

## 螺旋纸管(罐身)成型原理分析

唐志祥

(机械系)

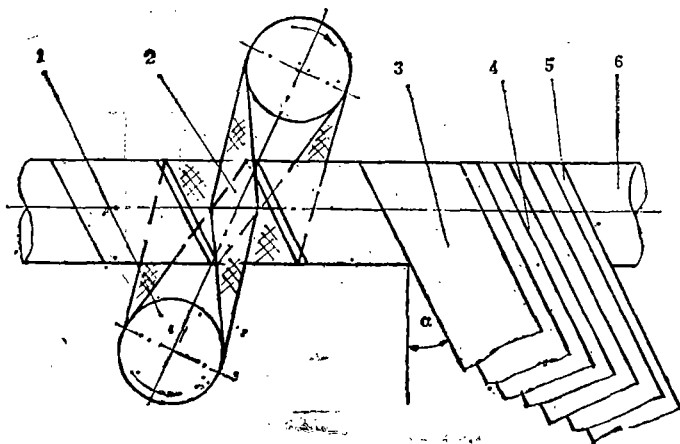
**摘要** 本文研究了螺旋纸管(罐身)各参数之间,以及皮带轮直径和最大纸管外径之间的关系。并且给出了成型皮带长度和皮带拉力的计算公式。

**关键词** 螺旋纸管;成型原理

螺旋卷绕法卷制复合罐罐身、纸管及纸芯,由于生产率高、用料省、易于实现自动化等优点而被广泛应用。许多资料<sup>[1,2,3,4,6]</sup>都简要介绍过这种成型方法的基本原理。本文试图作较深入的理论分析,以便必要时作为参考。

### 0 概 述

螺旋卷绕法卷制纸管(罐身)的基本成型原理如图1所示,纸管壁由内衬纸、中层纸和面



1——驱动皮带轮;2——成型皮带;3——面纸;4——中层纸;5——内衬纸;6——固定芯轴

图1 螺旋卷绕法卷制纸管(罐身)的成型原理

纸组成。通常,纸管内衬纸和面纸用轻质薄纸。为了减小卷绕时内衬纸和芯轴之间的摩擦力,要求内衬纸的内表面光滑。并且常在卷绕时于内表面涂腊,以降低摩擦系数。中层纸用表面粗糙的重质纸,如 $650\text{g}/\text{m}^2$ 的板纸。复合罐罐身的内衬纸常用纸塑或铝塑复合薄膜,而中层纸用 $200\text{—}300\text{g}/\text{m}^2$ 的中质纸。

工艺过程是,先将各层纸的原料纸按要求裁剪成一定宽度的窄长纸条。接着在芯轴上卷绕内衬纸,制复合罐罐身时烫封螺旋接缝。然后,将施以粘胶的各层纸,分别按一定的角度一层层重叠一起螺旋卷绕到固定芯轴上。每层的螺旋接缝,由其相邻的外层纸覆盖。

卷绕成型皮带按纸条同样的方式绕在纸管的外表面,它由两个转向相反的驱动轮同时传

动。皮带对纸管的裹紧力使各层纸互相粘牢,皮带与面纸外表面的摩擦力使纸管在固定芯轴上向前作螺旋运动,从而连续不断地卷出纸管。

卷成的纸管定型后即可按一定规格切断,凉干后便成要求的纸管,复合罐罐身还需要贴上商标纸或在光滑白色的面纸上印以商标图案后才能切断成罐身。

## 1 几何计算

### 1.1 纸带宽度、芯轴直径、螺旋角和螺距间的相互关系

由几何学原理,纸条宽度、芯轴直径和螺旋角的关系(参考图2)如下:

$$\sin \alpha_i = \frac{b_i}{\pi(D + 2 \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j)} \quad (1)$$

式中

$i$ ——由内衬纸开始向外计数的层次

$\alpha_i$ ——第 $i$ 层纸的螺旋角

$b_i$ ——第 $i$ 层纸的纸条宽度

$\delta_j$ ——第 $j$ 层纸的厚度

$D$ ——芯轴直径

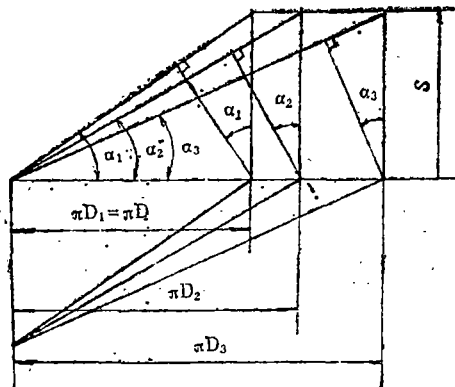


图2 螺旋纸管的几何展开图(三层为例)

