

罗拉梳理机梳理过程的Markov Chain解析

刘 国 涛

(纺工系)

梳理过程中的纤维运动机理，早在60年代国外就以随机数学(Random mathematics)，特别用有限维马尔可夫连锁来加以分析。由于作者讨论问题的条件不尽相同，所得结论亦有差异，某些论点，似有进一步商榷的必要。

一、基 本 概 念

1. 递移图与递移矩阵(Transition Diagram and Matrix)

若有一连串随机试验具有下列性质，即每次实验必系有限种可能结果 $a_1, a_2, \dots, a_r$ 中的一种，而任何一次实验结果 a_i 的概率与以前的实验结果无关，是谓一个马尔可夫连锁。 $a_1, a_2, \dots, a_r$ 等结果一般称为状态(state)，设上一次实验结果为 a_i ，任何一次实验结果 a_j 发生的概率以 p_{ij} 表示，而 p_{ij} 则称为递移概率(Transition Probabilities)。若试验过程由某状态出发，必能定出试验过程的树枝图(Tree Diagram)，并计算整个实验结果的概率。具有以上性质的试验过程，称为M.C.过程，通常简称为M.C.。

递移概率一般有递移图和递移方阵(Square Matrix)两种表示方法。如图1为一特殊递移图，箭头表示试验过程，数字表示由某种状态演变为其他状态时的概率。与图1相对应的有一方阵，阵中“0”表示不能递移。可以看出， P 中每一行非负元素之和都等于1，凡符合这一条件者，可称为概率向量(Probability Vector)。方阵中第 i 行元素表示实验过程进行到状态 a_i 时的所有发生概率。

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

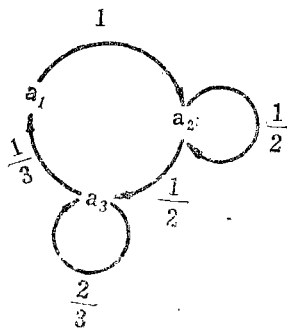


图 1

本文1987年1月2日收到

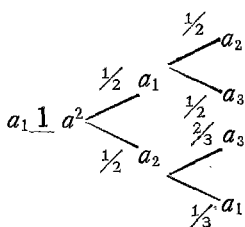
如果实验过程由状态 i 出发, 经过 n 个阶段(step)后, 变成状态 j 的概率为 $P_{ij}^{(n)}$, 设有三种状态的M.C., 经 n 个阶段后的概率

$$P_{ij}^{(n)} = \begin{pmatrix} P_{11}^{(n)} & P_{12}^{(n)} & P_{13}^{(n)} \\ P_{21}^{(n)} & P_{22}^{(n)} & P_{23}^{(n)} \\ P_{31}^{(n)} & P_{32}^{(n)} & P_{33}^{(n)} \end{pmatrix}$$

就图1而言, 经过三个阶段后, 则有

$$P_{ij} = \begin{matrix} & \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1/6 & 1/4 & 7/12 \\ 7/36 & 7/24 & 111/216 \\ 4/27 & 1/8 & 75/162 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (\text{注})$$

(注): 各概率为树形图末端相同的所有途径权数之和。如由 a_1 开始:



$$\text{则 } P_{11}^{(3)} = 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}; \quad P_{13}^{(3)} = 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{12} \text{ 等,}$$

以后 p 的下标略去。

如果初始状态(Initial State)在特定条件下由 a_1 与 a_2 中选出, 选中的概率各为 $\frac{1}{2}$, 并以向量 $P^{(0)} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 表之。一般地说, 若递移矩阵 P 已知, 例如

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

在经过 n 个阶段后, 则

$$P^{(n)} = P^{(0)} \cdot P^n \quad (1)$$

即以初始概率向量 $P^{(0)}$ 乘以递移矩阵 P 的 n 次方, 即可求得 $P^{(n)}$, 其所含元素表示各种状态经过 n 个阶段后的发生概率。现设经过一个阶段, 各状态发生的概率是

$$P^{(1)} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = (\frac{5}{12}, \frac{7}{12})$$

