

二阶数字锁相环的模型和性能分析

赵雪梅

(自动化系)

一、前言

由于数字锁相环具有设计、构造以及维护简便的优点,因此近年来制作的各种全数字锁相环(DPLL),已十分广泛地应用于同步系统中。

本文利用一阶马尔可夫链环路模型分析的方法^{[3],[5]},作适当的修正后用来分析二阶DPLL。结果表明一个二阶DPLL能够以可列的一阶马尔可夫链为模型,同时这种可列值能够被看作为一阶马尔可夫链中的状态。因而能够确定马尔可夫链可列值的状态分布,经这种分布可以找到DPLL的稳态相位误差^{[2],[3]}。用同样的方法也能够确定环路的瞬态响应^{[1],[2]}。实验所测硬件DPLL的参数是适用于某遥控指令接收机的相位同步系统要求而选用的。

二、二阶DPLL的结构框图和工作原理

分析所针对的二阶DPLL的结构方块图如图1所示。

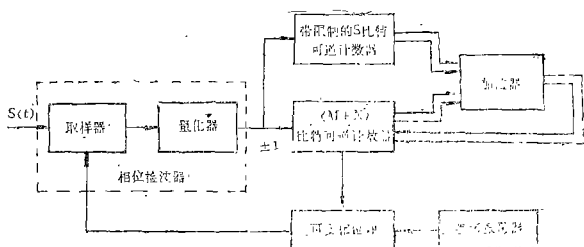


图1 二阶DPLL方块图

对图1所示的环路,输入信号 $S(t)$ 是在参考钟的正向过零交叉点上取样,然后量化为 ± 1 的值。此值直接加到 $(M+N)$ 位和 S 位的二个二进制可逆计数器上,(正“1”时作加计数,负“1”时作减计数),由 $2^{(M+N)}$ 计数器给出一阶相位校正。 2^S 可逆计数器的计数容量为 $\pm 2^{(S-1)-1}$,当到达此值时计数器饱和。一旦 S 比特计数器和 $(M+N)$ 比特计数器的值被更新,则需对它们的值求和,并将这个值送入 $(M+N)$ 比特计数器,然后用 $(M+N)$ 比特计数器的最高有效

位的内容置参考钟的相位到一个确定值。由于增加了S比特计数器和加法器方块,因而就不同于一般的一阶DPLL^{[1], [3]}。

三、二阶数字锁相环的马尔可夫链模型

1. 可列马尔可夫链

一个马尔可夫链能够用一个系统包含的可弁别状态数来表征(有限或无限)。如果假设状态数为有限 N ,那么对每一状态 $S_i, i=1, 2, \dots, N$ 转移概率矢量可写成^{[4], [5]}

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{iN}), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (1)$$

式中 P_{ij} 是给定当前状态 S_i 转移到状态 S_j 的概率,共有 N 个转移概率矢量。由状态的遍历性表示^[4],从状态 i 出发到状态 j 的 n 步(阶)转移概率 $p_{ij}^{(n)}$ 满足下式:

$$p_{ij}^{(n)} \geq 0 \quad i, j=1, 2, \dots, N \quad (2)$$

和

$$\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1.0 \quad i=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

称之为随机矢量,将这 N 个矢量能够排列成一个 $N \times N$ 的矩阵称为转移概率矩阵^{[4], [5]}。

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix} \quad (4)$$

上面的矩阵定义了所有状态到状态的转移概率。

也可以规定一个马尔可夫链的每一状态有一个或多个可能的转移概率矢量^{[1], [5]}。对每一个状态 S_i ,这些可能矢量称为可列矢量^[5]。在这种情况下,对每一状态 S_i 存在 K_i 个矢量:

$$k_{pi} = (k_{pi1}, k_{pi2}, \dots, k_{piN})_{k=1, 2, \dots, K_i}^{i=1, 2, \dots, N} \quad (5)$$

