

双联滑移齿轮轴向排列最小宽度的剖析

杜康宁

叶红谏

(无锡轻工业学院机械系)

(无锡市农业机械研究所)

摘要 本文阐述了双联滑移齿轮在适当传动比情况下, 轴向移动一个齿轮宽度就可以进行变速的可行性及适用场合。而一般书籍介绍, 双联滑移齿轮的变速轴向至少移动二个齿宽。

主题词 滑移齿轮变速; 双联滑移齿轮; 最小移动距离

滑移齿轮的轴向排列宽(长)度首先取决于齿轮的本身宽度, 在一定载荷下增大宽度可以减少齿轮的直径和传动中心距, 并可降低圆周速度。但齿宽越大载荷沿齿宽分布越不均匀, 滑移齿轮所占轴向宽度也越大。因此在一定载荷下必须合理确定齿轮的宽度。通常双联滑移齿轮在轴上的排列方式, 无论是窄结构的排列形式(图1)总宽度 $\geq 4b$, 还是宽结构排列形式(图2)^[1]总宽度 $\geq 6b$, 总有一个轴上二个齿轮之间的间隔 $H \geq 2b$ 。这种类形的布局形式是前一对齿轮完全脱离啮合, 另一对齿轮才可以进行换挡变速, 要克服后一对齿轮可能出现的相互顶齿现象, 可采取以下措施, 如: 转动一下传动轴; 起动点动电机; 各传动轴以连续的低速转动或实现换挡过程中的连续性;^[1]。这种换挡的变速过程是在正常传动链被切断情况下进行。

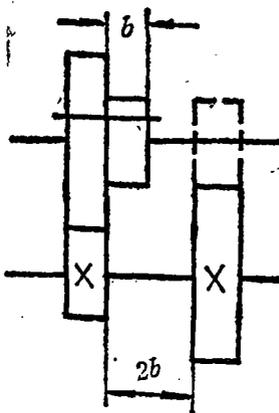


图1 常用窄式结构

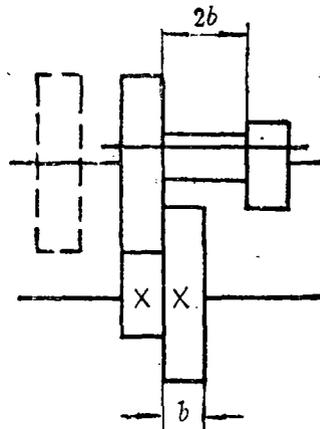


图2 常用宽式结构

现讨论双联的滑移齿轮无论是那种结构排列形式, 传动轴上的二个齿轮之间间隔距离减少为等于或大于1个齿宽情况($H \geq b$)。即当一对齿轮还处在啮合状态, 设法使另一对齿轮

在某一瞬时也处于啮合状态(齿形曲线在平面上投影相切), 进行换挡变速。这种办法可使宽结构排列形式总的宽度 $B \geq 5b$, 窄结构排列形式总的宽度 $B \geq 3b$ 。这种方法任何书刊没有提及过, 似乎不现实, 因二对齿轮的传动比不同, 在换挡时必然会出现齿轮挂不进, 但实际上并非如此。我国自行设计生产的C2163·6型卧式六轴自动车床的变速箱中一直到今采用了 $B \geq 3b$ 的双联滑移齿轮窄式结构排列形式, 并且能十分方便地进行换挡变速。生产厂对这种结构的布局形式没有作深入的理论探讨, 因而生产的其它规格同类型多轴自动车床产品中并没有引用这种排列方式。为了使这种排列形式能在实际中进一步得到应用, 本文将对这种排列形式的可行性、局限性及使用场合进行初步探讨。

1 $B \geq 3b$ 双联滑移齿轮窄式排列形式实现挂挡的可行性

齿轮换挡时, 如要使一对齿轮还没有脱开, 另一对齿轮可进行挂挡, 那必要条件是二对齿轮有一个可以同时啮合的区域, 或者至少有一个使二对齿轮同时啮合的各自啮合点同时出现, 这样才能实现换挡变速。由齿轮啮合原理可知, 若二对齿轮的齿数不相同, 不可能出现二对齿轮可同时啮合的公共区域^[2]。是否在某瞬时一对齿轮处于啮合状态, 另一对齿轮也进入啮合状态(齿形曲线在平面上投影相切), 此刻实现移动滑移齿轮进行换挡变速。

图 3 为新窄结构排列形式的双联滑移齿轮, 齿轮 Z_1 、 Z_3 可分别与 Z_2 、 Z_4 齿轮啮合, 二传动轴中心距为 A , 设 $i_1 = z_1/z_2$, $i_2 = z_3/z_4$ 。

建立 Z_1 、 Z_2 齿轮在各自动坐标系 $o_1x_1'y_1'$ 与 $o_2x_2'y_2'$ 中的齿廓曲线方程(图4)

$$\begin{cases} x_1' = R_1(\sin\varphi_1 - \varphi_1 \cos\varphi_1) \\ y_1' = -R_1(\cos\varphi_1 + \varphi_1 \sin\varphi_1) \end{cases} \quad (1)$$

式中

R_1 ——齿轮 Z_1 基圆半径

φ_1 ——渐开线齿形展开角

$$\begin{cases} x_2' = -R_2(\sin\varphi_2 - \varphi_2 \cos\varphi_2) \\ y_2' = R_2(\cos\varphi_2 + \varphi_2 \sin\varphi_2) \end{cases} \quad (2)$$