所以该连锁过程变为 a_1 态的概率为 $5/12$, 变为 a_2 态的概率为 $7/12$ 。

如 $P^{(0)} = (1, 0, 0)$ 或 $(0, 1, 0)$ 或 $(0, 0, 1)$, 经 n 个阶段后, 必有

$$P^{(n)} = P^n \quad (2)$$

2. 吸收性马尔可夫连锁

如在M.C. 中有一种状态发生后即无法脱离, 则称其为吸收态(Absorbing State)。任何一种M.C. 若具有以下两个性质, 即

- 1) 至少含有一种吸收态;
- 2) 由各种状态出发, 迟早均会达到吸收态。

则称其具有吸收性。可以证明, 在有吸收性的M.C. 中, 递移过程被吸收的概率等于 1。

对任一吸收性 M.C. 而言, 有三个问题必须回答:

- ① 递移过程在各非吸收态需经历变化若干次 ?
- ② 递移过程需经历若干阶段方被吸收 ?
- ③ 递移过程停留于某吸收态的概率有多大 ?

为了解答以上问题, 设有一个吸收性 M.C., 含 r 个吸收态和 s 个非吸收态, 并使各吸收态先行出现, 则递移矩阵变为下列标准型 (Canonical form):

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} r \text{ 种态} & s \text{ 种态} \end{matrix} \\ \begin{matrix} r \\ s \end{matrix} & \left(\begin{array}{c|c} I & O \\ \hline R & Q \end{array} \right) \end{matrix} \tag{3}$$

式中 I 为 $r \times r$ 单位矩阵; O 为 $r \times s$ 零矩阵; R 为 $s \times r$ 矩阵, 它是由递移态向吸收态转移的子阵; Q 为 $s \times s$ 矩阵, 它是从递移态向递移态的子阵。

利用 Q 不难求出基本矩阵 (Fundamental matrix) N 。 N 为矩阵 $(I - Q)$ 的逆矩阵。

$$N = (I - Q)^{-1} \tag{4}$$

使用 N 阵, 即可求出由各非吸收态出发, 演变至各该非吸收态的平均次数, 它可回答上述问题 (a)。

同样, 令列向量

$$t = NC \tag{5}$$

$$C = (1, 1, \dots, 1)^T$$

即可求得由各非吸收态出发, 在未被吸收前所需经历阶段 (移动) 的平均数, 它可解决上述问题 (b)。

最后, 设矩阵

$$B = NR \tag{6}$$

即可求出由非吸收性状态 a_i 出发, 最终被 a_j 态吸收的概率。

现设有一质地均匀的质点, 在某水平面上作直线运动, 如将平面均匀地划分为 5 个单位 (5 种状态) $0, 1, \dots, 4$, 如图 2 所示。质点每次向左或向右的概率均为 $\frac{1}{2}$, 并设 0 与 4 都是吸收态, 质点一旦进入即停留不动, 于是可依次求出上述 (a)、(b)、(c) 三个问题的解答。

根据图 2, 可相应地写出如下递移矩阵:

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \end{matrix}$$

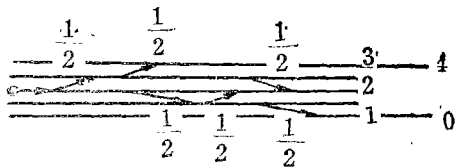


图 2

通过重新排列, 得标准型矩阵:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} 0 & 4 & \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \left(\begin{array}{cc|ccc} & & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 3 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{array} \right) \end{array} \end{array}$$

所以

$$Q = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \left(\begin{array}{ccc} 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{array} \right) \end{array}$$

$$(I-Q) = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \left(\begin{array}{ccc} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

$$(I-Q)^{-1} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \left(\begin{array}{ccc} 2/3 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3/2 \end{array} \right) \end{array}$$

如质点由状态 2 出发, 则在未被吸收前, 演变至状态 1 的平均次数为 1, 演变至状态 2 的平均次数为 2, 演变至状态 3 的平均次数为 1, 余类推。

为了解决问题(b), 求 t 向量:

$$t = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

递移过程如由状态 1 出发, 在未被吸收前移动至 1 的平均次数为 3, 演变至 2 的平均次数为 4, 演变至 3 的平均次数为 3。

求矩阵 B , 以解决问题(c):

$$B = NR = \begin{pmatrix} 3/2 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ 2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