或者写成

式中

$$\sin \alpha_i = \frac{b_i}{\pi D_i} \quad (2)$$

$D_i$ ——第 $i$ 层纸圈的内径

$$D_i = D + 2 \sum_{j=1}^{i-1} \delta_j \quad (3)$$

图3表示纸圈内径、纸条宽度和螺旋角之间的关系。

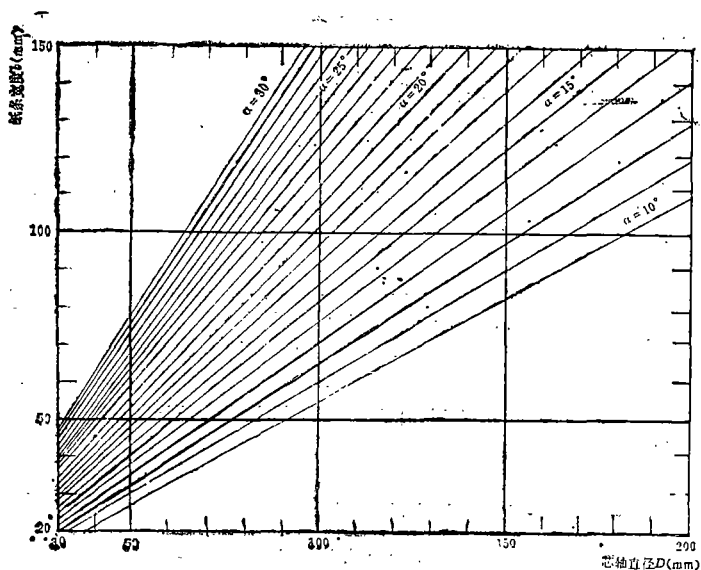


图3 纸圈内径、纸条宽度和螺旋角之间关系曲线

设螺距为 $S$ , 则

$$S = \frac{b_i}{\cos \alpha_i} \quad (4)$$

如果相邻两层纸圈的螺距不同, 则在不断卷绕过程中, 会经常出现两层接缝重叠的现象从而影响纸管质量。为此在卷绕时应使所有各层纸圈的螺距相同, 即对一批纸管,  $S$ 是定值。联立解(2)式和(4)式, 得

$$b_i = \frac{\pi D_i S}{\sqrt{(\pi D_i)^2 + S^2}} \quad (5)$$

图4表示了上述关系。

卷制时, 可先按芯轴直径和内衬宽(或纸管外径和面纸宽度)确定螺旋角及螺距, 然后按(5)式计算各层纸的宽度和螺旋角。通常, 中间各层纸条的宽度比计算值小2mm左右, 卷绕时会形成间隙以储存多余的粘胶。

## 1.2 驱动带轮直径和最大纸管外径间的关系

图5画出皮带中心线的卷绕图。图中两边的带轮到纸管轴线的垂直距离相等。设两驱动皮带轮的中心距为 $a$ , 带轮直径为 $D_b$ , 纸管外径为 $D_0$ , 面纸卷绕螺旋角为 $\alpha$ , 带轮公共中心线相对纸管的倾角为 $\beta$ 。

