

机械传动系统的惯性位移量及其测试

许介卫 李克修 胡福明

(机械系)

摘要 本文着重讨论机械传动系统在运动过程中所存在的惯性位移量及其计算和测试方法。并指出惯性位移量可作为机械传动系统的质量指标和传动系统的空载损耗或传递效率的度量。

主题词 空载惯性位移; 负载惯性位移量; 传递效率; 机械传动系统

0 前言

机械传动系统在动力源掉电后, 系统中的传动件由于惯性及其间的摩擦力和摩擦力矩等的作用, 将继续运转一个很短的时间后才停止转动。各传动件相对于掉电时刻的位置都相应地转过一定的角度或移动一定的距离。传动件在掉电后所转过的角度或移动的距离称为传动件的惯性位移量。传动系统在空载时所产生的惯性位移量称为空载惯性位移量, 在负载(一般为70%的额定载荷)时所产生的惯性位移量称为负载惯性位移量。机械传动系统中惯性位移的大小直接影响该系统空载功率损耗、传递效率和响应常数, 并可表示传动系统的制造和装配质量。因此惯性位移量已成为某些产品的必测参数^[1]。

1 空载惯性位移量

传动系统由轴、齿轮、轴承等传动件组成(见图1)。轴I一端与动力源(如电机)连接。轴Ⅲ为系统动力输出端, 空载时输出端不带负载。

传动系统一旦掉电, 原转动着的传动件由于受系统内摩擦力矩的作用, 很快就会停止转动。系统中各传动件的初转速 ω_{j0} 或初速度 V_{j0} 都不等于零, 而停转时末转速或末速度为零; 主动力或主动矩为零, 而摩擦力 F_{fj} 和摩擦力矩 M_{fj} 不为零。各轴的受力情况如图2所示。设主动轴的原转动方向为正, 其它各轴的转动方向为 $(-1)^{J-1}$, (J 为轴号), 当正时该轴与主动轴同向, 负则反之。 M_{fj} 的作用方向应与各轴的转向相反。根据刚体绕定轴转动可以写出下列方程式

$$I_1 \varepsilon_1 = P_{2,1} R_{1,1} - M_{f1}$$

$$I_2 \varepsilon_2 = P_{1,2} R_{2,1} + P_{3,2} R_{2,2} + M_{f2}$$

$$I_3 \varepsilon_3 = P_{2,3} R_{3,1} - M_{f3}$$

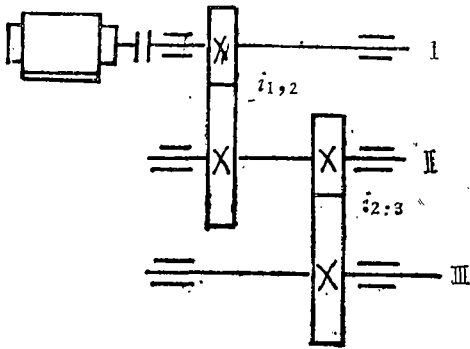


图1 传动系统图

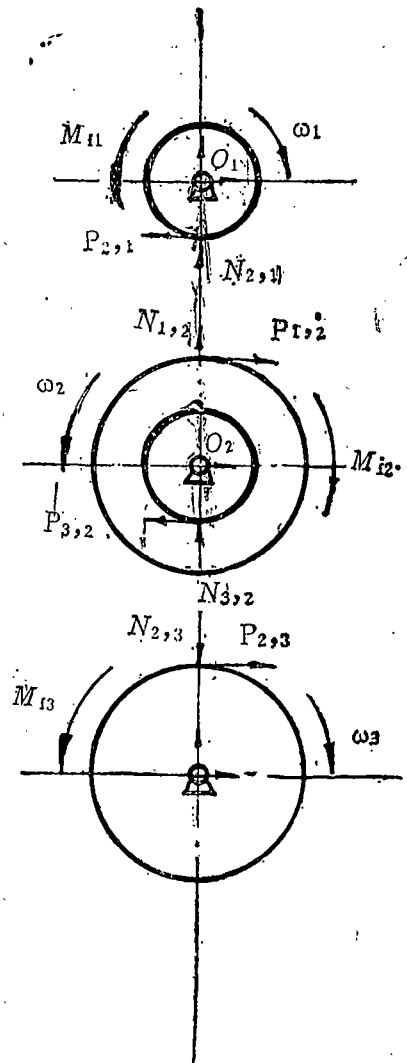


图2 各轴受力情况

将以上方程移项整理为下列形式

$$I_1 \varepsilon_1 + M_{I1} = P_{2,1} R_{1,1} \quad (1)$$

$$I_2 \varepsilon_2 - M_{I2} - P_{3,2} R_{2,2} = P_{1,2} R_{2,1} \quad (2)$$

$$I_3 \varepsilon_3 + M_{I3} = P_{2,3} R_{3,1} \quad (3)$$

式中

I_1 、 I_2 、 I_3 ——分别为轴 I、II、III 的转动惯量。轴 I 的转动惯量 I_1 应包括动力源转动部分的转动惯量。

$P_{1,2}$ 、 $P_{2,1}$ 、 $P_{2,3}$ 、 $P_{3,2}$ ——各传动件相互作用的周向力，且 $P_{1,2} = P_{2,1}$ ， $P_{2,3} = P_{3,2}$