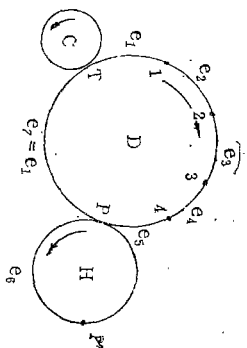
设从 a_1 出发, 被 a_0 吸收的概率为 $\frac{3}{4}$, 被 a_4 吸收的概率为 $\frac{1}{4}$, 被吸收的总概率为 $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ 。

二、罗拉梳理机梳理过程的 M.C. 解析

1. 罗拉梳理机(Roller Card)的基本作用原理

表 1

运 动 件 项 目	A		B		C		D		E		F (D)		G (D)		H (D)	
速度(m/min)	$V_B > V_A$		$V_C > V_B$		$A_D > V_C$		$V_n > V_E$		$V_E < V_F < V_D$		$V_G > V_D$		$V_H > V_D$			
牵伸倍数(d)	$d_{BA} = 100$		$d_{CB} = 3.3$		$d_{DC} = 2.5$		$d_{ED} = 0.01$		$d_{FE} = 25 \quad d_{DF} = 4.0$		$V_G = (1.2 \sim 1.4)V_D$		$d_{HD} = 0.2$			
分梳, 剥取, 提升	B 剥取 A		C 剥取 B		D 剥取 C		相互分梳		F 剥取 E D 剥取 F		G 提升 D 表面纤维		相互分梳			
开松, 转移, 聚合	B 开松并转移由 A 输入全部纤维		C 开松并全部转移 B 表面的纤维		D 开松并全部转移 C 表面的纤维		E 聚合并一部分转移 D 表面的纤维		F 开松并全部转移 E 表面纤维, D 全部剥取 F 表面纤维				H 聚合并部分转移 D 表面的纤维			
混合, 均匀, 并合	—		—		D 的返回负荷与 C 的喂入负荷均匀作用		E 表面纤维层变厚, 起并合作用		D 表面由喂入负荷、剥下返回负荷和与由 F 剥下的剥取负荷叠加, 产生混匀作用		—		H 表面纤维层变厚产生并合混匀现象			
针面纤维层厚度(t)	$t_A > t_B$		$t_C < t_B$		$t_D < t_C$		$t_E > t_D$		$t_D < t_F < t_E$		—		$t_H > t_D$			



- A: Feed Roller
- B: Liker-in
- C: Liker-in Angle Stripper
- D: Swift
- E: Workers
- F: Strippers
- G: Fancy
- H: Doffer

在毛、麻、绢纺的粗梳工程中,一般均采用罗拉梳理机。图3为罗拉梳理机的部分简图,根据需要通常使用如图所示的两台或三台,每台有3~7对工作辊、剥取辊组成的联合梳毛机进行连续梳理,以满足梳理质量的要求。由于该机各运动件速度、针密和针尖的不同配置,分别起到开松(*Opening*)、牵伸(*Drafting*)、分梳(*Carding*)、剥取(*Stripping*)、提升(*Raising*)、转移(*Transferring*)、聚合(*Assembling*)、以及混和均匀(*mixing and evenning*)等作用。表1综合了各运动件间的相互作用关系。

罗拉梳理机上独特的均匀混合效果保证了毛条(*Top*)具有良好的均匀性。这种均匀性是通过下列各种途径获得的:

- 1)通过纤维流的聚合变厚或牵伸变薄,使纤维不断地进行重分布、重组合;
- 2)利用纤维在运动过程中的“时间差”(*Time Difference*)或“路程差”(*Distance Difference*),使同时喂入的纤维不同时输出,或不同时间喂入的纤维同时输出;
- 3)每台梳毛机在*D*、*E*、*F*、*D*间组成3~7个纤维循环流,一台联合梳毛机则有6~21个纤维循环流,使纤维之间的混和更为显著;
- 4)将各对工作辊。剥取辊的速度,在工艺上作不同的配置,使锡林针面任一点上的纤维转移给某一对工作辊、剥取辊,回到锡林表面上时,锡林针面所移过的距离,各对罗拉之间均不相同,结果原先处于一起的纤维,经过几对工作辊。剥取辊分数次转移,在经过全部梳理区后,不会在锡林的另一处针面上重新聚合。