式中 k_{pij} 是系统在给定当前状态 S_i 时,将要转移到状态 S_j 概率,并且使用的是 S_i 的第 k 个可列元、转移概率的可列矢量的每一个都是随机矢量,并且必满足条件^{[4], [5]}:

$$k_{pij}^{(n)} \geq 0 \quad i, j=1, 2, \dots, N \text{ 而 } k=1, 2, K_i \quad (6)$$

和

$$\sum_{j=1}^N k_{pij} = 1.0 \quad i=1, 2, \dots, N \text{ 和 } k=1, 2, \dots, K_i \quad (7)$$

即每行和为1的非负元矩阵,组合这些矢量得到 $K \times N$ 的随机矩阵 p ^{[4], [5]}

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} 1_{p11} & 1_{p12} & \cdots & 1_{p1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2_{p11} & 2_{p12} & \cdots & 2_{p1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{1p11} & K_{1p12} & \cdots & K_{1p1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1_{p21} & 1_{p22} & \cdots & 1_{p2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2_{p21} & 2_{p22} & \cdots & 2_{p2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{2p21} & K_{2p22} & \cdots & K_{2p2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{NpN1} & K_{NpN2} & \cdots & K_{NpNN} \end{bmatrix} \quad (8)$$

2. 数字锁相环(DPLL)的马尔可夫链模型

由数字锁相环鉴相器的工作原理可知^{[1],[3]}, DPLL 能够用马尔可夫链来作为它的数学模型^{[3],[5]}。而且 p_i 可表示为信噪比(SNR)的函数^{[2],[3]}:

$$P_i = \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\sqrt{S/N} \right]$$

并有

$$P_i + q_i = 1^{[2],[3]}$$

用一个例子可说明可列马尔可夫链在二阶 DPLL 中的应用。考虑图 1 的 DPLL, 其中 $M=1$, $N=2$ 和 $S=3$ 。定义 $(M+N)$ 比特计数器的可能状态为环路状态, 那么将有 8 个环路状态。这 8 个环路状态形成一个一阶马尔可夫链的状态。而从环路状态转移到环路状态不仅决定于当前状态, 也与 S 比特计数器的值有关。例如, 如果 $S-bit$ 计数器的值是零, 那末相位检波器 $(+1)$ 的输出将引起 $(N+M)$ 计数器用“+2”的值增加, 同样, 当 S 比特计数器是零时, 相位检波器 (-1) 的输出将引起 $(M+N)$ 比特计数器以“2”的值减少。因此, 如果 $S-bit$ 计数器的值是 +1, 则检相器 $(+1)$ 的输出将引起 $(M+N)$ 比特计数器用“3”的值增加, 而检相器 (-1) 的输出将引起 $(M+N)$ 比特计数器用“1”的值减少。因为 $(M+N)$ 比特计数器的可能值与马尔可夫链的状态相关联^[3], 因而 $S-bit$ 计数器的可能值就能够涉及到每一个环路状态的可列元。对当前 $S=3$ 的情况, 存在有 7 个可列元和每一个环路状态相关联。

DPLL 可列马尔可夫链模型的状态图见图 2。由于 8 个可能的环路状态每一个状态有 7 种可能的交互作用, 对整个环路来说共存在 56 种交互作用。因而, 对马尔可夫链来说, 就存在 56 个可列转移概率矢量^{[3],[5]}。这些可列矢量能够自然地成为一阶马尔可夫链的状态。因此可以把从环路可列元到环路可列元的转移来代替环路状态到环路状态的转移^[5]。在图 2 的状态图中, 环路可列元的顺序编号为 $S_1, S_2, \cdots, S_{56}$ 。直线箭头表示环路可列元到环路可列元的可能转移, 并赋予一个概率。

