43	2π	-0.0602π	-9.2957	0.2014	-0.0756	-3.7183
180	39.52	2π	-0.1818π	-8.9400	0.1956	-0.2285	-3.5760
195	37.73	2π	-0.2944π	-7.8918	0.1831	-0.3700	-3.1567
210	35.15	2π	-0.3886π	-6.2396	0.1651	-0.4883	-2.4958
225	31.95	2π	-0.4578π	-4.1395	0.1427	-0.5753	-1.6558
240	28.36	2π	-0.4970π	-1.7536	0.1177	-0.6246	-0.7014
255	24.59	2π	-0.5038π	0.7468	0.0914	-0.6330	0.2987

续表 1

270	20.89	2π	-0.4770π	3.2725	0.0655	-0.5994	1.3090
285	17.58	2π	-0.4172π	5.7329	0.0426	-0.5242	2.2932
300	14.71	2π	-0.3258π	7.9903	0.0224	-0.4094	3.1961
315	12.69	2π	-0.2070π	9.7100	0.0083	-0.2601	3.8840
330	11.66	2π	-0.0680π	10.9346	0.0011	-0.0355	4.3938
345	11.70	2π	0.0746π	11.1319	0.0014	0.0937	4.0547
360	12.84	2π	0.2222π	10.1367	0.0094	0.2793	4.0547

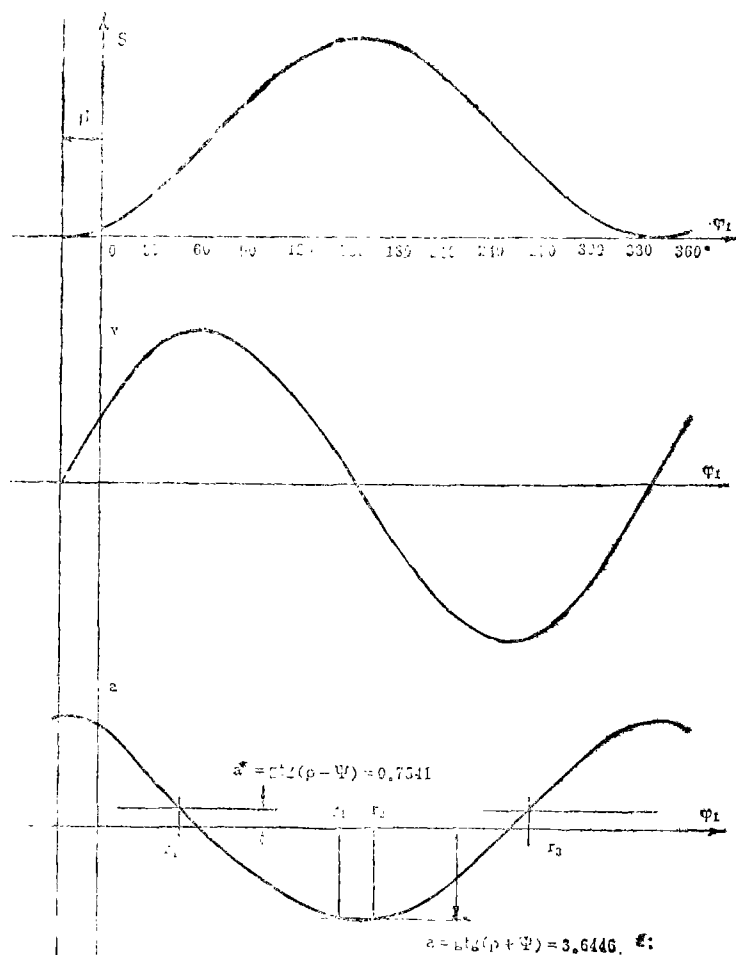


图3 运动规律曲线

二、动力学分析

如图4当支架摇杆 $O_1A=O_2C$ 时, ϕ_3 和 ϕ_4 角位移恒等, A 、 C 两点运动规律相同, A 点的运动规律可以代表整个筛面的运动规律。若 $O_1A \neq O_2C$ 则 ϕ_3 求出后,用求 ϕ_3 的相同方法求出 ϕ_4 ,然后求 C 点的运动规律。现在以 $O_1A=O_2C$, AC 倾角为 ψ ,对筛面上颗粒 M 作