2. 罗拉梳理机梳理过程的M.C.解析

1)模型 现以梳毛机的一个单元作为分析对象,如图4所示:锡林与各工作辊间的分梳点为1,2,3,4,根据针尖配置,*P*也是一个分梳点。由纤维在梳毛机上所处位置不同,可分为7种状态:*T*、1间为 e_1 态,1、2间为 e_2 态,……,道夫表面的*P*与*P'*间为 e_6 态,在锡林表面*P*、*T*间为 e_7 态。根据梳理过程的实际情况,一根未被道夫抓取的纤维,作为锡林的返回负荷,必然返回到状态 e_1 ,故 e_7 可与 e_1 合并成为一个新的 e_1 态。因转移到道夫表面的纤维形成毛网(W_b)后输出,不再回到锡林表面,故 e_6 是吸收态。

根据分梳作用的“各取部分,相互增减”的原理,一根纤维随锡林在到达其与工作辊的分梳点时,它既有可能未被工作辊抓取而继续随锡林到达下一分梳点,也有可能被工作辊抓取,然后经剥取辊剥下再回到锡林表面。例如在分梳点2,纤维可以从分梳点前的状态 e_2 ,采取 $e_2 \rightarrow e_3$ 或 $e_2 \rightarrow e_2$ 的方式运动。

设 P_{ii} 为纤维由状态 i 回到状态 i 的递移
概率 = P_i

P_{ij} 为纤维由状态 i 到状态 j 的递移

$$\text{概率} = 1 - P_i = q_i \quad (P_i + q_i = 1)$$

对 e_5 态而言,纤维由状态5到状态6的概率

$$P_{56} = P_5, \quad 1 - P_5 = q_5$$

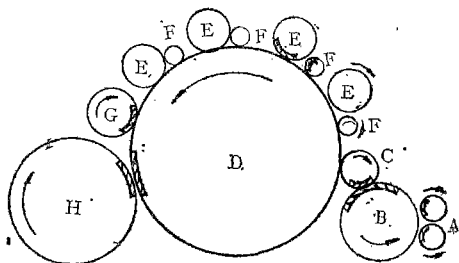


图 4

此处不考虑道夫对返回负荷和喂入负荷转移概率的差异

在我们所讨论的梳毛机模型中,唯一的初始态是 e_1 ,唯一的吸收态是 e_6 。当阶段数趋向无穷大时,任何一根纤维离开梳毛机(转移到道夫)的概率等于1。

2)求基本矩阵 N 根据图4,可列出递移矩阵如下:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} P_1 & q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & q_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4 & q_4 & 0 \\ q_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (7)$$

(7)式的标准型为:

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} 6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_1 & q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_2 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_3 & q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_4 & q_4 \\ P_5 & q_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (8)$$

$$(I - Q) = \begin{pmatrix} 1-p_1 & -q_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-p_2 & -q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-p_3 & -q_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-p_4 & q_4 \\ -q_5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|I - Q| = q_1 q_2 q_3 q_4 p_5$$

所以

$$N = (I - Q)^{-1} = \frac{1}{q_1 q_2 q_3 q_4 p_5} \begin{pmatrix} q_2 q_3 q_4 & q_1 q_3 q_4 & q_1 q_2 q_4 & q_1 q_2 q_3 & q_1 q_2 q_3 q_4 \\ q_2 q_3 q_4 q_5 & q_1 q_3 q_4 & q_1 q_2 q_4 & q_1 q_2 q_3 & q_1 q_2 q_3 q_4 \\ q_2 q_3 q_4 q_5 & q_1 q_3 q_4 q_5 & q_1 q_2 q_4 & q_1 q_2 q_3 & q_1 q_2 q_3 q_4 \\ q_2 q_3 q_4 q_5 & q_1 q_3 q_4 q_5 & q_1 q_2 q_4 q_5 & q_1 q_2 q_3 & q_1 q_2 q_3 q_4 \\ q_2 q_3 q_4 q_5 & q_1 q_3 q_4 q_5 & q_1 q_2 q_4 q_5 & q_1 q_2 q_3 q_5 & q_1 q_2 q_3 q_4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} \frac{1}{q_1 p_5} & \frac{1}{q_2 p_5} & \frac{1}{q_3 p_5} & \frac{1}{q_4 p_5} & \frac{1}{p_5} \\ \frac{q_5}{q_1 p_5} & \frac{1}{q_2 p_5} & \frac{1}{q_3 p_5} & \frac{1}{q_4 p_5} & \frac{1}{p_5} \\ \frac{q_5}{q_1 q_5} & \frac{q_5}{q_2 p_5} & \frac{1}{q_3 p_5} & \frac{1}{q_4 p_5} & \frac{1}{p_5} \\ \frac{q_5}{q_1 p_5} & \frac{q_5}{q_2 p_5} & \frac{q_5}{q_3 p_5} & \frac{1}{q_4 p_5} & \frac{1}{p_5} \\ \frac{q_5}{q_1 p_5} & \frac{q_5}{q_2 p_5} & \frac{q_5}{q_3 p_5} & \frac{q_5}{q_4 p_5} & \frac{1}{p_5} \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (9)$$