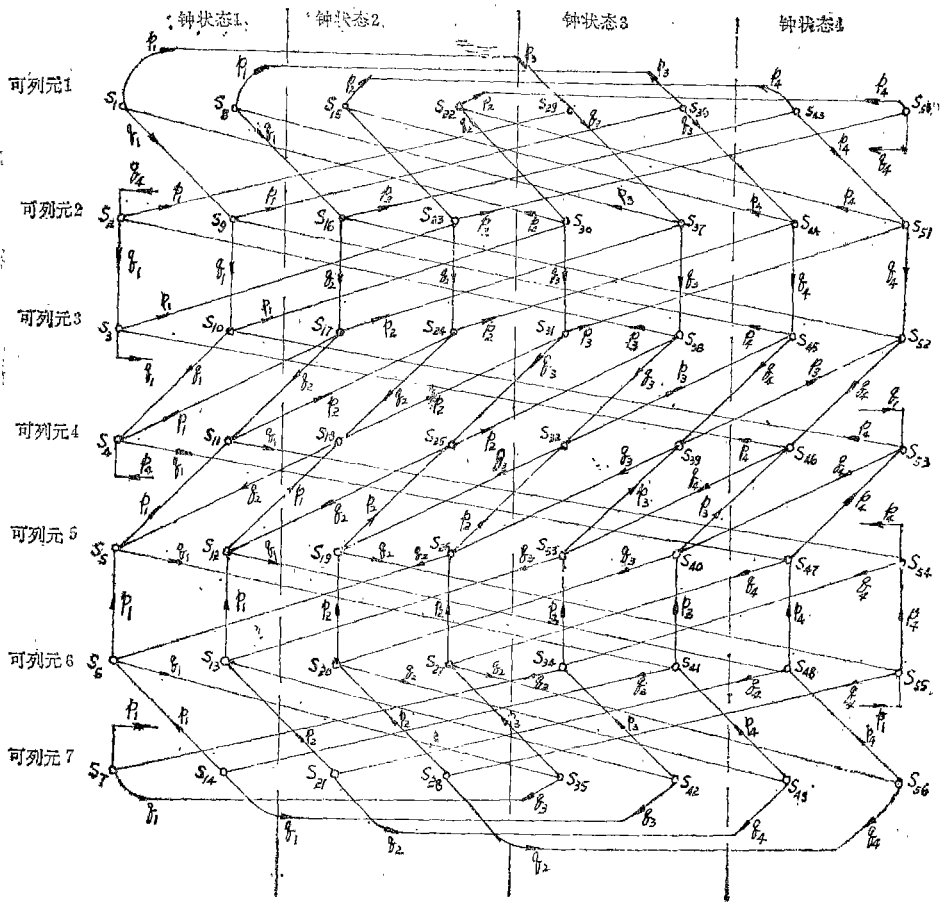


图 2 DPLL状态图

四、环路性能分析

1. DPLL 的稳态相应误差

对模拟环(APLL)来说,分析环路稳态性能是通过 Fokker-plank 方法进行的,而对 DPLL是在离散点上进行离散值的钟相位校正,由于环路相位误差状态为有限值,所以可使用马尔可夫理论来分析环路。根据信噪比和环路误差状态来计算相位误差的状态转移概率。

若用 $p_{ij}^{(n)}$ 表示系统由状态 S_i 经过 n 次转移而达到状态 S_j 的转移概率。则定义马氏链的 n 步转移概率矩阵^{[2],[5]}

$$P^{(n)} = (p_{ij}^{(n)})$$

由[5]可知,无后效性得

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_r p_{ir}^{(m)} p_{rj}^{(n-m)} \tag{9}$$