式中

R_2 ——齿轮 Z_2 基圆半径

φ_2 ——渐开线齿形展开角

齿轮 Z_1 、 Z_2 的动坐标系 $o_1x_1'y_1'$ 、 $o_2x_2'y_2'$ 与固定坐标系 $o_1x_1y_1$ 、 $o_2x_2y_2$ 的夹角分别为 α_1 、 α_2 (图4)。依渐开线齿轮的啮合原理, 齿轮啮合时相应的轮转动角 β 即是啮合齿轮的渐开线齿形展开角 φ , 即 $\beta = \varphi$ (β ——齿轮的转动角, φ ——渐开线齿形展开角)。

若齿轮 z_1 旋转 β_1 角, 在 $o_1x_1'y_1'$ 坐标系中齿形曲线坐标值为 (x_1', y_1') , 而在固定坐标系 $o_1x_1y_1$ 中则是齿轮 z_1 在啮合过程中啮合点的坐标值。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta_1 & \sin\beta_1 \\ -\sin\beta_1 & \cos\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 \\ \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1' \\ y_1' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\beta_1 \sin\beta_1 & \\ -\sin\beta_1 \cos\beta_1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1[\sin(\beta_1 + \alpha_1) - \beta_1 \cos(\beta_1 + \alpha_1)] \\ -R_1[\cos(\beta_1 + \alpha_1) + \beta_1 \sin(\beta_1 + \alpha_1)] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

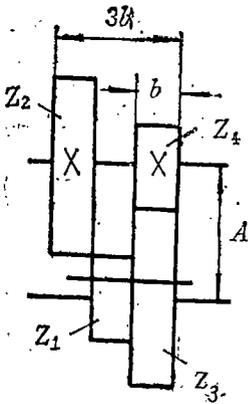


图3 新窄式结构

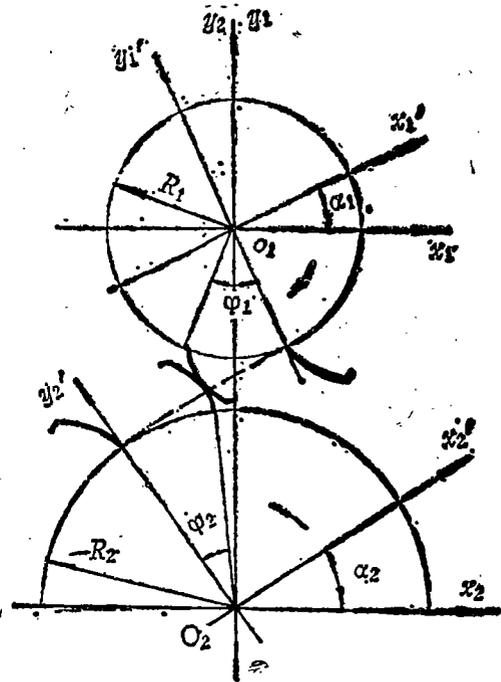


图4 齿形曲线坐标图

$$\beta_1 = \varphi_1$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1(\sin\alpha_1 - \varphi_1 \cos\alpha_1) \\ -R_1(\cos\alpha_1 + \varphi_1 \sin\alpha_1) \end{pmatrix}$$

将 (x_1, y_1) 坐标值转换到 $o_2x_2y_2$ 坐标系中

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1(\sin\alpha_1 - \varphi_1 \cos\alpha_1) \\ A - R_1(\cos\alpha_1 + \varphi_1 \sin\alpha_1) \end{pmatrix} \quad (3)$$

因 z_1, z_2 齿轮啮合, 在 z_1 轮转动 β_1 角时, 设 z_2 轮转动 β_2 角, z_2 轮在动坐标系 $o_2x_2'y_2'$ 中齿廓曲线坐标值转换到 $o_2x_2y_2$ 固定坐标系中

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta_2 & \sin\beta_2 \\ -\sin\beta_2 & \cos\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_2 - \sin\alpha_2 \\ \sin\alpha_2 & \cos\alpha_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2' \\ y_2' \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\beta_2 & \sin\beta_2 \\ -\sin\beta_2 & \cos\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_2[\sin(\beta_2 + \alpha_2) - \beta_2 \cos(\beta_2 + \alpha_2)] \\ -R_2[\cos(\beta_2 + \alpha_2) + \beta_2 \sin(\beta_2 + \alpha_2)] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\therefore \beta_2 = \varphi_2$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_2(\sin\alpha_2 - \varphi_2 \cos\alpha_2) \\ R_2(\cos\alpha_2 + \varphi_2 \sin\alpha_2) \end{pmatrix} \quad (4)$$

一对齿轮在啮合过程中必满足各自啮合点在同一固定坐标系中应相等, 即,

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_1} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_2}$$

如采用压力角为 20° (即 $\alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$)的标准渐开线齿轮, 它们的渐开线展开角 φ 之间关系应满足 $\varphi_2 = \varphi_{2\max} - \varphi_1 i_1$ ($\varphi_{2\max}$ 为齿轮 z_2 对应理论啮合线的最大渐开线展开角)。

$$\begin{aligned} \therefore & (x_2)_{z_1} = (x_2)_{z_2} \\ \therefore & R_1(\sin 20^\circ - \varphi_1 \cos 20^\circ) = -R_2[\sin 20^\circ - (\varphi_{2\max} - \varphi_1 i_1) \cos 20^\circ] \\ \therefore & (y_2)_{z_1} = (y_2)_{z_2} \\ \therefore & -R(\cos 20^\circ + \varphi_1 \sin 20^\circ) + A = R_2[\cos 20^\circ + (\varphi_{2\max} - \varphi_1 i_1) \sin 20^\circ] \end{aligned}$$