由(9)式可以看出:

① N 阵的元素均以 $P_5 q_i (i=1, \dots, 4)$ 的函数式表示。而且

$$n_{11} = \frac{1}{q_1 p_5}, \quad n_{22} = \frac{1}{q_2 p_5}, \quad \dots, \quad n_{55} = \frac{1}{p_5}.$$

② N 阵每一行向量的元素, 相当于系统位于每一非吸收态的平均次数。初始态则相应于行向量的行的编号。需要强调的, 初始态不是可以任意决定的, 对我们讨论的问题, e_1 是初始态(除 e_6 外, 其余为递移态), 因此只要观察第一行向量, 即从 e_1 态出发, 在未被吸收前演变至 e_1 态的平均次数为 $1/q_1 p_5$ 次, 演变至 e_2 态的平均次数为 $1/q_2 p_5$ 次, 余类推。

③ N 阵由上、下两个三角阵组成:

上三角阵的元素:

$$n_{ij} = q_{ij} \quad i \leq j \quad (i=1, 2, \dots, 5)$$

下三角阵的元素:

$$n_{ij} = q_5 N_{ij} \quad i > j \quad (j=1, 2, \dots, 5)$$

④ 如果道夫能递移锡林表面的所有纤维, 则 $p' = 1$, 即 $p_5 = 1$, 故 $q_5 = 0$, 下三角元素均为 0。实际上 $P' \ll 1$, 因而下三角阵的元素不可能全等于 0。

⑤ N 阵所有元素都有因子 $1/p_5$, 可见道夫抓取纤维的能力对梳理作用的影响程度了。

⑥ $1/q_i$ 代表纤维一旦进入 e_i 态后, 一直停留在 e_i 态的次数。由于道夫抓取能力的局限性, 这种停留要重复 $1/p_5$ 次。

3) 求随机变量 V_{ij} 的方差矩阵 N_v , n_{ij} 为 N 阵中的元素, 且是一平均值。这一平均值由随机变量 V_{ij} 组成。所以

$$\bar{V}_{ij} = n_{ij}$$

如果已知 N 阵, 可得其对角阵 N_{dg} , 并使 N 阵中各元素 n_{ij} 的平方组成矩阵 N_{sq} , 即可求得随机变量 V_{ij} 的方差 (Variance) 矩阵 N_v 。

$$N_v = N(2N_{dg} - I) - N_{sq} = [D_i(n_{ij})] \quad (10)$$

式中: D 为方差符号。所以

$$N_v = N \left\{ \begin{pmatrix} \frac{2}{q_1 p_5} & & & & \\ & \frac{2}{q_2 p_5} & & & \\ & & \frac{2}{q_3 p_5} & & \\ & & & \frac{2}{q_4 p_5} & \\ & & & & \frac{2}{p_5} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \right\} - N_{sq}$$