$R_{1,1}$ 、 $R_{2,1}$ 、 $R_{2,2}$ 、 $R_{3,1}$ ——各轴上传动件的啮合圆半径。相应啮合圆半径之比为各轴间的传动比：

$$\frac{R_{2,1}}{R_{1,1}} = i_{1,2}, \quad \frac{R_{3,1}}{R_{2,1}} = i_{2,3}$$

式中

ε_1 、 ε_2 、 ε_3 ——各轴的角加速度

M_{f1} 、 M_{f2} 、 M_{f3} ——各轴上总摩擦力矩

由式(2)/(1), 并将 $P_{1,2} = P_{2,1}$ 、传动比 $i_{1,2} = R_{2,1}/R_{1,1}$ 代入, 则

$$\frac{I_2 \varepsilon_2 - M_{f2} - P_{3,2} R_{2,2}}{h_1 \varepsilon_1 + M_{f1}} = \frac{P_{1,2} R_{2,1}}{P_{2,1} R_{1,1}} = i_{1,2}$$

$$i_{1,2} I_1 \varepsilon_1 - I_2 \varepsilon_2 + i_{1,2} M_{f1} + M_{f2} = -P_{3,2} R_{2,2} \quad (4)$$

再将(3)/(4), 并 $P_{2,3} = P_{3,2}$ 、传动比 $i_{2,3} = P_{3,1}/R_{2,2}$ 代入:

$$\frac{I_3 \varepsilon_3 + M_{f3}}{i_{1,2} I_1 \varepsilon_1 - I_2 \varepsilon_2 + i_{1,2} M_{f1} + M_{f2}} = \frac{P_{2,3} R_{3,1}}{P_{3,2} R_{2,2}} = -i_{2,3}$$

$$-i_{1,2} i_{2,3} I_1 \varepsilon_1 + i_{2,3} I_2 \varepsilon_2 - I_3 \varepsilon_3 - i_{1,2} i_{2,3} M_{f1} - i_{2,3} M_{f2} - M_{f3} = 0 \quad (5)$$

以 $\varepsilon_1 = i_{1,2} i_{2,3} \varepsilon_3$

$\varepsilon_2 = -i_{2,3} \varepsilon_3$ 代入式(5), 可得

$$\varepsilon_3 = -\frac{i_{1,2} i_{2,3} M_{f1} + i_{2,3} M_{f2} + M_{f3}}{i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 I_1 + i_{2,3}^2 I_2 + I_3}$$

$$= -\frac{M'_{f3}}{I'_3} \quad (6)$$

$$M'_{f3} = i_{1,2} i_{2,3} M_{f1} + i_{2,3} M_{f2} + M_{f3} \quad (7)$$

$$I'_3 = i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 I_1 + i_{2,3}^2 I_2 + I_3 \quad (8)$$

传动系统内各轴的转动状况是相互牵制的。输出轴Ⅲ的转动〔见式(6)〕情况除与本轴的转动惯量和摩擦力矩有关外, 还受其它轴的摩擦力矩和转动惯量的影响, 影响程度与各轴之间的传动比有关。在分析计算轴Ⅲ的运动时, 可将其它轴的摩擦力矩和转动惯量按一定的关系附加在轴Ⅲ上, 把轴Ⅲ看成具有转动惯量 I'_3 和摩擦力矩 M'_{f3} 的单轴。因此分别称 I'_3 、 M'_{f3} 为轴Ⅲ的当量转动惯量和当量摩擦力矩。对一定的传动系统来说, 各轴的转动惯量是定值, 因此对系统中某轴的当量转动惯量也应是定值。但是各轴的摩擦力矩在掉电后从匀速转动到停止的整个过程中是变化的, 因此对系统中某轴的当量摩擦力矩也是随时变化的。轴Ⅲ的角加速度是当量摩擦力矩的函数, $d^2\varphi/d\varphi^2 = \varepsilon_3 = f(M'_{f3})$ 。为了简化计算, 设系统中某轴的惯性位移量是在当量摩擦力矩不变的条件下发生的, 即当量摩擦力矩取其平均值。另外由于系统中各轴的初始惯性位移量和末角速度都为零。因此轴Ⅲ的空载惯性位移量、当量转动惯量和当量摩擦力矩之间应有下列关系

$$\phi_{30} = \frac{I'_3 \omega_{30}^2}{2M'_{f3}}$$

式中

ϕ_{30} ——轴Ⅲ的空载惯性位移量

ω_{30} ——轴Ⅲ的稳定角速度

设电机转速为 N 转/分, 即 $\omega_{30} = 2\pi i_{1,2} i_{2,3} N$ 并代入上式得

$$\varphi_{30} = \frac{2\pi^2 i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 N_2 I'_3}{M'_{f3}} \quad (9)$$

本系统中其它各轴的运动情况可将

$$\varepsilon_2 = i^{-1}_{1,2} \varepsilon_1, \quad \varepsilon_3 = i^{-1}_{1,2} i^{-1}_{2,3} \varepsilon_1$$

或

$\varepsilon_1 = i_{1,2} \varepsilon_2, \quad \varepsilon_3 = i^{-1}_{2,3} \varepsilon_2$ 代入式(5), 可得类似轴Ⅲ的公式。