显然必须满足下列条件

$$a \cos \beta > D_b + D_0 \quad (6)$$

令  $\lambda_1 = \frac{D_b}{a}$   $\lambda_2 = \frac{D_0}{a}$  代入上式, 整理后得

$$\cos \beta > \lambda_1 + \lambda_2 \quad (7)$$

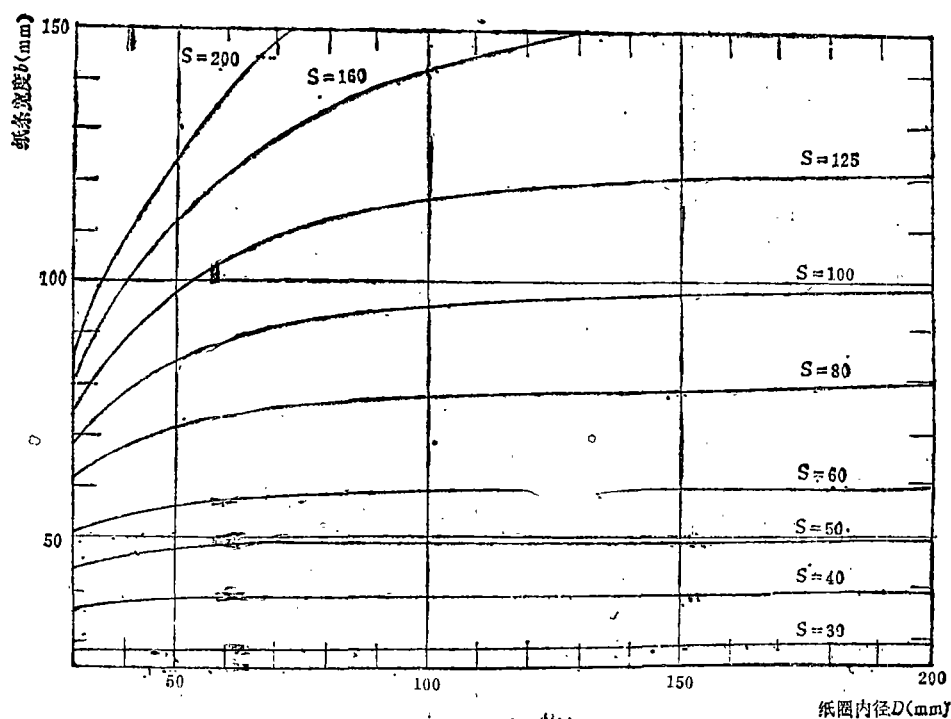


图4 纸圈内径, 纸带宽度和螺距间的关系曲线

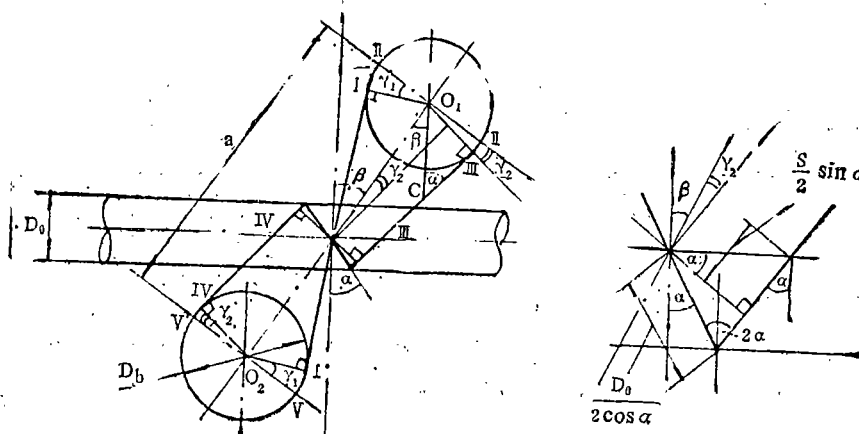


图5 成型皮带计算图

另从 $\triangle CO_1\text{III}$ 中可见

$$\angle CO_1\text{III} = \frac{\pi}{2} - \alpha, \text{ 而 } \angle CO_1\text{III} + \beta + \gamma_2 = \frac{\pi}{2}.$$

故

$$\beta = \alpha - \gamma_2$$

(8)

由于

$$\sin \gamma_2 = \frac{\frac{D_b}{2} - \frac{D_0}{2 \cos \alpha} \sin 2\alpha}{\frac{a}{2}}$$

所以

$$\gamma_2 \approx \sin \gamma_2 = \lambda_1 - 2\lambda_2 \sin \alpha \quad (9)$$

将(9)式代入(8)式得

$$\beta = \alpha - \lambda_1 + 2\lambda_2 \sin \alpha \quad (10)$$

由图3可知 $\alpha$ 一般在 $10^\circ$ — $30^\circ$ 范围内。取 $\alpha = 30^\circ$ 为例计算于表1。

表1  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 各种组合下螺旋角 $\beta$ 及 $\cos \beta$ 和 $\lambda_1 + \lambda_2$ 值