$$\begin{aligned}
 &= N \begin{pmatrix} \left(\frac{2}{q_1 p_5} - 1\right) & & & & \\ & \left(\frac{2}{q_2 p_5} - 1\right) & & & \\ & & \left(\frac{2}{q_3 p_5} - 1\right) & & \\ & & & \left(\frac{2}{q_4 p_5} - 1\right) & \\ & & & & \left(\frac{2}{q_4 p_5} - 1\right) \end{pmatrix} - N_{sq} \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{2 - q_1 p_5}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{2 - q_2 p_5}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{2 - q_3 p_5}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{2 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{2 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{2 - q_2 p_5}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{2 - q_3 p_5}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{2 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{2 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_2 p_5)}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{2 - q_3 p_5}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{2 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{2 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_2 p_5)}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_3 p_5)}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{2 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{2 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_2 p_5)}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_3 p_5)}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_4 p_5)}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1}{p_5^2} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{1}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1}{p_5^2} \\ \frac{q_5^2}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1}{p_5^2} \\ \frac{q_5^2}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5^2}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1}{p_5^2} \\ \frac{q_5^2}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5^2}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{q_5^2}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1}{p_5^2} \\ \frac{q_5^2}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5^2}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{q_5^2}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{q_5^2}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1}{p_5^2} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \frac{1 - q_1 p_5}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{1 - q_2 p_5}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{1 - q_3 p_5}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5 - q_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{1 - q_2 p_5}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{1 - q_3 p_5}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5 - q_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_2 p_5 - q_5)}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{1 - q_3 p_5}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5 - q_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_2 p_5 - q_5)}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_3 p_5 - q_5)}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{1 - q_4 p_5}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1 - p_5}{p_5^2} \\ \frac{q_5(2 - q_1 p_5 - q_5)}{(q_1 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_2 p_5 - q_5)}{(q_2 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_3 p_5 - q_5)}{(q_3 p_5)^2}, & \frac{q_5(2 - q_4 p_5 - q_5)}{(q_4 p_5)^2}, & \frac{1 - p_5}{p_5^2} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

在 N 阵中, 如用与 N 阵元素同样的表达式, 即令

$$\frac{1}{q_1 p_5} = n_{11}, \quad \text{则} \quad \frac{1 - q_1 p_5}{(q_1 p_5)^2} = \frac{1}{q_1 p_5} \left(\frac{1}{q_1 p_5} - 1 \right) = n_{11}(n_{11} - 1);$$

$$\frac{1}{q_2 p_5} = n_{22}, \quad \text{则} \quad \frac{1 - q_2 p_5}{(q_2 p_5)^2} = \frac{1}{q_2 p_5} \left(\frac{1}{q_2 p_5} - 1 \right) = n_{22}(n_{22} - 1);$$

.....

$$\begin{aligned} \text{又} \quad -\frac{q_5}{(q_1 p_5)} (2 - q_1 p_5 - q_5) &= -\frac{q_5}{(q_1 p_5)} \left(\frac{2}{q_1 p_5} - 1 - \frac{q_5}{q_1 p_5} \right) \\ &= q_5 n_{55} (2 n_{55} - 1 - q_5 n_{55}) \end{aligned}$$

于是 N 阵的上三角阵的元素可表示为:

$$n_{ij}(n_{ij} - 1) \quad (j = 1, 2, \dots, 5)$$

N 阵的下三角阵的元素可表示为:

$$q_5 n_{ij} (2 n_{ij} - 1 - q_5 n_{ij}) \quad (j = 1, 2, \dots, 5)$$

根据梳毛机的特定条件, N 阵的第一行向量就是随机变量 V_{ij} 的方差, 同样, 方差仍是 $q_i p_5$ 的函数。

4) 求向量 t 对唯一的初始态 e_1 而言, 纤维需经历

$$t = \frac{1}{p_5} \left(1 + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{q_i} \right) \quad (11)$$

(即 t 为 N 阵第一行向量各元素之和) 个阶段, 方被道夫吸收。 t 值也是 p_5 、 q_i 的函数。

5) 求 B 阵 纤维在递移过程中, 停留于吸收态 e_6 的概率为多大? 为此计算 B 阵, 并取其第一行向量, 其余略去。 $B = NR$

$$B = \begin{matrix} 1 & \frac{1}{q_1 p_5} & \frac{1}{q_2 p_5} & \frac{1}{q_3 p_5} & \frac{1}{q_4 p_5} & \frac{1}{p_5} \\ 2 & & & & & \\ 3 & & & & & \\ 4 & & & & & \\ 5 & & & & & \end{matrix} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \leftarrow \text{omit} \rightarrow \\ \downarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_5 \end{matrix} = \begin{matrix} \uparrow \\ \leftarrow \text{omit} \rightarrow \\ \downarrow \end{matrix}$$

即纤维由 e_1 态出发, 最终被道夫吸收的概率等于 1。

三、结 束 语

1) 在对马尔可夫连锁作出基本的讨论之后发现, 运用随机数学中有限维马尔可夫连锁为工具来解释罗拉梳理机梳理过程中纤维的运动时, 可获得与提高梳理质量有关的各项信息, 为研究当梳理参数改变, 分析梳理质量时, 提供理论依据。