轴Ⅰ:

$$\varepsilon_1 = - \frac{M_{f1} + i^{-1}_{1,2} M_{f2} + i^{-1}_{1,2} i^{-1}_{2,3} M_{f3}}{I_1 + i^{-2}_{1,2} I_2 + i^{-2}_{1,2} i^{-2}_{2,3} I_3} = - \frac{M'_{f1}}{I'_{f1}} \quad (10)$$

$$M'_{f1} = M_{f1} + i^{-1}_{1,2} M_{f2} + i^{-1}_{1,2} i^{-1}_{2,3} M_{f3} \quad (11)$$

$$I'_{f1} = I_1 + i^{-2}_{1,2} I_2 + i^{-2}_{1,2} i^{-2}_{2,3} I_3 \quad (12)$$

$$\varphi_{10} = \frac{2\pi^2 N^2 I'_1}{M'_{f1}}$$

轴Ⅱ:

$$\varepsilon_2 = \frac{i_{1,2} M_{f1} + M_{f2} + i^{-1}_{2,3} M_{f3}}{i^2_{1,2} + I_2 + i^{-2}_{2,3} I_3} = \frac{M'_{f2}}{I'_{f2}} \quad (13)$$

$$M'_{f2} = i_{1,2} M_{f1} + M_{f2} + i^{-1}_{2,3} M_{f3} \quad (14)$$

$$I'_{f2} = i^2_{1,2} I_1 + I_2 + i^{-2}_{2,3} I_3 \quad (15)$$

$$\varphi_{20} = \frac{2\pi^2 i^2_{1,2} I'_2}{M'_{f2}}$$

由上讨论可知, 系统中任一轴J的当量摩擦力矩 M'_{fJ} 为各轴的摩擦力矩乘上或除以该轴与轴J之间的传动比之和。在轴J之前各轴摩擦力矩应乘上两轴间传动比, 而在轴J之后各轴摩擦力矩应除以两轴间传动比。如果系统各轴的摩擦力矩都相等, 那么轴各折算到轴J的摩擦力矩之比为轴间传动比之比。任一根轴J上的当量转动惯量 I'_J 为各轴的转动惯量乘上或除以该轴与轴J之间传动比平方之和。在轴J之前各轴转动惯量应乘上两轴间传动比平方, 而在轴J之后各轴转动惯量应除以两轴间传动比平方。系统中各轴的空载惯性位移量 φ_{10} 、 φ_{20} 、 φ_{30} 的方向应与各轴原转动方向一致, 其惯性位移量通式为

$$\varphi_{J0} = (-1)^{J+1} \frac{2i^2_{1,2} \cdots i^2_{J-1,J} J \pi^2 N^2 I'_J}{M'_{fJ}}$$

$$J = 1, 2, 3$$

以上讨论也适合于n根轴传动系统。任何传动系统中除轴Ⅰ和输出轴以外(参见图2), 其它轴都作用着摩擦力矩 M_{fJ} 和两个圆周力 $P_{J-1,J}$ 、 $P_{J+1,J}$ 。第一个圆周力是前轴(J-1)通过传动件作用在J轴上, 而第二个圆周力是后一轴(J+1)通过传动件作用在J轴上。根据刚体绕定轴转动, n根轴传动系统就可建立以上n个方程式

$$\begin{cases} I_1 \varepsilon_1 + M_{f1} = P_{2,1} R_{1,1} \\ I_2 \varepsilon_2 - M_{f2} - P_{3,2} R_{2,2} = P_{1,2} R_{2,1} \\ I_3 \varepsilon_3 + M_{f3} - P_{4,3} R_{3,2} = P_{2,3} R_{3,1} \\ \dots\dots\dots \\ I_{n-1} \varepsilon_{n-1} - (-1)^{n-1} M_{fn-1} - P_{n,n-1} R_{n-1,2} = P_{n-2,n-1} R_{n-1,1} \\ I_n \varepsilon_n - (-1)^n M_{fn} = P_{n-1,n} R_{n,1} \end{cases}$$

式中

$I_1, I_2, \dots, I_n$ ——各轴的转动惯量

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ ——各轴的角加速度

$P_{1,2}, P_{2,1}, P_{2,3}, P_{3,2}, \dots, P_{n-1,n}, P_{n,n-1}$ ——各传动件相互作用的圆周力。为系统的内力, 并

$$P_{1,2} = P_{2,1}, P_{2,3} = P_{3,2}, \dots, P_{n-1,n} = P_{n,n-1};$$

$R_{1,1}, R_{2,1}, R_{2,2}, \dots, R_{n-1,1}, R_{n-1,2}, R_{n,1}$ ——各轴圆周力的作用半径。相应的半径之比为各轴之间的传动比

$$\frac{R_{2,1}}{R_{1,1}} = i_{1,2}, \frac{R_{3,1}}{R_{2,2}} = i_{2,3}, \dots, \frac{R_{n-1,1}}{R_{n-2,2}} = i_{n-2,n-1}, \frac{R_{n,1}}{R_{n-1,2}} = i_{n-1,n}$$

式中

$M_{f1}, M_{f2}, \dots, M_{fn}$ ——各轴的总摩擦力矩。

系统中各轴的摩擦力矩的方向应与轴的旋转方向相反。因此各轴的摩擦力矩的方向相对于轴 I 的旋转方向乘以 $(-1)^I$, I 为轴的序号。如果摩擦力矩为正, 其方向与轴 I 旋转方向一致, 负则反之。对 n 根轴的传动系统仍可采用前述的方法推得类似于式(5)的公式

$$\begin{aligned} & (-1)^{n-2} i_{1,2} i_{2,3} \dots i_{n-1,n} I_1 \varepsilon_1 + (-1)^{n-3} i_{2,3} i_{3,4} \dots i_{n-1,n} I_2 \varepsilon_2 + \dots + \\ & + i_{n-1,n} I_{n-1} \varepsilon_{n-1} - I_n \varepsilon_n + (-1)^n (i_{1,2} i_{2,3} \dots i_{n-1,n} M_{f1} + i_{2,3} \dots i_{n-1,n} M_{f2} \\ & + \dots + i_{n-1,n} M_{fn-1} + M_{fn}) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