滑移齿轮如图3所示, 齿轮 z_3, z_4 啮合, 而 z_1 齿轮的动坐标系 $o_1x_1'y_1'$ 与 z_3 齿轮的动坐标系 $o_1x_3'y_3'$ 的夹角为 θ_1 , 齿轮 z_2 动坐标系 $o_2x_2'y_2'$ 与 z_4 的动坐标系 $o_2x_4'y_4'$ 夹角为 θ_2 (图5), 若 z_3 轮转动角 β_3 , 则 z_4 轮转动 $\beta_4 (= \beta_3 i_2)$ 角。设齿轮 z_1 与 z_2 在 z_3 与 z_4 啮合传动的某一瞬时也处于啮合状态, 则 z_1, z_2 轮在固定坐标系中的接触点(啮合点)坐标值应相等, 可求出此时啮合的 z_3 与 z_4 轮转动的 β_3 角。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_1} &= \begin{pmatrix} R_1[\sin \alpha + (\beta_3 + \theta_1) \cos \alpha] \\ -R_1[\cos \alpha - (\beta_3 + \theta_1) \sin \alpha] + A \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_2} &= \begin{pmatrix} -R_2[\sin \alpha + (\varphi_{2\max} - \beta_3 i_2 - \theta_2) \cos \alpha] \\ R_2[\cos \alpha - (\varphi_{2\max} - \beta_3 i_2 - \theta_2) \sin \alpha] \end{pmatrix} \end{aligned}$$

因接触点的坐标相等, 所以 $(x_2)_{z_1} = (x_2)_{z_2}$, $(y_2)_{z_1} = (y_2)_{z_2}$

$$R_1[\sin \alpha - (\beta_3 + \theta_1) \cos \alpha] = -R_2[\sin \alpha - (\varphi_{2\max} - \beta_3 i_2 - \theta_2) \cos \alpha]$$

$$(R_1 + R_2) \operatorname{tg} \alpha - (R_1 \beta_3 + R_2 \varphi_{2\max}) - (R_1 \theta_1 - R_2 \theta_2) + R_2 \beta_3 i_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \beta_3 &= \frac{(R_1 + R_2) \operatorname{tg} \alpha - (R_1 \theta_1 - R_2 \theta_2) - R_2 \varphi_{2\max}}{R_1 - R_2 i_2} \\ &= \frac{(1 + i) \operatorname{tg} \alpha - \varphi_{2\max} + \theta_2 - i_1 \theta_1}{i_1 - i_2} \quad (\because \varphi_{2\max} = (i + 1) \operatorname{tg} \alpha) \\ &= \frac{\theta_2 - i_1 \theta_1}{i_1 - i_2} \end{aligned} \quad (5)$$

在 z_3 轮转动 β_3 角时, z_1 与 z_2 轮可以处于啮合状态, 而它们齿形的另一侧是否也是处于啮合状态呢?

同理, 我们可以建立齿形另一侧啮合线啮合点转换到 $o_2x_2y_2$ 坐标中的方程

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_1} = \begin{pmatrix} -R_1(\sin \alpha - \varphi_1' \cos \alpha) \\ A - R_1(\cos \alpha + \varphi_1' \sin \alpha) \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_2} = \begin{pmatrix} R_2(\sin \alpha - \varphi_2' \cos \alpha) \\ R_2(\cos \alpha + \varphi_2' \sin \alpha) \end{pmatrix} \quad (7)$$

因 z_1 轮 $o_1x_1'y_1'$ 的动坐标系与 z_3 轮的动坐标系有一个相位差角 θ_1 , z_2 轮 $o_2x_2'y_2'$ 的动坐标

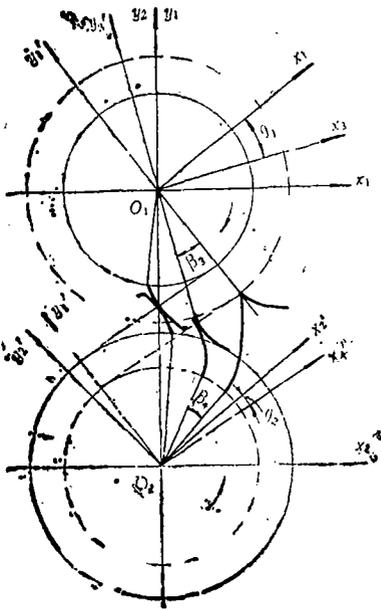


图5 二对齿形曲线坐标图

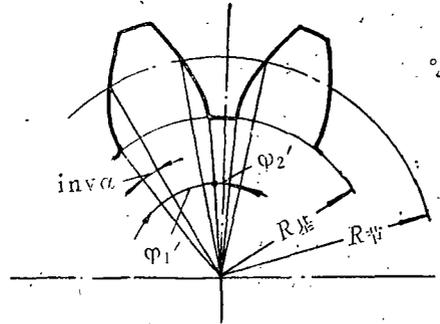


图6 齿廓曲线起始点相位角

与 z_4 轮的动坐标系有一个相位差角 θ_2 , 此时 z_1 轮的齿形二侧齿形的渐开线起始点的相位角差为 $(\pi/z) - 2\text{inv}\alpha$ 角。 z_2 轮相邻二侧齿形的渐开线起始角相差 $(\pi/z) + 2\text{inv}\alpha$ 角(图6)。