设 A_i 表示环路占有状态 S_i 稳态概率,根据遍历性公式和高阶转移概率的卡普曼—哥尔莫果洛夫公式(9)式,就不难求出^{[4],[5]}:

$$A_i = \sum_k A_k p_{ki} \quad i = 1, 2, \dots, 56 \quad (10)$$

注意到 $p_{ii} = 0$ 和对称性 $p(i, k) = q(-i, -k)$, $q(i, k) = p(-i, -k)$ 或 $p_i = q(-i)$, 从状态图 2 可求得^{[4], [5]}

$$A_1 = A_{30}p_3 + A_{29}p_3$$

$$A_2 = A_{38}p_3 + A_{50}q_4$$

$$A_7 = A_{34}q_3 + A_{35}q_3$$

$$A_{29} = A_1p_1 + A_2p_1$$

$$A_{35} = A_6q_1 + A_7q_1$$

边界条件为^{[4], [5]}

$$S_{(i=1 \sim 7)} \begin{cases} A_1 = A_{29}p_3 + A_{30}p_3 \\ A_7 = A_{34}q_3 + A_{35}q_3 \end{cases}$$

$$S_{(i=29 \sim 35)} \begin{cases} A_{29} = A_1p_1 + A_2p_1 \\ A_{35} = A_6q_1 + A_7q_1 \end{cases}$$

显然有 56 个这样的方程, 8 组边界条件, 可表成矩阵形式为:

$$[A] \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_{56} \end{pmatrix} = [O] \text{—为平稳分布}^{[4], [5]} \quad (11)$$

对此不存在唯一解。然而因为 A_i 表示一个稳态概率, 所以

$$\sum_{i=1}^{56} A_i = 1.0 \quad (12)$$

对上面的齐次系统加上(12)的附加约束条件就能够求解出稳态概率 A_i [5]。如果第 k 个钟状态发生的稳态概率为 R_k , 则 R_k 的分布为:

$$R_k = \sum_{j=0}^{2^{M+S}-2M} A_j \quad k = 1, 2, \dots, 2^N \quad (13)$$

式中

$$L = (k-1) \cdot [2^{(M+S)} - 2M] + 1$$

i 可取 $i \equiv r \pmod{B}$ $B = 2^N \cdot (2^{M+S} - 2 \cdot M)$ 。(13)式就确定了 DPLL 相位误差的统计规律。

2. 平均入锁时间

用稳态相位误差相同的方法可以寻找给定初始状态时的环路平均上锁时间。图 2 表示的是环路输入信号没有噪声的情况。

$$p_1 = p_2 = q_3 = q_4 = 1$$

和

$$p_3 = p_4 = q_1 = q_2 = 0$$

从图 2 很容易看出, 不管初始状态如何, 环路将向包含有一个跃迁环的稳定条件移动。跃迁环为

$$S_{38} \longrightarrow S_3 \longrightarrow S_{19} \longrightarrow S_{25} \longrightarrow S_{38}$$

因此, 这种 4 状态的任一种出现都能够被定义为 DPLL 的锁定条件。平均入锁时间就是首次游动到稳定条件中某一状态所花费的时间的期望值 [11, 13]。用 T_i 表示某初始状态 S_i 时环路转移到锁定条件的平均数。则根据环路的平均锁定时间能够写出一组差分 (同前一样为概率差分方程式) 方程式 [2], 作法同确定稳态环路概率一样。若假定环路的初始状态是 S_7 , 那么

$$T_7 = p_1 T_{55} + q_1 T_{35} + 1 \quad (14)$$

若初始状态为 S_4

$$T_4 = p_1 T_{17} + q_1 T_{47} + 1$$

若初始状态为 S_{37}

$$T_{37} = p_3 T_8 + q_3 T_{38} + 1 \quad T_{38} = 0$$

即当环路处在交互状态 7 时, 它将以概率 p_1 转移到交互状态 55, 而以 q_1 概率转移到状态 35。显然对每一初始状态能够写出一个同样的方程。注意对状态 S_{38} , S_{32} , S_{19} 和 S_{25} 是 $T_{38} = T_{19} = T_{25} = T_{32} = 0$, 因为它已进入锁定状态 [2]。