将

$$\varepsilon_1 = (-1)^{n-1} i_{1,2} i_{2,3} \dots i_{n-1,n} \varepsilon_n$$

$$\varepsilon_2 = (-1)^{n-2} i_{2,3} \dots i_{n-1,n} \varepsilon_n$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\varepsilon_{n-1} = (-1) i_{n-1,n} \varepsilon_n \text{ 代入(16)式可得}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= (-1)^n \frac{i_{1,2} i_{2,3} \dots i_{n-1,n} M_{f1} + i_{2,3} \dots i_{n-1,n} M_{f2} + \dots + i_{n-1,n} M_{fn-1} + M_{fn}}{i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 \dots i_{n-1,n}^2 I_1 + i_{2,3}^2 \dots i_{n-1,n}^2 I_2 + \dots + i_{n-1,n}^2 I_{n-1} + I_n} \\ &= (-1)^n \frac{M'_{fn}}{I'_n} \end{aligned} \quad (17)$$

$$M'_{fn} = i_{1,2} i_{2,3} \dots i_{n-1,n} M_{f1} + i_{2,3} \dots i_{n-1,n} M_{f2} + \dots + i_{n-1,n} M_{fn-1} + M_{fn} \quad (18)$$

$$I' = i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 \dots i_{n-1,n}^2 I_1 + i_{2,3}^2 \dots i_{n-1,n}^2 I_2 + \dots + i_{n-1,n}^2 I_{n-1} + I_n \quad (19)$$

M'_{fn} 、 I'_n 分别为输出轴 n 的当量摩擦力矩和当量转动惯量。输出轴 n 的空载惯性位移惯量 φ_{no} 也应满足下列关系

$$\varphi_{n0} = (-1)^{n+1} \frac{2i_{1,2}^2 \cdots i_{n-1,n}^2 \pi^2 N^2 I'_n}{M'_{fn}} \quad (20)$$

系统中任意轴 J ($1 \leq J \leq n$) 的运动关系可按相同方法求得。

将

$$\varepsilon_1 = (-1)^{J-1} i_{1,2} i_{2,3} \cdots i_{J-1,J} \varepsilon_J$$

$$\varepsilon_2 = (-1)^{J-2} i_{2,3} \cdots i_{J-1,J} \varepsilon_J$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\varepsilon_{J-1} = (-1) i_{J-1,J} \varepsilon_J$$

$$\varepsilon_{J+1} = (-1) i_{J,J+1}^{-1} \varepsilon_J$$

$$\varepsilon_{J+2} = (-1)^2 i_{J,J+1}^{-1} i_{J+1,J+2}^{-1} \varepsilon_J$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\varepsilon_n = (-1)^{n-J} i_{J,J+1}^{-1} i_{J+1,J+2}^{-1} \cdots i_{n-1,n}^{-1} \varepsilon_J \text{ 代入式(16)可得}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_J = (-1)^J & \frac{i_{1,2} i_{2,3} \cdots i_{J-1,J} M_{f1} + i_{2,3} \cdots i_{J-1,J} M_{f2} + \cdots + M_{fJ} + i_{J,J+1}^{-1} M_{fJ+1}}{i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 \cdots i_{J-1,J}^2 I_1 + i_{2,3}^2 \cdots i_{J-1,J}^2 I_2 + \cdots + I_J + i_{J,J+1}^{-2} I_{J+1} + \cdots} \\ & \frac{+ \cdots + i_{J,J+1}^{-1} \cdots i_{n-2,n-1}^{-1} M_{fn-1} + i_{J,J+1}^{-1} \cdots i_{n-1,n}^{-1} M_{fn}}{+ \cdots + i_{J,J+1}^{-2} \cdots i_{n-2,n-1}^{-2} I_{n-1} + i_{J,J+1}^{-2} \cdots i_{n-1,n}^{-2} I_n} \\ & = (-1)^J \frac{M'_{fJ}}{I'_J} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} M'_{fJ} = & i_{1,2} i_{2,3} \cdots i_{J-1,J} M_{f1} + i_{2,3} \cdots i_{J-1,J} M_{f2} + \cdots + M_{fJ} + i_{J,J+1}^{-1} M_{fJ+1} + \cdots \\ & + i_{J,J+1}^{-1} \cdots i_{n-2,n-1}^{-1} M_{fn-1} + i_{J,J+1}^{-1} \cdots i_{n-1,n}^{-1} M_{fn} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} I'_J = & i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 \cdots i_{J-1,J}^2 I_1 + i_{2,3}^2 \cdots i_{J-1,J}^2 I_2 + \cdots + I_J + i_{J,J+1}^{-2} I_{J+1} + \cdots \\ & + i_{J,J+1}^{-2} \cdots i_{n-2,n-1}^{-2} I_{n-1} + i_{J,J+1}^{-2} \cdots i_{n-1,n}^{-2} I_n \end{aligned} \quad (23)$$