啮合着的 z_3, z_4 轮中 z_3 轮转动 β_3 角, z_1 与 z_2 轮的一侧齿形可处于啮合状态, 而另一侧齿形的啮合线啮合点坐标方程式(6)、(7)中渐开线展开角 φ_1' 、 φ_2' 分别为:

$$\varphi_1' = 40^\circ - [\beta_3 + \theta_1 + (\frac{\pi}{z_1} - 2\text{inv}\alpha)]$$

$$\varphi_2' = \beta_3 i_2 + \theta_2 + (\frac{\pi}{z_1} + 2\text{inv}\alpha) + 40^\circ - \varphi_{2\text{max}}$$

代入(6)、(7)式中经计算等式成立, 即 z_1, z_2 齿轮的另一侧齿形也是处于啮合状态, 不产生干涉或脱离现象。

上述说明了二对齿轮同时处于啮合状态, 它们的公共啮合区域为一点。要使挂挡顺利进行, 那必须使二对齿轮在换挡时同时处在啮合位置, 可以证明在换挡的瞬时这种现象出现的概率几乎等于零, 那么, 按窄结构形式排列总宽度 $B \geq 3b$ 的双联滑移齿轮又是如何进行换挡的呢? 它是二对齿轮相对转动进行挂挡。若滑移齿轮结构参数一定, 一对待啮合挂挡齿轮的啮合点是它本身啮合线上的某一固定点, 而待挂挡齿轮齿形上相应的啮合点也是一定的。在啮合着的一对齿轮转动中, 待啮合着一对齿轮齿形曲线上相应的啮合点向它本身的固定啮合点移动, 公式(5)的建立是没有考虑 z_3, z_4 轮的转动, 而是仅考虑它们之间的动坐标相位角差 θ_1 、 θ_2 , 为使啮合齿轮 z_1, z_2 处于啮合状态, z_3 轮必需转动 β_3 角。而实际工作时是 z_3 与 z_4 啮合转动到某一位置停下来换挡变速。而一对标准的渐开线齿轮的实际啮合线比理论啮合线短, 但它们的重迭系数总是大于1, 在不少状态下是二对齿轮处于啮合状态, 每对齿轮从开始啮合到脱离啮合都有一定的转角范围(图7), 而啮合点停在什么位置上是一个随机量 k_1 角度, 相位角 θ_1, θ_2 在齿轮的安装中也是一个随机量。如果考虑到随机量 k_1 的影响, 则在 $O_2x_2y_2$ 坐标系中(图5)二对齿轮都处于啮合状态, 仍须满足:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_1} &= \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}_{z_2} \\ R_1[\sin\alpha - (\beta_3 + \theta_1 + k_1)\cos\alpha] &= -R_2[\sin\alpha - (\varphi_{2\max} - \beta_3 i_2 - k_1 i_2 - \theta_2)\cos\alpha] \\ (i_1 + 1)\operatorname{tg}\alpha - (\beta_3 + \theta_1 + k_1)i_1 - (\varphi_{2\max} - \beta_3 i_2 - k_1 i_2 - \theta_2) &= 0 \\ \therefore \beta_3 &= \frac{(i_1 + 1)\operatorname{tg}\alpha - (\theta_1 + k_1)i_1 - \varphi_{2\max} + k_1 i_2 + \theta_2}{i_1 - i_2} \\ &= \frac{\theta_2 + k_1 i_2 - (\theta_1 + k_1)i_1}{i_1 - i_2} \quad (\because \varphi_{2\max} = (i_1 + 1)\operatorname{tg}\alpha) \end{aligned}$$

通过计算表明，在 θ_1 与 θ_2 中间值情况下($0 \leq \theta_1 \leq 360/z_1$, $0 \leq \theta_2 \leq 360/z_2$)， k_1 处于 z_3 与 z_4 齿轮啮合转动角的中间位置， z_1 与 z_2 待啮合齿轮易进入啮合状态，而 k_1 角处于啮合转动角的起始或终止位置， z_1 与 z_2 相对转动进入啮合状态困难，所需操作力也越大，甚至会出现顶齿(自锁)现象，必须使啮合齿轮 z_3, z_4 再转动一个新位置停下换挡变速，但这种现象的机率不大。

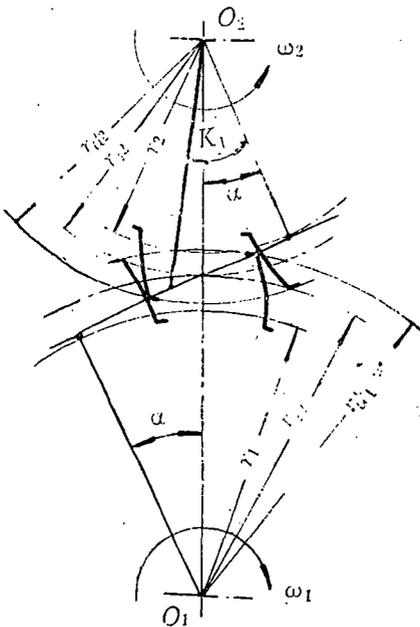


图7 标准齿轮啮合图

由后面分析计算出边脱开边挂挡的力 P ：

$$P = \frac{\operatorname{tg}\beta + f}{1 - f\operatorname{tg}\beta} \cdot \frac{2mf}{mz_2} \left(\frac{1 + i_2}{i_2 - i_1} \right)$$