| $\lambda_1$ | $\lambda_2$ |       |       |       |       |       |        |        |
|-------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
|             | 0.1         | 0.2   | 0.3   | 0.4   | 0.5   | 0.6   | 0.7    | 0.8    |
| 0.1         | 0.524       | 0.424 | 0.324 | 0.224 | 0.124 | 0.024 | -0.076 | -0.176 |
|             | 0.866       | 0.912 | 0.948 | 0.975 | 0.992 | 0.999 | 0.997  | 0.984  |
|             | 0.2         | 0.3   | 0.4   | 0.5   | 0.6   | 0.7   | 0.8    | 0.9    |
| 0.2         | 0.624       | 0.524 | 0.424 | 0.324 | 0.224 | 0.124 | 0.024  | -0.076 |
|             | 0.811       | 0.866 | 0.912 | 0.948 | 0.975 | 0.992 | 0.999  | 0.997  |
|             | 0.3         | 0.4   | 0.5   | 0.6   | 0.7   | 0.8   | 0.9    | 1.0    |
| 0.3         | 0.724       | 0.624 | 0.524 | 0.424 | 0.324 | 0.224 | 0.124  | —      |
|             | 0.749       | 0.811 | 0.866 | 0.912 | 0.948 | 0.975 | 0.992  | —      |
|             | 0.4         | 0.5   | 0.6   | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.0    | —      |
| 0.4         | 0.824       | 0.724 | 0.624 | 0.524 | 0.424 | 0.324 | —      | —      |
|             | 0.680       | 0.749 | 0.811 | 0.866 | 0.912 | 0.948 | —      | —      |
|             | 0.5         | 0.6   | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.0   | —      | —      |
| 0.5         | 0.924       | 0.824 | 0.724 | 0.624 | 0.524 | —     | —      | —      |
|             | 0.602       | 0.680 | 0.749 | 0.811 | 0.866 | —     | —      | —      |
|             | 0.6         | 0.7   | 0.8   | 0.9   | 1.0   | —     | —      | —      |
| 0.6         | 1.024       | 0.924 | 0.824 | 0.724 | —     | —     | —      | —      |
|             | 0.520       | 0.602 | 0.680 | 0.749 | —     | —     | —      | —      |
|             | 0.7         | 0.8   | 0.9   | 1.0   | —     | —     | —      | —      |

注: (1) 计算时( $\alpha = \frac{\pi}{6}$  (rad)), 故  $\beta = \frac{\pi}{6} - \lambda_1 + \lambda_2$  (rad)。

(2) 每格中三个数字自上而下分别是 $\beta$ 、 $\cos \beta$ 和 $\lambda_1 + \lambda_2$ 值。

表中粗黑线左上方的各种 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的组合, 都能满足条件(7)。如 $\lambda_1 = 0.5$ 时,  $\lambda_2$ 的最大值

可达0.4。也就是,在满足条件(7)的情况下,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_{2\max}} = \frac{D_b/a}{D_{0\max}/a} = \frac{D_b}{D_{0\max}} = \frac{0.5}{0.4}$$

此时,皮带轮直径  $D_b$  和最大纸管外径的关系是  $D_b = (5/4)D_{0\max}$

若取  $\lambda_1 = 0.2, 0.3, 0.4$  时,  $D_b$  值分别等于  $\frac{1}{2}D_{0\max}$ 、 $\frac{3}{4}D_{0\max}$  和  $D_{0\max}$

$\alpha = 10^\circ$  时,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的组合范围更大。但为了保证较大  $\alpha$  亦能正常工作, 仍应以  $\alpha = 30^\circ$  作为计算皮带轮的依据。

### 1.3 成型皮带长度的计算

带长可按各段分段计算。图5中, III IV 段是皮带螺旋绕在纸管上。其长度为

$$L_{\text{III IV}} = \frac{\pi D_0}{\cos \alpha}$$

于是,按几何关系,皮带总长为

$$L = \frac{a}{\cos \beta} + \gamma_1 D_b + \pi D_b + \gamma_2 D_b + a \cos \gamma_2 - s \sin \alpha + \frac{\pi D_0}{\cos \alpha}$$

取  $\gamma_1 \approx \sin \gamma_1 = \frac{D_b}{a}$ ;  $\gamma_2$  按(9)式计算, 并取  $\cos \gamma_2 \approx 1$ , 则上式可整理得:

$$L = a(1 + \frac{1}{\cos \beta}) + \frac{2D_b}{a}(D_b - D_0 \sin \alpha) + \pi(D_b - D_0 \cos \alpha) \quad (11)$$

若取  $\alpha = 30^\circ$ , 并考虑条件(7), 则皮带长度可按式选取:

$$L > a(1 + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}) + \lambda_1(2D_b - D_0) + \pi(D_b - \frac{\sqrt{3}}{2}D_0) \quad (12)$$