在 n 轴的传动系统中, 各轴的惯性位移量的方向还应考虑该轴前是否有蜗杆蜗轮及内齿轮等传动。设该轴前的蜗杆蜗轮及内传动次数为 r , 系统中任意轴 J 的空载惯性位移量 φ_{J0} 表示为

$$\varphi_{J0} = (-1)^{J-r+1} \frac{2\pi^2 i_{1,2}^2 \cdots i_{J-1,J}^2 N^2 I'_J}{M'_{fJ}} \quad (24)$$

$$1 \leq J \leq n$$

计算后所确定的方向为蜗杆的传动方向, 然后再按蜗杆蜗轮传动所确定蜗轮的方向为该轴空载惯性位移量的方向。如果该轴前无蜗杆蜗轮传动, 而只有内齿轮传动, 则计算后的方向就为该轴的空载惯性位移量的方向。

在相同的动力源条件下, 传动系统的空载惯性位移量 φ_{J0} 的大小决定于系统中摩擦力矩和转动惯量, 即与当量转动惯量成正比, 而与当量摩擦力矩成反比。因此在一定的传动系统结构中, 空载惯性位移量的大小就表示了该系统的空载摩擦力矩和空载功率损耗的大小, 并可作为该系统的制造和装配质量的指标。输出轴 n 的空载功率损耗 W_{fn0} 可表示为

$$W_{fn0} = 2\pi i_{1,2} \cdots i_{n-1,n} N \cdot M'_{fn}$$

$$= \frac{4\pi^3 i_{1,2}^3 \cdots i_{n-1,n}^3 N^3 I'_n}{\varphi_{n0}} \quad (25)$$

空载惯性位移量 φ_{n0} 值大,系统中所损耗的空载功率就小,传动系统的性能也好。

传动系统的输出轴除转动方式以外,还有直线运动,如采用丝杆螺母和齿轮齿条等传动。在丝杆螺母传动中(见图3),当螺母在转动方向受限时,就能沿丝杆作直线运动。在传动系统掉电后,由于受系统内的摩擦力矩和螺母的摩擦力 F_{fn} 等的作用,螺母就很快从原来速度 V_n 减到零。因此螺母移动的加速度 a_n 应与原来的移动方向相反。在以直线移动方式输出的传动系统中,其加速度 a_n 、空载惯性位移量 S_{n0} 及空载功率损耗 W_{fn0} 等有关计算的公式如下

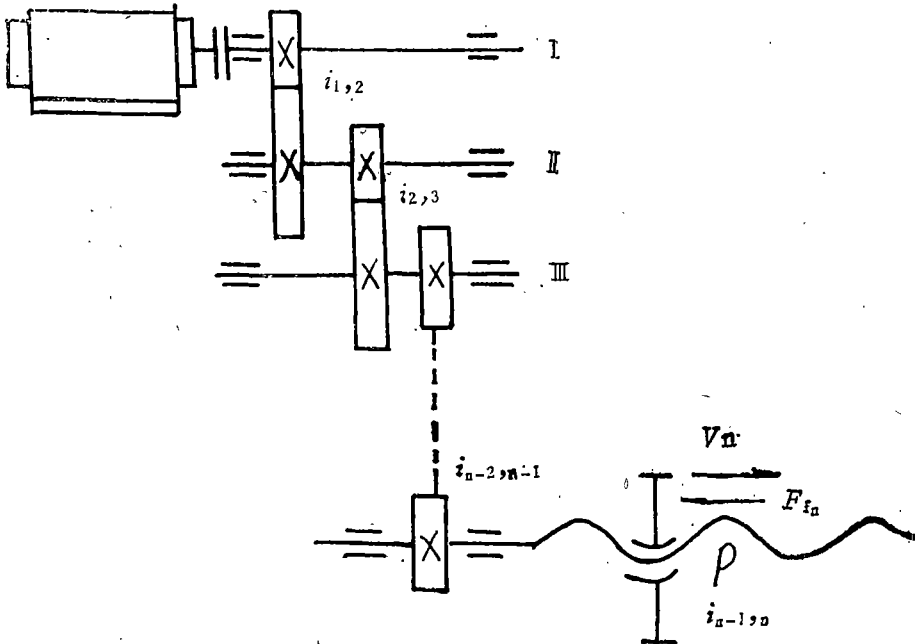


图3 丝杆螺母传动

$$a_n = - \frac{i_{1,2} i_{2,3} \cdots i_{n-2,n-1} H M_{f1} + i_{2,3} \cdots i_{n-2,n-1} H M_{f2} + \cdots + H M_{fn-1} + F_{fn}}{i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 H^2 I_1 + i_{2,3}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 H^2 I_2 + \cdots + H^2 I_{n-1} + m_n} \\ = - \frac{F'_n}{m'_n} \quad (26)$$

式中

F'_{fn} ——当量摩擦力

$$F'_{fn} = i_{1,2} i_{2,3} \cdots i_{n-2,n-1} H M_{f1} + i_{2,3} \cdots i_{n-2,n-1} H M_{f2} + \cdots + H M_{fn-1} + F_{fn}$$

m'_n ——当量质量

$$m'_n = i_{1,2}^2 i_{2,3}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 H^2 I_1 + i_{2,3}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 H^2 I_2 + \cdots + I_{n-1} + m_n$$

m_n ——直线移动件的质量

H ——转换比

$$H = \text{ctg}(\alpha + \phi) \approx \text{ctg} \alpha = \frac{2\pi}{p}$$

α ——螺旋升角

ϕ ——螺旋副摩擦角

P ——螺旋导程

$$S_{n0} = i_{1,2}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 N^2 P^2 \frac{m'_n}{2F'_{fn}} \quad (27)$$

$$W_{fn0} = \frac{1}{2} i_{1,2}^3 \cdots i_{n-2,n-1}^3 N^3 P^3 \frac{m'_n}{S_{n0}} \quad (28)$$