为使力 P 不无穷大，设计时 $i_1 \neq i_2$ 而 $1 - f\operatorname{tg}\beta$ 有为零的可能，解得：

$$\beta = \operatorname{arctg}(1/f) = \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg}\rho)$$

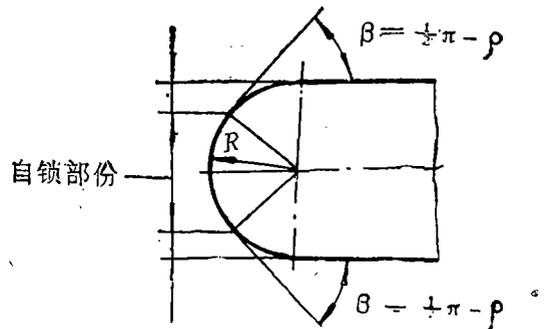


图8 自锁分析图

注：上下为不自锁部分

ρ —摩擦角

即: $\beta = (\pi/2) - \rho$

当 $\beta \geq (\pi/2) - \rho$ 时将出现自锁。

可进行挂挡的机率(图8)

$$\eta = \frac{2(R - R\cos)[(\pi/2) - \rho]}{2R} 100\%$$

$$= 1 - \cos[(\pi/2) - \rho] 100\%$$

实际上并非不产生自锁就能挂挡, 接近自锁时挂挡力相当大, 挂挡很困难, 故实际能挂挡的概率要比理论计算小些。由于齿轮啮合传动中还有间隙存在, 又便于待啮合齿轮的挂挡, C2163·6型自动车床实际变速换挡和变速换挡模型实验, 均证实了在常用的速比范围内进行换挡自锁现象是极少的。不过我们从公式(5)可知, 在 $i_1 = i_2$ 情况下, 无论啮合齿轮如何转动也无法使待啮合齿轮进行挂挡, 实验也证明了这点, 除非 $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$, $R_1 = R_3$, 相当于一对宽厚齿轮传动。

2 $B \geq 3b$ 双联滑移齿轮换挡过程及各种传动比组合的挂挡力增加倍数

双联滑移齿轮挂挡过程如图9示, S_1, S_2 分别表示齿轮 z_1, z_2 上的一个齿, 按常规挂挡齿轮的轮齿端面倒成大圆角。挂挡力 P 使 z_1 轮在传动轴上向左移动, z_1 轮上 S_1 齿与 z_2 轮上 S_2 齿相碰, S_1 齿与 S_2 齿产生一个作用力 F_N 和摩擦力 F_f , 同样 S_2 对 S_1 产生反作用力 F_N' 和 F_f' , P' 为 Z_2 轮的反作用力, 且 $P' = P$, 将 F_N 和 F_f 分解成齿轮的切向力 F_t 和轴向力 F_x 及径向力 F_r , 但二个齿端大圆倒角相碰撞中, F_t 与 F_x 力远比 F_r 力大, 而 F_r 的存在仅增加齿轮在轴上的摩擦阻力, 在近似计算分析中忽略微小径向力。

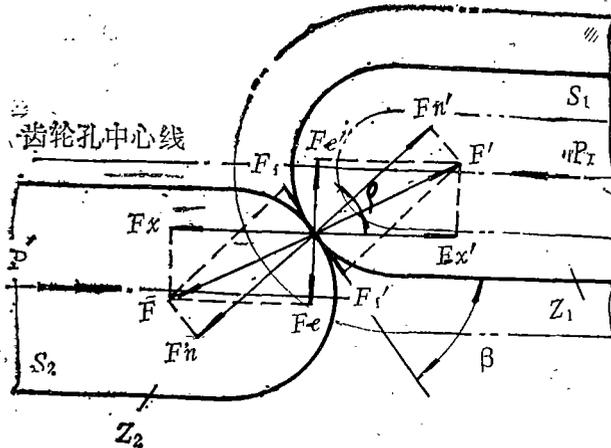


图9 二齿端圆角接触受力图

$F_x = P$ (忽略齿轮与轴的滑移摩擦力)

$$\frac{F_t}{F_x} = \text{ctg}(\beta + \rho) \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 F_t &= P \cdot \text{ctg}(\beta + \rho) \\
 &= P \frac{1 - \text{tg}\beta \cdot \text{tg}\rho}{\text{tg}\beta + \text{tg}\rho} \\
 &= P \frac{1 - f \cdot \text{tg}\beta}{\text{tg}\beta + f}
 \end{aligned}$$

式中

$f = \text{tg}\rho$ ——摩擦系数

在 F_t 力作用下，使 Z_2 轮发生转动，而轮的受力情况及转动方向如图10。

根据作用力与反作用力相等

$$F_1' = F_1$$

$$F_4 = F_4'$$

I 轴：

$$F_4 \cdot r_3 = F_1 r_1' + M_{t1}$$

II 轴：

$$F_1 \cdot r_2 = F_4' \cdot r_4 + M_{t2}$$

(9)

(10)