2) 通过结合罗拉梳理机具体情况的马尔可夫连锁的讨论, 提供了纤维在机内的平均循环受梳次数或时间, 以及纤维被道夫吸收而输出机外的概率等一系列理论问题。

3) 分析阐明, 道夫转移率的大小, 几乎是影响梳理质量的主导因素这一为工厂普遍接受的最基本的观点。现补充说明 p_5 与下列因素的关系:

① 在一定范围内, 加大道夫或锡林的表面速度, p_5 增大;

- ② 增大锡林或道夫直径, p_5 增大;
- ③ 缩小锡林、道夫间的隔距, p_5 加大;
- ④ 纤维材料开松分离度差时, p_5 加大;
- ⑤ 采用金属针布, 道夫针齿锋利, 工作角小时, p_5 增加;
- ⑥ 毛条定量重, p_5 变大。

4) 纤维由初始态 e_1 开始, 再演变至 e_i 或 e_i ($i = 1, 2, 3, 4$)的数学期望分别为 $1/q_i p_5$, 即与纤维由锡林表面向道夫表面转移的概率和 q_i 有关。在稳恒生产条件下, p_5 、 q_i 均可视为常数, 并可通过特殊的方法予以测定。当 p_5 与 q_i 之积的值加大, 则 $1/p_5 q_i$ 值小, 反之则大。为了有利提高梳理质量, 必须将 p_5 、 q_i 各值控制在最优状态, 过大的 p_5 、 q_i 值, 使纤维在机内的受梳时间减短, 纤维分离度差, 毛条均匀度也会相应地降低。

5) 因为纤维由状态 i 到状态 j 的递移概率 $P_{ij} = 1 - p_i = q_i$, 故 q_i 大即意味 p_i 小, 对锡林、工作辊的工作区而言, 即工作辊抓取纤维的能力不足时, 才会导致 q_i 的加大, 因此如何增强工作辊抓取纤维的能力, 实是提高梳理质量的重要措施之一。形成 p_i 值小的主要原因有: 工作辊表面所包梳理件的锋利度差, 工作角过大, 齿密不足以及速度配置不当等。

6) 为了充分发挥纤维在罗拉梳理机上的混和作用, 有时对各对工作辊、剥取辊采用异速工艺, 从而使 q_1 、 q_2 、 q_3 、 q_4 有不同的值。

参 考 文 献

- [1] 南京大学数学系,《线性代数》, 科学出版社, 1978
- [2] Б.Б.格涅坚科,《概率论教程》, (丁寿田译), 高等教育出版社, 1956
- [3] Alan Brearley and John. A. Iredale《The Worsted (Woollen) Industry. Published by Wira, the research and services centre for textile, Carpets and clothing 1980 (1977)
- [4] B.E. Gillett《Introduction to Operations Research A Computer-Oriented Algorithmic Approach 1976
- [5] A.H. NISSAN《Textile Engineering Processes》London Butterworths Scientific Publications 1959
- [6] 复旦大学数学系,《概率论与数理统计》, 上海科技出版社, 1978
- [7] F. Morfort《J. T. I.》Vol. 53 T 1962
- [8] A. Singh, N.M. Swani《J.T.I.》Vol. 64 T 1973.
- [9] A. K. Sengupta, N. Vdayaraghavan and A. Singh《Studies on Cardig force between Cylinder and Flats in a Card》Part I→Ⅲ, Indian J.T.R. Vol.8 1983.
- [10]《国外纺织技术》, 1975 2~3期

87040

适用于 Apple—II 微机的高精度、多通道数据采集系统的研制《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

关键词 微机;高分辨力;数据采集;系统

摘要 本文介绍适用于 Apple—II 微机的,高精度、多通道数据采集系统(DAS)的研制。文中涉及到 DAS 的设计、调试方法和某些应用。该 DAS 卡具有使用方便、成本低廉及适应面广等优点。

作者:唐永炎

87041

二阶数字锁相环的模型和性能分析《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

主题词 锁相系统/可列马尔可夫链;转移概率;可逆计数器;