五、马氏链模型的应用和结果

通过求解系统方程(11)~(13)来确定 DPLL 的稳态分布和瞬态特性, 应用所编程序 PBSTGEN 来建立 M 、 N 和 S 为任意值时, 表示为状态到状态的转移 (即系统差分方程式)。将 PBSTGEN 的输出作为第二个程序 PBDPL2 的输入, 求解系统方程以找到 DPLL 的稳态相位分布。同样将 PBSTGEN 的输出给另一个程序 PBDPL27, 以求解任意初始相位偏移时的

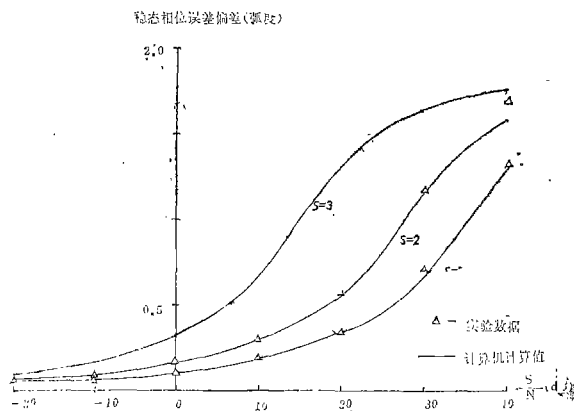
平均锁定时间,在PBDPL2和PBDPL27两程序中,均使用雅可比(Jacobi)迭代运算来求解系统差分方程,程序计算得到的结果与实验结果见附图一和附图二。

测试方框图见附图三。

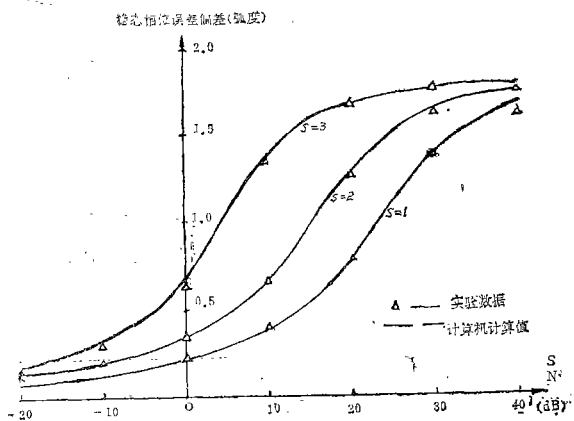
获得不同参数 S 、 M 、 N 的各种组合曲线见附图一、二(a)、(b)、(c)。

另外,需说明的是当 $S=1$ 时,环路是工作于一阶的情况。只有当 $S>1$ 时,环路才是工作在二阶情况。当 M 、 N 固定不变时,环路的稳态性能将随 S 的增加降低5到10db(指在单位阶跃时),见附图一。附图二是环路的瞬态响应和信噪比的关系,每一个实验数据点为100~500次测试的平均值。