动力学分析。

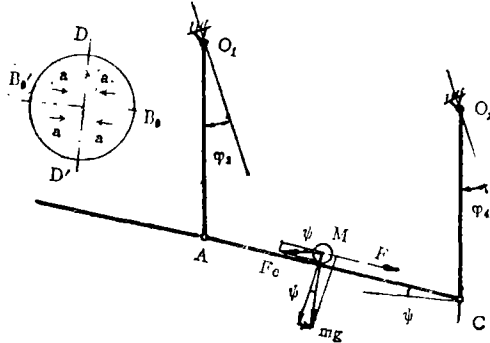


图4 颗粒受力图

曲柄 OB 回转时, 筛子 A 的加速度方向: $D \rightarrow B_0'$ 和 $B_0' \rightarrow D'$, 加速度 a 向右; $D' \rightarrow B_0$ 和 $B_0 \rightarrow D$, 加速度 a 方向向左。所以当曲柄自上心 D 逆时针转到 D' , 加速度方向向右, 惯性力 F_e 方向向左, 力的平衡方程如下

$$F_e \cos \psi - mg \sin \psi - F = 0$$

式中

mg ——颗粒重力

F ——颗粒与筛面之间的摩擦力 $(F_e \sin \psi + mg \cos \psi) \mu$

F_e ——惯性力 (ma)

所以

$$ma \cos \psi - mg \sin \psi - (ma \sin \psi + mg \cos \psi) \mu = 0$$

摩擦系数

$$\mu = \operatorname{tg} \rho \quad (\rho \text{ 是摩擦角})$$

$$a = g \frac{(\sin \psi + \mu \cos \psi)}{(\cos \psi - \mu \sin \psi)} = g \frac{\operatorname{tg} \psi + \mu}{1 - \mu \operatorname{tg} \psi}$$

$$a = g \operatorname{tg}(\rho + \psi) \quad (18)$$

当曲柄自 D' 逆时针转到 D 时筛的加速度方向向左, 则力的平衡方程

$$F_e \cos \psi + mg \sin \psi - F = 0$$

同理得

$$a^* = g \operatorname{tg}(\rho - \psi) \quad (19)$$

公式(18)、(19)中 g 、 ψ 为已知数, 若已知摩擦系数 μ 或摩擦角 ρ , 则当加速度向左时 $a > g \operatorname{tg}(\rho + \psi)$, 加速度向右时 $a > g \operatorname{tg}(\rho - \psi)$, 颗粒可相对于筛子运动。

例: 设 $\psi = 8^\circ$, $\mu = 0.22$, $\rho = 12.4^\circ$

$$|a| \geq g \operatorname{tg}(12.4^\circ + 8^\circ) = 3.6446 \text{ 米/秒}^2$$

$$|a^*| \geq g \operatorname{tg}(12.4^\circ - 8^\circ) = 0.7541 \text{ 米/秒}^2$$

从图 3, a ——曲线上可知, 曲柄 OB 回转角 ϕ_1 在 $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2$ 和 $\gamma_3 \rightarrow \gamma_4$ 角度范围内, 颗粒沿筛面可作相对运动。

通过以上数学运算和分析, 我们可以精确地求出摆动筛在曲柄回转一周(360°)范围内的筛子运动的位移、速度、加速度的变化规律和任一瞬间的具体数值。筛面上的颗粒物体, 由于受到重力、惯性力以及与筛面间的摩擦力的作用, 有时与筛面一起运动, 有时相对于筛面运动。求出相对运动的角度范围的大小, 就可以知道筛分作用的良好与否。这对筛分和筛析设备的设计和使用都有一定的参考价值。