环路状态;锁定;瞬态响应

摘要 按照可列一阶马尔可夫链方式,建立了一个具体的二阶数字锁相环的模型,并对它进行了分析。从马尔可夫链的转移概率矩阵出发,确定了数字相环(DPLL)的稳态相位误差,用同样的方法计算了输入信号衰落时的瞬态响应。另外,针对一个硬件 DPLL 进行了测试,与马尔可夫链模型获得的结果进行比较,发现理论预测与实验能很好地吻合。

作者:赵雪梅

87042

自限式电热带的研制《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

主题词 自限式电热带;交联聚合物;辐射交联;凝胶分数;正温度系数;热输出功率;发热温度

摘要 本文介绍了自限式电热带的研制方法及其特性。以晶态热塑性聚合物和导电炭黑为主体的自限式电热带,其电阻率具有正温度系数特性,发热温度范围从 70℃ 至 90℃,分为两种规格。根据需求,适用于油田、化工等行业的管道、阀门、泵体等不同场合,起防冻保温作用,保持粘滞液体流通无阻。研制样品通电试验半年多来,性能稳定。

作者:吴文元、刘炳智、田雨康

87043

罗拉梳理机过程的 Markov Chain 解析《无锡轻工业学院学报》1987年,第6卷,第4期

主题词 马尔可夫链;罗拉;梳理机;转移概率;概率向量;吸收态;基本矩阵;时间差

摘要 本文讨论了随机数学的有限维马尔可夫链锁的基本原理。并用以分析纤维在罗拉梳理过程中的运动机理,推导吸收纤维并将纤维输出机外的概率以及纤维在机中的受梳时间与道夫转移率和生产质量之间的关系。

作者:刘国涛

87042

THE DEVELOPMENT OF SELF-LIMITING HEATER CABLE 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Self-limiting heater cable; crosslinked polymers; Radiation crosslinking; Gel fraction; positive temperature coefficient; thermal output; calorific temperature

ABSTRACT This paper introduces the development and the characteristics of self-limiting heater cable which is mainly composed of crystalline thermoplastic polymer and conductive carbon black and the resistivity of which is characterized by a positive temperature coefficient. There are two specifications, whose calorific temperatures are about 70°C and 90°C respectively. They may be used in heat tracing pipes, valves and pumps in oil fields and chemical plants for freeze protection or maintaining flow characteristics of viscous syrups. After electrified operation the development samples have been stable for over half a year.

Author: Wu Wenyuan Liu Bingzhi Tian Yukang

87040

A DEVELOPMENT OF HIGH ACCURACY AND MULTI-CHANNEL DATA ACQUISITION SYSTEM(DAS) SUITABLE to the APPLE-II MICROCOMPUTER 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Microcomputer; High resolution; Data acquisition; system

ABSTRACT This paper introduces a development of high accuracy and multi-channel data acquisition system(DAS), which is suitable for the Apple-II microcomputer. This paper covers the design, adjusting and testing method and some application. This DAS card has such advantages as convenience to use, low cost, wide application and etc.

Author: Tang Yongyan

87043

THE "MARKOV CHAIN" ANALYSIS on CARDING PROCESS of ROLLER CARD 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Markov chains; Roller; Cards; Transition probability; Probability vector; Absorbing state; Fundamental matrix; Time difference

ABSTRACT This paper discusses the fundamental principles of the finite dimensions "Markov Chain" (M.C.) of the Random mathematics. By using the principles it analyses a series of problems as the motion mechanism of the fibre on roller card during carding process, the probability that the doffer absorbs and takes the fibre out of the machine, and the relationship between the time when fibre carded in the machine and transfer ratio of the doffer and the quality of the card sliver.

Author: Liu Guotao

87041

THE MODELLING and PERFORMANCE ANALYSIS of a SECOND-ORDER DIGITAL PHASE-LOCKED LOOP 《Journal of the Wuxi Institute of Light Industry》Vol.6, No.4, 1987

SUBJECTWORDS Phase-locked loop/Markov chain with alternatives transition probabilities; Up/down counter loop state; Lock-up; Transient response

ABSTRACT A specific second-order digital phase-locked loop is modeled after a first-order Markov chain with alternatives, and analyzed. From the matrix of transition probabilities of the Markov chain, the steady-state phase error of the DPLL is determined, and in the same way the loop's transient response calculated for a fading input. Additionally, a hardware DPLL is constructed and tested to provide a comparison to the results obtained from the Markov chain model. It is found that the theoretical predictions are in a agreement with the experimental data.

Author: Zhao Xuemei