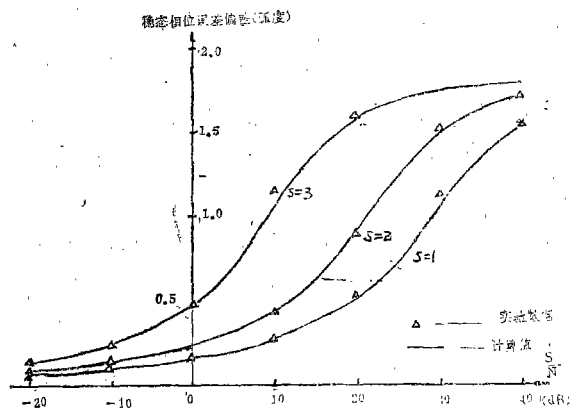
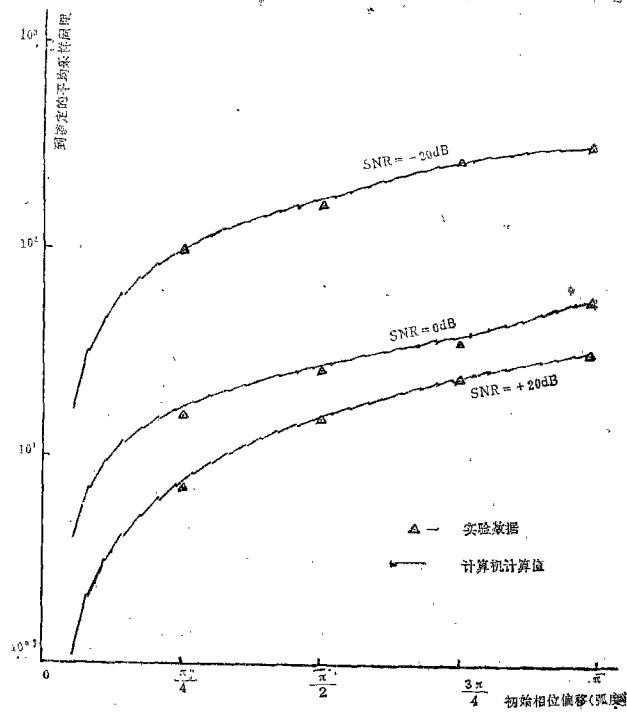
环路参数是为了适用某遥控指令接收机同步系统的需要而选取的。