如果系统中最后一级采用齿轮齿条传动, 其空载惯性位移量、空载功率损耗等的计算与丝杆螺母传动的计算基本相同。但式中的转换比 $H = 2/mz$, $P = \pi zm$ 代入即可。(z——齿轮齿数, m ——模数)。

3 负载惯性位移量

在测试负载惯性位移量时, 系统内各传动件不仅受摩擦力或摩擦力矩的作用, 还受负载的作用。负载加在系统的输出端上, 其作用方向应与输出端的运动方向相反。因此在输出端比空载时多一个阻力或阻力矩阻止系统继续运动。如果输出端的转动惯量(或质量)不因负载而有明显的变化时, 其负载惯性位移量就应比空载时小。否则负载惯性位移量就不一定比空载时小。设负载力为 F_r 或负载力矩 M_r , 传动系统的输出端在不考虑输出端的转动惯量或质量有明显变化的条件下, 得系统负载惯性位移量 φ_n 或 S_n 与负载之间的关系为:

$$\varphi_n = (-1)^{n+1} \frac{\omega^2 I'_n}{2(M'_{fn} + M_r)} = (-1)^{n+1} 2i_{1,2}^2 \cdots i_{n-1,n}^2 \pi^2 N^2 \frac{I'_n}{M'_{fn} + M_r} \quad (29)$$

$$S_n = \frac{V_n^2 m'_n}{2(F'_{fn} + F_r)} = \frac{1}{2} i_{1,2}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 N^2 P^2 \frac{m'_n}{F'_{fn} + F_r} \quad (30)$$

式中

φ_n ——输出端为转动的负载惯性位移量

S_n ——输出端为直线的负载惯性位移量

如果输出端转动惯量或质量因负载有明显变化时, 其负载惯性位移就会增加。此情况的负载惯性位移量 φ_{nc} 或 S_{nc} 与负载之间的关系可表示为

$$\varphi_{nc} = (-1)^{n+1} 2i_{1,2}^2 \cdots i_{n-1,n}^2 \pi^2 N^2 \frac{I'_n + I_r}{M'_{fn} + M_r}$$

$$S_{nc} = \frac{1}{2} i_{1,2}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 N^2 P^2 \frac{m'_n + m_r}{F'_{fn} + F_r}$$

式中

I_r ——因负载而附加的转动惯量

m_r ——因负载而附加的质量

此值并不是传动系统的负载惯性位移量 φ_n 或 S_n , 从上可知它们之间有下列关系

$$\phi_n = \frac{I'_n}{I'_n + I_r} \phi_{nc}$$

$$S_a = \frac{m'_a}{m'_a + m_r} S_{ac}$$

当负载和传动系统结构确定时,系统负载时的摩擦力矩就成为影响负载惯性位移量大小的主要因素。对于某一产品来说,其传动结构和转动惯量基本相同。但在负载一定的情况下所测出的惯性位移却不一样,因为各产品的制造精度和装配质量不可能一致,传动系统的摩擦力矩就会不同,因此产品的传递效率也不一样,所以负载惯性位移量可作为传动系统的制造和装配质量等的综合指标和系统传递效率的量度。由于加载时输出端往往因加载而存在附加转动惯量或质量(I_r 或 m_r),因此系统的传递效率应考虑附加转动惯量或质量的影响。然后根据式(29)或(30)及式(31)或(32)就可求得传递效率与负载惯性位移量及负载之间关系。 η_ϕ 表示输出端为转动时的传递效率,而 η_s 表示输出端为移动时的传递效率

$$\begin{aligned}\eta_\phi &= \frac{M_r \varphi_{ac}}{2i_{1,2}^2 \cdots i_{n-1,n}^2 N^2 (I'_a + I_r)} \\ &= K_\phi M_r \varphi_{ac} \\ K_\phi &= \frac{1}{2i_{1,2}^2 + i_{n-1,n}^2 N^2 (I'_a + I_r)} \\ \eta_s &= \frac{2F_r S_{ac}}{i_{1,2}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 N^2 P^2 (m'_a + m_r)} \\ &= K_s F_r S_{ac} \\ K_s &= \frac{2}{i_{1,2}^2 \cdots i_{n-2,n-1}^2 N^2 P^2 (m'_a + m_r)}\end{aligned}$$

式中

φ_{ac} ——输出端实测转角值

S_{ac} ——输出端实测移动值

4 惯性位移量的测试

惯性位移量的测试系统应包括空载惯性位移量和负载惯性位移量的测试。在测试负载惯性位移量时,测试系统除有位移参数的测试外,还应有加载装置和负载参数测试。图4为电动推杆惯性位移量的测试装置的原理图^[1]。电动推杆是一种直线运动的动力机构,测试时将电动推杆1的输出端与装在拖板上的压力传感器3的一端相连接。传感器的另一端与加载装置6中的滑轴7相连接。感应同步器的滑尺5和定尺4分别装在拖板和床身上,用来测量惯性位移量。加载装置6可对电动推杆进行加载。通电后,电动推杆输出端通过压力传感器使拖板作直线移动,并带动滑尺在定尺上作相对移动。当电动推杆掉电后,滑尺相对定尺所移动的量即为其空载惯性位移量。在测负载惯性位移量时应使电动推杆继续向前移动至滑轴7的轴肩碰到压轴8,使弹簧压缩而对电动推杆加载。当电动推杆达到70%额定负载时就自动掉电,此后滑尺相对定尺所移动的量即为负载惯性位移量。