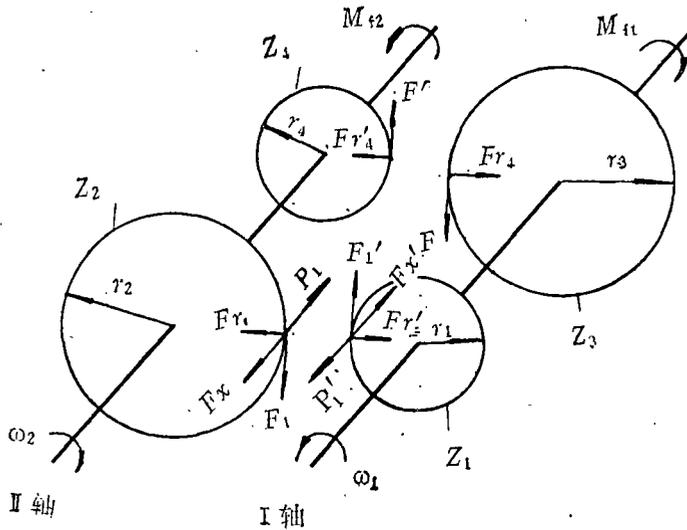


图10 新窄式结构二轴受力分析图

其中： M_{t1} 、 M_{t2} 分别为使 I、II 轴转动所克服的阻力矩，由(9)式得

$$F_4 = \frac{F_1' r_1 + M_{t1}}{r_3} \tag{11}$$

将(11)代入(10)式

$$F_1 r_2 = \frac{F_1 r_1 + M_{t1}}{r_3} \cdot r_4 + M_{t2}$$

解得：

$$F_1 = \frac{M_{t1} r_4 + M_{t2} r_3}{r_2 r_3 - r_1 r_4}$$

由于 M_{t1} 与 M_{t2} 在机床中与前后传动链的长度、轴承的预紧、齿轮和轴的结构及重

量等因素有关, 简化之, 设 $M_{t1} = M_{t2} = M_t$ 则

$$F_1 = \frac{M_t((r_4 + r_3))}{r_2 r_3 - r_1 r_4} = \frac{1/r_2(1 + i_2)}{i_2 - i_1} M_t$$

$$= \frac{2M_t}{mz_2} \left(\frac{1 + i_2}{i_2 - i_1} \right) \tag{12}$$

当轴的转向与图 8 所示方向相同时,

$$F_1 = \frac{2M_t}{mz_2} \left(\frac{1 + i_2}{i_2 - i_1} \right)$$

必须满足 $i_2 - i_1 > 0$ 即 $i_2 > i_1$ 这时 z_2 轮所受切向力方向与该轮的运动方向相同。

若传动轴的转动方向与图 8 所示方向相反同样可得出:

$$F_1 = - \frac{2M_t}{mz_2} \left(\frac{1 + i_2}{i_2 - i_1} \right)$$

因此时的 F_4' , F_4 , M_{t1} , M_{t2} 方向与图示方向不同, 要使 $F_1 > 0$, 只有 $i_1 > i_2$ 才能满足, 此时 z_2 轮所受切向力方向与该轮的运动方向相反。

上面分析了在挂挡力作用下, 其齿轮的转动方向由两对齿轮的传动比关系来决定, 那么在这样的力作用下所产生的这种转动方向是否总有利于待啮合齿轮进入啮合区呢? 在开始进行换挡时, 若待啮合齿轮处在相交状态(图11), 此时由于轮齿端面倒角的作用而产生一对作用力 F_1 、 F_1' , 其中 z_1 轮齿受 F_1' , z_2 轮齿受 F_1 , 此时二轮的转动方向如图11示, 则 z_1 与 z_2 轮齿曲线与啮合线交点在啮合线上移动距离 l_1 与 l_2 分别为:

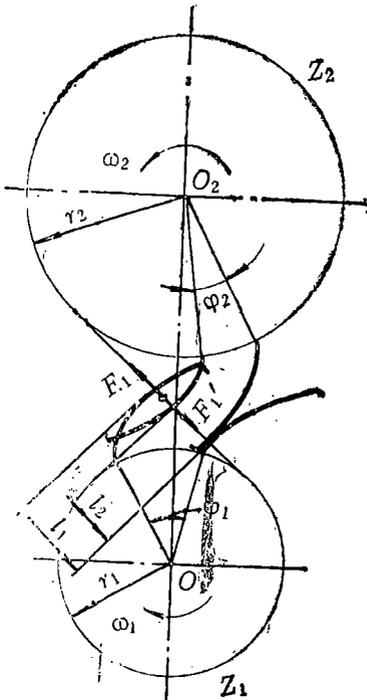


图 11 待啮合齿轮状态分析

$$l_1 = r_1 \varphi_1$$

$$l_2 = r_2 \varphi_2$$

φ_1 与 φ_2 的关系是由啮合着的一对齿轮传动关系来决定, 即 $\varphi_2 / \varphi_1 = z_3 / z_4 = i_2$, 此时两齿形曲线各自交点在啮合线上的移动距离差为:

$$\Delta l = l_1 - l_2 = r_1 \varphi_1 - r_2 \varphi_2$$

$$= r_2 \varphi_1 (i_1 - i_2)$$

在图11所示状态, 只有当 $\Delta l > 0$ 时有利于两齿形进入啮合区, 当 $i_1 > i_2$ 时, 只有当 $\varphi_1 > 0$ 时, 才能使 $\Delta l > 0$, 此时齿轮转向如图11示, z_2 轮所受切向力的方向与该轮的运动方向相反; 而当 $i_1 < i_2$ 时, 只有当 $\varphi_1 < 0$ 时才能使 $\Delta l > 0$, 此时齿轮转向与图示相反, z_2 轮所受切向力的方向与该轮的运动方向相同。这种使待啮合齿轮进入啮合区的力、传动比和转动方向三者之间关系是与上面按两轴受力分析所得的三者关系是一致的。