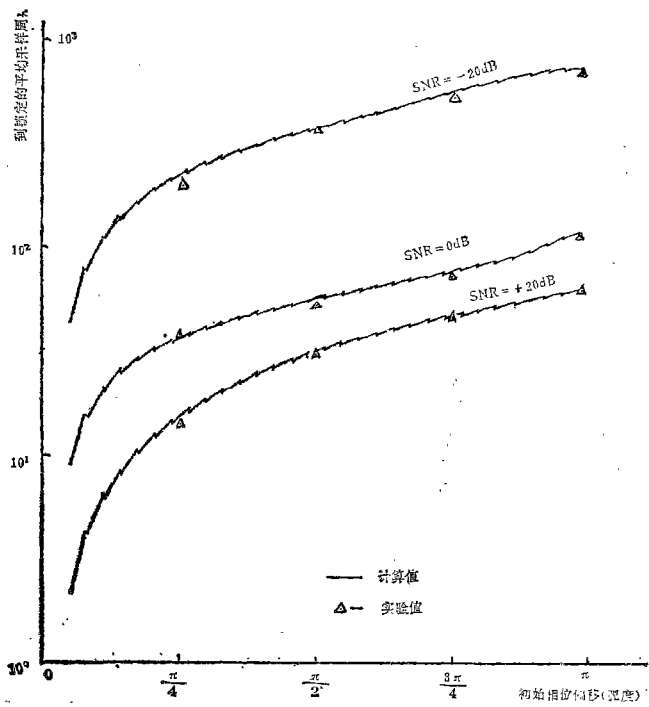


附图一 环路输出相位抖动 (a) $M=0, N=6$

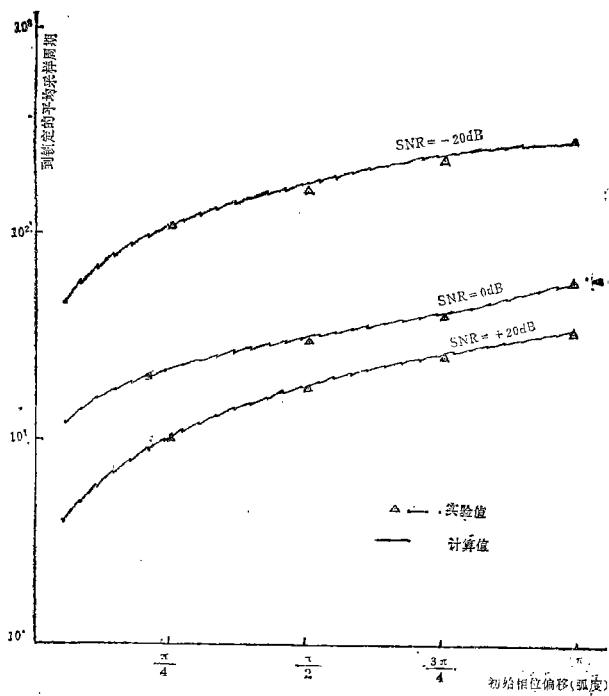


附图一 环路输出相位抖动 (b) $M=1, N=6$

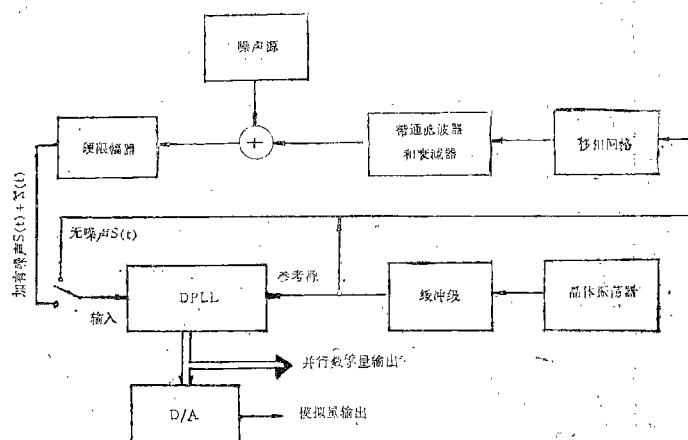
附图一 环路输出相位抖动 (c) $M=2, N=6$ 附图二(a) 环路瞬态响应 $M=0, S=1, N=6$



附图二 (b) 环路瞬态响应 $M=1, N=6, S=1$



附图二(c) 环路瞬态响应 $M=1, N=6, S=2$



附图三 DPLL测试框图

参 考 文 献

- [1] Weinberg A. and Liu B. "Discrete Time Analysis of Non-uniform Sampling First-order and second-order Digital phase Locked Loops"
IEEE Trans. on communications. Vol. COM-22. p123—137. Feb. 1974
- [2] Cossna J. and Levig, D. "Phase Noise and Transient Times for a Binary quantized Digital phase-Locked Loop in white Gaussian Noise".
IEEE Trans. on-com 20. pp.94—104 April 1972
- [3] Yamamoto. Hisao and shinsaku Mori "performanll of a binary quantized all digital phase-Locked loop with a new Class of sequential bilter."
IEEE Trans. on com—26 Jan 1978 pp35—45
- [4] 费勒, W.《概率论及其应用》, 科学出版社, 1979
- [5] [美].A.帕普力斯著,《概率、随机变量与随机过程》,(中译本), 高等教育出版社, 1984

87040

适用于 Apple—II 微机的高精度、多通道数据采集系统的研制《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

关键词 微机;高分辨力;数据采集;系统

摘要 本文介绍适用于 Apple—II 微机的,高精度、多通道数据采集系统(DAS)的研制。文中涉及到 DAS 的设计、调试方法和某些应用。该 DAS 卡具有使用方便、成本低廉及适应面广等优点。

作者:唐永炎

87041

二阶数字锁相环的模型和性能分析《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

主题词 锁相系统/可列马尔可夫链;转移概率;可逆计数器;

环路状态;锁定;瞬态响应

摘要 按照可列一阶马尔可夫链方式,建立了一个具体的二阶数字锁相环的模型,并对它进行了分析。从马尔可夫链的转移概率矩阵出发,确定了数字相环(DPLL)的稳态相位误差,用同样的方法计算了输入信号衰落时的瞬态响应。另外,针对一个硬件 DPLL 进行了测试,与马尔可夫链模型获得的结果进行比较,发现理论预测与实验能很好地吻合。