空载惯性位移量的测试必然会受到拖板与导轨之间以及滑轴与压轴之间等的摩擦力及拖板、传感器、滑尺和滑轴等质量大小的影响。因此所测的空载惯性位移量 S_{ac} 并不是电动推杆的实值 S_a ,还需对所测的值加以修正。根据惯性位移量与质量、摩擦力之间的关系可以求

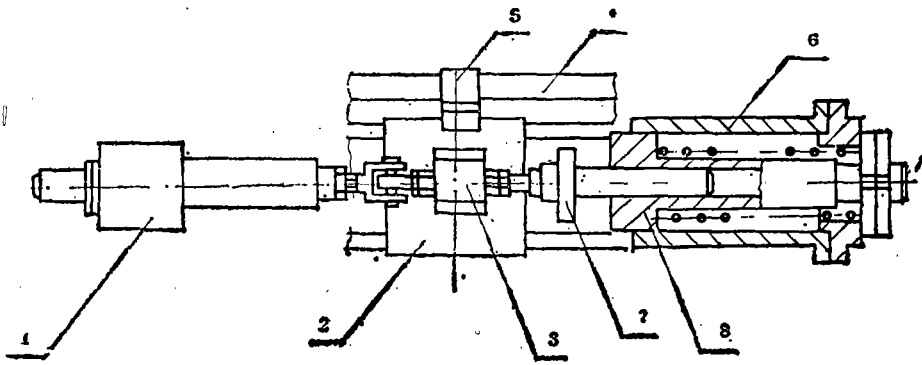


图4 电动挖杆惯性位移量测试

得两者之比

$$\frac{S_{ao}}{S_{ac}} = \frac{m'_n(F'_{in} + F_{ro})}{F'_{in}(m'_n + m_{ro})} = \frac{m'_n(1 + F_{ro}/F'_{in})}{m'_n + m_{ro}} \quad (35)$$

式中

F_{ro} ——输出端外运动件所产生的摩擦力

m_{ro} ——输出端外运动件的质量

S_{ao} ——实测空载惯性位移量

其它符号意义如前。

从(33)式可知, 输出端外运动部分的摩擦力若很小, 可近似简化为

$$S_{ao} = \frac{m'_n}{m'_n + m_{ro}} S_{ac}$$

因此测试装置应采用滚动导轨和较好的润滑结构, 使得摩擦力 F_{ro} 的值很小。

加载装置6是利用弹簧的压力作为电动推杆的负载。在负载达到预置值并自动掉电后, 一方面拖板继续移动获得位移量; 另一方面弹簧继续受压缩, 使实际负载增加, 直至拖板停止运动。因此所测得的负载惯性位移量并不是传动系统的负载惯性位移量。图5为电动推杆输出端运动模型。输出端的质量包括电动推杆传动系统的当量质量和外端运动部分的质量, 即 $m'_n + m_r$ 。在掉电时输出端的速度为 V_n , 作用力为系统当量摩擦力 F'_{in} 和负载 F_r 。随着惯性的移动, 输出端还作用着弹簧系数为 K 的弹簧力 KS 。因此可建立下列方程

$$(m'_n + m_r) \frac{d^2s}{dt^2} = - (F'_{in} + F_r) - KS$$

除以 $(m'_n + m_r)$ 并设

$$\frac{F'_{in} + F_r}{m'_n + m_r} = \frac{F}{m} = u$$

$$\frac{K}{m'_n + m_r} = \frac{K}{m} = w^2$$

移项后得振动微分方程

$$\frac{d^2s}{dt^2} + w^2s = -u$$

此方程式的通解为

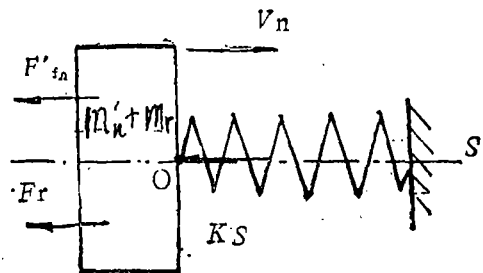


图5 输出端模型

$$S = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t - \frac{u}{\omega^2} \quad (34)$$

式中 C_1 和 C_2 为积分常数。根据初始条件 $t = 0$ 时, $ds/dt = V_n$, $S = 0$ 就可求得 C_1 和 C_2

$$C_1 = \frac{u}{\omega^2}, \quad C_2 = \frac{V_n}{\omega}$$

代入式(34)后并可改写成

$$S = A \sin(\omega t + \alpha) - s_0 \quad (35)$$

式中

$$S_0 = \frac{u}{\omega^2} = \frac{F}{K} = \frac{F'_{tn} + F_r}{K}$$

$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = \sqrt{S_0^2 + S_0 \cdot V_n^2 m / F}$$

$$\tan \alpha = \frac{C_1}{C_2} = \frac{F \sqrt{Km}}{V_n K m}$$

输出端的惯性移动在摩擦力及弹簧力的作用下最后速度为零。因此对式(35)求导数, 并使 $ds/dt = 0$, 就可求得输出端速度为零的时刻

$$A \omega \cos(\omega t + \alpha) = 0$$

$$\therefore \omega t + \alpha = (2n + 1)\pi/2$$

$$n = 0, 1, 2 \dots$$

由于电动推杆自锁和摩擦阻力的作用, 弹簧力不会使输出端发生反复运动, 当输出端第一次速度为零时就停止运动, 因此可取 $\omega t + \alpha = \pi/2$ 代入式(35)求得其位移量

$$\begin{aligned} S &= A - S_0 \\ &= \sqrt{S_0^2 + S_0 \cdot V_n^2 m / F} - S_0 \end{aligned}$$