由此可见, 挂挡时所产生的切向力总能使待啮合的齿轮进入啮合区, 此时挂挡力 P 可以按下式求得:

$$F_1 = F_t = P \cdot \frac{1 - f \cdot \text{tg}\beta}{\text{tg}\beta + f}$$

$$P = \frac{\text{tg}\beta + f}{1 - f \text{tg}\beta} \cdot \frac{2M_t}{mz_2} \left(\frac{1 + i_2}{i_2 - i_1} \right)$$

普通先脱开后啮合的双联滑移齿轮，二轴受力及转向如图 12 所示，当 z_1 与 z_2 轮待挂挡时， z_3 、 z_4 轮不啮合，因此它们之间无作用力。为使挂挡能顺利进行，同样轮齿端上的大圆角会迫使 I、II 轴相对转动一个角度而进入啮合。

I 轴：

$$F_1' r_1 = M_{t1}; F_1' = \frac{M_{t1}}{r_1}$$

II 轴：

$$F_1 r_2 = M_{t2}; F_1 = \frac{M_{t2}}{r_2}$$

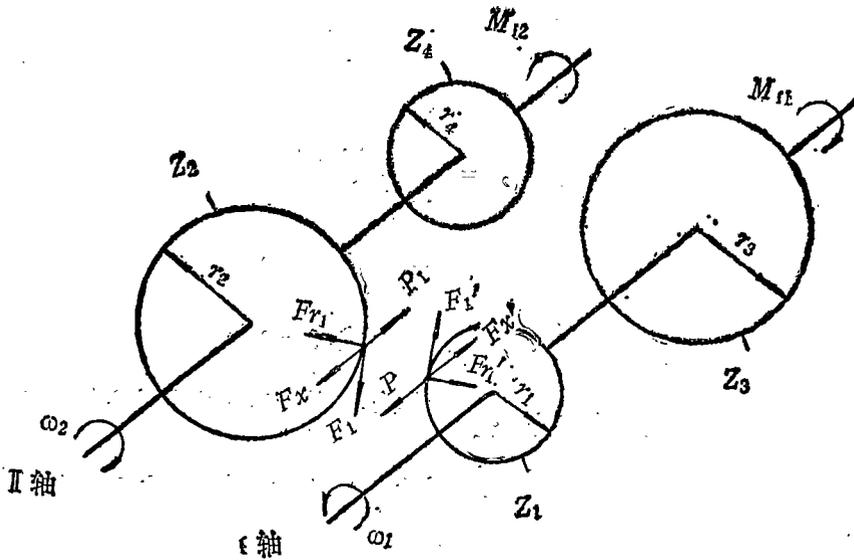


图 12 二轴受力分析图

因为 $r_1 \neq r_2$, $M_{t1} \neq M_{t2}$, 为简化起见, 设 $M_{t1} = M_{t2} = M_t$, 并假定挂挡力 $P_{普}$ 是作用在 z_1 轮上, 现以最小的 F_1 力来考虑, 当 $r_1 < r_2$ 时,

$$F_1 = \frac{M_t}{r_2} = \frac{2M_t}{mz_2}$$

∴

$$F_1 = P_{普} \cdot \frac{1 - \text{tg}\beta f}{\text{tg}\beta + f}$$

∴

$$P_{普} = \frac{2M_t}{mz_2} \left(\frac{\text{tg}\beta + f}{1 - \text{tg}\beta f} \right)$$

当 $r_1 > r_2$ 时 $F_1 = \frac{M_t}{r_1} = \frac{2M_t}{mz_1}$

$$P_{\text{普}} = \frac{2M_f}{mz_1} \left(\frac{\text{tg}\beta + f}{1 - \text{tg}\beta \cdot f} \right) = \frac{2M_f}{mz_2 \cdot i_1} \left(\frac{\text{tg}\beta + f}{1 - \text{tg}\beta \cdot f} \right)$$

z_1, z_2 为齿轮的齿数, r_1, r_2 为齿轮节圆半径, $i_1 = z_1/z_2$, $i_2 = z_3/z_4$
 设边脱开边挂挡的齿轮挂挡力为普通的先脱开后挂挡的力 x 倍

$$x = \frac{P}{P_{\text{普}}} \begin{cases} \text{当 } i_2 > i_1 \text{ 时 (认定 } r_1 < 2r), & X = \frac{1+i_2}{i_2-i_1} \\ \text{当 } i_2 < i_1 \text{ 时 (认定 } r_2 < r_1), & X = -\left(\frac{1+i_2}{i_2-i_1}\right) i_1 \end{cases}$$

$$x = f(i_1, i_2)$$

$$\frac{\partial x}{\partial i_1} \begin{cases} i_2 > i_1 \text{ 时,} & = \frac{1+i_2}{(i_2-i_1)^2} \\ i_2 < i_1 \text{ 时,} & = \frac{-(1+i_2)i_2}{(i_2-i_1)^2} \end{cases}$$

$$\frac{\partial x}{\partial i_2} \begin{cases} i_2 > i_1 \text{ 时,} & = \frac{-(1+i_1)}{(i_2-i_1)^2} \\ i_2 < i_1 \text{ 时,} & = \frac{-(1+i_1)i_1}{(i_2-i_1)^2} \end{cases}$$

$$\text{令 } \frac{\partial x}{\partial i_1} = 0 \quad \text{即 } i_2 = -1 \quad \text{或 } i_2 = 0$$

$$\frac{\partial x}{\partial i_2} = 0 \quad \text{即 } i_1 = -1 \quad \text{或 } i_1 = 0$$