作者:赵雪梅

87042

自限式电热带的研制《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

主题词 自限式电热带;交联聚合物;辐射交联;凝胶分数;温度系数;热输出功率;发热温度

摘要 本文介绍了自限式电热带的研制方法及其特性。以晶态热塑性聚合物和导电炭黑为主体的自限式电热带,其电阻率具有正温度系数特性,发热温度范围从 70℃ 至 90℃,分为两种规格。根据需求,适用于油田、化工等行业的管道、阀门、泵体等不同场合,起防冻保温作用,保持粘滞液体流通无阻。研制样品通电试验半年多来,性能稳定。

作者:吴文元、刘炳智、田雨康

87043

罗拉梳理机过程的 Markov Chain 解析《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

主题词 马尔可夫链;罗拉;梳理机;转移概率;概率向量;吸收态;基本矩阵;时间差

摘要 本文讨论了随机数学的有限维马尔可夫链锁的基本原理。并用以分析纤维在罗拉梳理过程中的运动机理,推导吸收纤维并将纤维输出机外的概率以及纤维在机中的受梳时间与道夫转移率和生产质量之间的关系。

作者:刘国涛

87042

THE DEVELOPMENT OF SELF-LIMITING HEATER CABLE 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Self-limiting heater cable; crosslinked polymers; Radiation crosslinking; Gel fraction; positive temperature coefficient; thermal output; calorific temperature

ABSTRACT This paper introduces the development and the characteristics of self-limiting heater cable which is mainly composed of crystalline thermoplastic polymer and conductive carbon black and the resistivity of which is characterized by a positive temperature coefficient. There are two specifications, whose calorific temperatures are about 70°C and 90°C respectively. They may be used in heat tracing pipes, valves and pumps in oil fields and chemical plants for freeze protection or maintaining flow characteristics of viscous syrups. After electrified operation the development samples have been stable for over half a year.

Author: Wu Wenyuan Liu Bingzhi Tian Yukang

87040

A DEVELOPMENT OF HIGH ACCURACY AND MULTI-CHANNEL DATA ACQUISITION SYSTEM(DAS) SUITABLE to the APPLE-II MICROCOMPUTER 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Microcomputer; High resolution; Data acquisition; system

ABSTRACT This paper introduces a development of high accuracy and multi-channel data acquisition system(DAS), which is suitable for the Apple-II microcomputer. This paper covers the design, adjusting and testing method and some application. This DAS card has such advantages as convenience to use, low cost, wide application and etc.

Author: Tang Yongyan

87043

THE "MARKOV CHAIN" ANALYSIS on CARDING PROCESS of ROLLER CARD 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Markov chains; Roller; Cards; Transition probability; Probability vector; Absorbing state; Fundamental matrix; Time difference

ABSTRACT This paper discusses the fundamental principles of the finite dimensions "Markov Chain" (M.C.) of the Random mathematics. By using the principles it analyses a series of problems as the motion mechanism of the fibre on roller card during carding process, the probability that the doffer absorbs and takes the fibre out of the machine, and the relationship between the time when fibre carded in the machine and transfer ratio of the doffer and the quality of the card sliver.

Author: Liu Guotao

87041

THE MODELLING and PERFORMANCE ANALYSIS of a SECOND-ORDER DIGITAL PHASE-LOCKED LOOP 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Phase-locked loop/Markov chain with alternatives transition probabilities; Up/down counter loop state; Lock-up; Transient response

ABSTRACT A specific second-order digital phase-locked loop is modeled after a first-order Markov chain with alternatives, and analyzed. From the matrix of transition probabilities of the Markov chain, the steady-state phase error of the DPLL is determined, and in the same way the loop's transient response calculated for a fading input. Additionally, a hardware DPLL is constructed and tested to provide a comparison to the results obtained from the Markov chain model. It is found that the theoretical predictions are in agreement with the experimental data.

Author: Zhao Xuemei