参 考 文 献

- [1] 无锡轻工业学院、天津轻工业学院合编, 《食品工程原理》, 上册, p422, 轻工业出版社, 1985

87014

乳状液界面膜厚度与结构《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,

第2期

主题词 后上蜡;乳状液;界面膜;界面膜厚度;界面膜结构;电子显微镜;表面张力;粘度

摘要 对以混合非离子表面活性剂所乳化的82—123后上蜡乳状液用电镜法、粘度法、壳层法和表面张力法等四种不同方法研究了其界面膜的厚度,所得结果比较一致。同时论证了多层界面膜的结构模型。

作者:徐文俊、曹光群、刘俊逸等

87016

普通无心磨床提高磨削精度的几个问题《无锡轻工业学院学报》

1987年,第6卷,第2期

主题词 砂轮;导轮;托板;动压轴承;滑板

摘要 本文介绍普通无心磨床提高磨削精度的方法。对改进结构设计、改善静、动态成圆机理的条件进行了分析、试验,取得了较好的效果。一般情况下圆度可小于1微米,最高达0.3微米

作者:严正

87015

摆动筛运动的数学分析《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,

第2期

主题词 筛;筛分;运动规律;数学分析

摘要 本文分析了摆动筛的运动规律,并计算了位移、速度和加速度,分析了筛面上颗粒物体的受力情况,可供设计、制造和使用作参考。

作者:周礼聪

87017

优化设计摆动滚子从动件盘形凸轮机构《无锡轻工业学院学报》

1987年,第6卷,第2期

主题词 压力角;凸轮机构;最佳化

摘要 本文按推程许用压力角与回程许用压力角相等和不相等两种情况,分别提出了摆动滚子从动件盘形凸轮机构优化计算的目标函数和约束条件,这样的数学模型在IBM—PC机上用内点惩罚函数法计算已证实是可行的,在一般小型微机上也能进行

作者:顾连森

87016

SOME PROBLEMS of IMPROVING the GRINDING ACCURACY on PLAIN CENTERLESS GRINDING MACHINES《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.2, 1987

SUBJECTWORDS grinding wheel, regulating wheel, workrest blade, dynamic bearing, oil wedge

ABSTRACT This article introduces the methods of improving the grinding accuracy as well as makes analyses and tests in improving machine structures and the conditions to lighten the static and dynamic rounding theory on plain centerless grinding machines. Good results have been achieved, normally the roundness after grinding is less than 1 μm and the best can be as high as 0.3 μm .

Author, Yan Zheng

87017

THE OPTIMUM DESIGN of DISK CAM MECHANISM with SWINGING ROLLER FOLLOWER《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.2, 1987

SUBJECTWORDS pressure angles, cam mechanisms, optimization

ABSTRACT According to the equality or inequality of the permissible angles for rise and return, object function and constraints of optimum design of disk cam mechanism with swinging roller follower are proposed respectively in this paper. Such mathematical models are already proved to be feasible by interior penalty function method in the computer of IBM-PC, and in general microcomputer as well.

Author, Gu Liansen

87014

THICKNESS and STRUCTURE of the INTERFACIAL FILM of EMULSION《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.2, 1987

SUBJECTWORDS after wax, emulsion, interfacial film, thickness of interfacial film, structure of interfacial film, electron microscope, surface tension, viscosity

ABSTRACT The interfacial film thickness of after wax emulsion 82-123 emulsified by mixed non-ionic surfactant was studied by using electron-microscope method. Viscosity method, shell method and surface tension method. The results obtained from the four different methods are rather identical. At the same time, the structural models of polylayer interfacial films were confirmed and discussed.

Author, Xu Wenjun Cao Quanguan, Liu Junyi

87015

A MATHEMATICAL ANALYSIS of SIEVE SHAKER MOTION《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.2, 1987

SUBJECTWORDS sieve, screening, characteristics of motion, mathematical analysis

ABSTRACT This article analyzes the motion regularity of sieve shaker, calculates its displacement, velocity and acceleration, and makes analysis of the force bearing of the grain on the surface of sieve, which can be available for reference of designers, manufacturers and users.

Author, Zhou Licong