因讨论问题时 $i_1 \neq i_2$, 且 i_1, i_2 均大于零, 故 i_1, i_2 在区间 $[0, \infty]$ 内无驻点, 所以 x 无极值。

下面讨论增力倍数 x 值的二种特殊情况

(1) 当 $i_1 = i_2$ 时, 则 $x = \infty$, 这说明当二根轴上分别安装两对传动比相同的齿轮, 且各轴上齿轮的动坐标系相差一个相位角, 当一对齿轮啮合, 另一对齿轮永远也不能啮合, 这与前面的讨论是一致的;

(2) 当 $i_2 > i_1$ 时, $i_2 \rightarrow \infty$; $i_2 < i_1$ 时, $i_1 \rightarrow \infty$, 则 $x = 1$, 这说明此时已由齿轮传动转化为齿条传动, 这已不是我们所讨论的结构形式, 在边脱开边挂挡的滑移齿轮结构中不存在 $x = 1$ 的情况, 因它的挂挡力总是大于先脱开后挂挡的力。

通过计算, 可以算出边脱开边挂挡的滑移齿轮挂挡力, 是普通先脱开后挂挡的滑移齿轮挂挡力 x 倍数的各种齿轮常用传动比的组合(表 1、表 2)。

当设计双联滑移齿轮是按最小轴向距离的结构设计时, 可按表判断所选传动比组合属于多大增力倍数的范围, 再根据实际情况确定是否可以采用此种结构。一般情况下边脱开边挂挡的滑移齿轮结构的传动比组合为一升一降为好, C2163·6 自动车床变速箱中用的是一升一降, 此时增力倍数 x 值较小, 且选择传动比的范围较宽。如果是两升或两降的传动比组合, 这种传动方式二联滑移齿轮不常见, 但在三联滑移齿轮中有出现, 如果也采用边脱开边挂挡, 它的挂挡力的增力倍数较大, 且选择传动比的范围较窄。这将给操作机构的设计和实际操作带来困难。

表1 双联齿轮传动比一升一降时挂挡力增力倍数

	$I_2 (i_1)$																											
	1.0	1.06	1.12	1.18	1.25	1.32	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.12	2.24	2.36	2.5	2.65	2.8	3.0	3.15	3.35	3.55	3.75	4.0	4.25	4.5	
$1/1.0$																												
$1/1.06$										$x > 3$																		
$1/1.12$											$x > 3$																	
$1/1.18$																$x > 2$												
$1/1.25$																												
$1/1.32$																												
$1/1.4$																												
$1/1.5$																												
$1/1.6$																												
$1/1.7$																												
$1/1.8$																												
$1/1.9$																												
$1/2.0$																												
$1/2.12$																												
$1/2.24$																												
$1/2.36$																												
$1/2.5$																												
$1/2.65$																												
$1/2.8$																												
$1/3.0$																												
$1/3.15$																												
$1/3.35$																												
$1/3.55$																												
$1/3.75$																												
$1/I_1$																												
$1/i_1$																												
$1/4.5$																												

注： $I_2, 1/I_1$ 为一组

$i_1, 1/i_2$ 为另一组

致 谢

在研究、实验及成文过程中，南京第二机床厂许本仁同志给予大力支持，无锡光学仪器厂刘松同志也做了些工作，在此谨致谢意。

表2 双联齿轮传动同升或同降时挂挡力增力倍数

I_1 (i_2) ($1/i_1$)	I_2 (i_1) ($1/i_2$)																											
	1.0	1.06	1.12	1.18	1.25	1.32	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.12	2.24	2.36	2.5	2.65	2.8	3.0	3.15	3.35	3.55	3.75	4.0	4.25	4.5	
1.0																												
1.06																												
1.12																												
1.18																												
1.25																												
1.32																												
1.4																												
1.5																												
1.6																												
1.7																												
1.8																												
1.9																												
2.0																												
2.12																												
2.21																												
2.24																												
2.36																												
2.5																												
2.65																												
2.8																												
3.0																												
3.15																												
3.35																												
3.55																												
3.75																												
4.0																												
4.25																												
4.5																												

注：同升 I_2 , I_1 为一组；同降 $1/I_2$, $1/I_1$ 为一组； i_1, i_2 为另一组

参 考 文 献

- 1 戴曙. 金属切削机床设计. 机械工业出版社, 1981
- 2 黄锡凯. 机械原理. 人民教育出版社, 1980

An Analysis of the Minimum Arrangement Dimension Along Axis of Double Step Sliding Gear Block

Du Kangang Yc Hongjian

Abstract: This paper brings out feasibility and applicability to make change drive of double step sliding gear by moving one gear width along axis under conditions of corresponding ratio of gear. Generally, Teaching materials consider that it is necessary for change drive of double step sliding gear to move at least the width of two gears.

Subjectwords: Change drive by sliding gear; Double step sliding gear; Minimum sliding distance