根据式(30)可将上式中

$$\frac{V_n^2 m}{F} = \frac{V_n^2 m'_n (1 + m_r / m'_n)}{F'_{tn} + F_r} = 2S_n \left(1 + \frac{m_r}{m'_n}\right)$$

代入后移项得

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{S(S + 2S_0)}{2S_0} \cdot \frac{m'_n}{m'_n + m_r} = S \left[\frac{KS}{2F_r(1 + F'_{tn}/F_r)} + 1 \right] \frac{m'_n}{m'_n + m_r} \\ &\approx S \left(\frac{KS}{2F_r} + 1 \right) \frac{m'_n}{m'_n + m_r} \end{aligned} \quad (36)$$

式中

S ——实测负载惯性位移量

采用弹簧加载装置结构简单, 但所测的负载惯性位移应按式(36)进行修正。测试装置电路框图如图6所示, 测试工作按时序控制器所发出的指令进行。所测的数值不仅能数字显示,

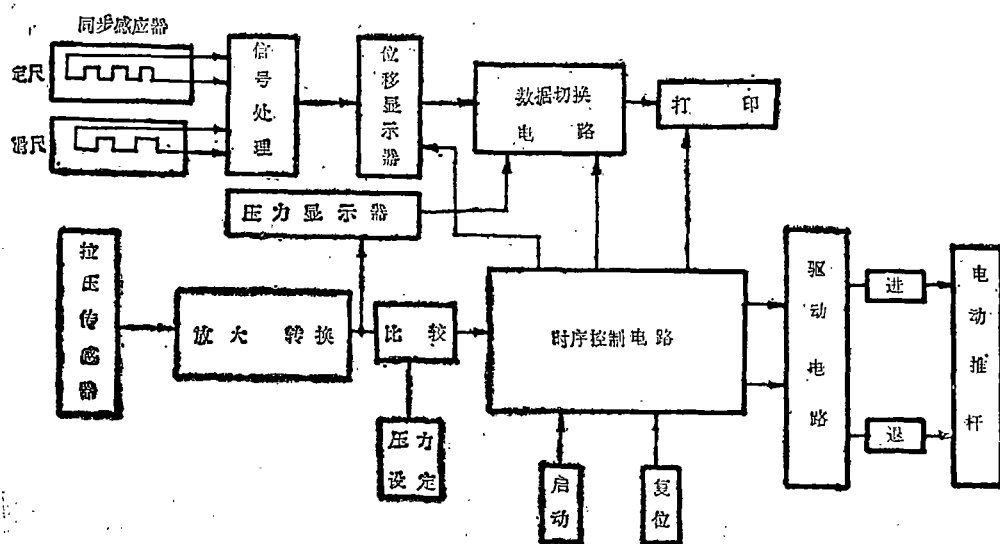


图6 电路框图

还能进行打印。

转动惯性位移的测试方法基本与上相同。惯性位移量可采用圆感应同步器测试,并应用电动测功器作为加载装置。

5 结论

任何机械传动系统都存在惯性位移量。惯性位移量的大小可以表示传动系统中由于制造精度、装配质量等不同而引起传动过程中能量损耗的变化。因此惯性位移量可用来表示传动质量。对各种性能的产品可以规定不同的惯性位移量值作为传动质量的合格参数。另外,也可用惯性位移量度量传动系统的空载损耗及传递效率,使用也较为方便。

参 考 文 献

- 1 吴福明,李克修,许介卫.电动推杆性能参数自动测试系统.无锡轻工业学院学报,1988; 3
- 2 哈尔滨工业大学.理论力学(下册).高等教育出版社,1985
- 3 同济大学数学教研组.高等数学(下册).高等教育出版社,1988
- 4 常健生.检测与转换技术.机械工业出版社,1978

The Inertia Displacement of Mechanical Drive System And Its Testing

Xu Jiewei Li Kexin Wu Fuming

Abstract: This paper deals with the inertia displacement of mechanical drive system in motion, its method of calculating and testing. It shows that the inertia displacement of mechanical drive system is used as the quality index of mechanical drive and measurement of no-Load loss or transfer efficiency of mechanical drive system.

Subjectwords: No-load inertia displacement; Load inertia displacement; Transfer efficiency; Mechanical drive system

欢迎订阅1990年《精细化工》

《精细化工》系中国化工学会精细化工学会会刊,是国内创办最早的精细化工专业技术刊物。主要报道我国精细化工新领域中的研究报告,市场信息,书刊介绍,文献综述,技术动态等内容。本刊国内统一刊号CN21-1203,由编辑部征订发行,现已开始办理90年征订业务。每期定价3元,全年定价18元/份。订户可将书款邮寄至大连世纪街39号青田收,款到后收据挂号寄你;也可将书款信汇至工商银行大连中山广场办事处,帐号033020067,辽宁化工研究院收,凭银行汇款回单与本刊登订单上的代收据一并报销,本部不另开收据。汇款时务必写清楚你的邮政编码、地址、姓名、份数,以便与你联系。本部备有订单,函索即寄,欢迎订阅。

《精细化工》编辑部

邮政编码116001,大连世纪街39号