## 2 受力分析

与皮带传动相似, 成型皮带和纸管按要求安装好以后, 带有一定的张紧力, 但比皮带传动的张紧力小。当不工作时各段皮带的拉力相等。工作时, 各段皮带的拉力出现差异。带在纸管两拉边的力之差值, 即为有效拉力  $F$  (图6)。其值可按式计算<sup>[5]</sup>:

$$F = F_1 - F_2 = \frac{1000P}{v} (N) \quad (13)$$

式中

$F_1$ ——纸管紧边带的拉力(N)

$F_2$ ——纸管松边带的拉力(N)

$P$ ——驱动纸管所需功率(kw)

$v$ ——成型皮带的工作速度(m/s)

跟推导欧拉公式一样<sup>[5]</sup>, 在皮带上取一微段  $dl$ 。微段始端到回转轴心的垂直距离即为半径  $R$ 。该垂足到微段末端中点的距离可近似认为等于  $R$ 。它们的夹角  $d\theta'$ 。则

$$dl = R d\theta'$$

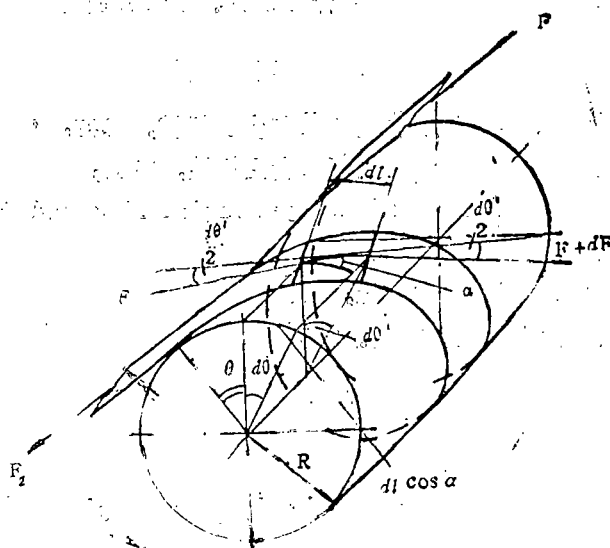


图6 成型皮带受力分析图

另一方面,  $d\ell$  在纸管横截面方向投影  $d\ell \cos \alpha$  的计算公式是

$$d\ell \cos \alpha = R d\theta$$

因此

$$d\theta' = \frac{d\theta}{\cos \alpha} \quad (14)$$

沿皮带纵向列出垂直和水平各力的平衡式, 考虑(14)式, 并使  $F$  在  $F_2$  到  $F_1$ ,  $\theta$  在 0 到  $2\pi$  范围内积分, 即得成型皮带螺旋卷绕一周的欧拉公式

$$\text{式中} \quad \frac{F_1}{F_2} = e^{2\pi f / \cos \alpha} \quad (15)$$

$f$ ——皮带与纸的摩擦系数

联立解(15)式和(13)式得:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{F e^{2\pi f / \cos \alpha}}{e^{2\pi f / \cos \alpha} - 1} \\ F_2 &= \frac{F}{e^{2\pi f / \cos \alpha} - 1} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$F \cos \alpha$  为驱动纸管旋转的力,  $F \sin \alpha$  为推动纸管向前运动的力。

### 3 结束语

螺旋卷绕法卷制纸管(罐身)应该确保纸条宽度、芯轴直径、螺旋角之间的正确关系。在各层纸的螺旋角相同的情况下, 确定各项工作参数。文中推导的皮带轮和最大纸管外径之间

的关系, 皮带长度及皮带拉力的计算公式可作为设计、制造和使用时参考。

### 参 考 资 料

- 1 童申. 复合罐制造技术及其发展现状. 包装和食品机械, 1987; 4
- 2 于云满. 螺旋卷纸芯机的设计研究. 包装和食品机械, 1986; 2
- 3 Joseph F Hanlon. Handbook of Package Engineering. 2nd McGraw-Hill, 1984
- 4 无锡轻工业学院讲义. 包装材料学
- 5 许镇宇等. 机械零件. 人民教育出版社, 1981
- 6 上海包装技术协会. 上海纸包装容器. 1985

## Analyses of Forming Principle of Spiral Wound Paper Tubes (Can Bodies)

Tang Zhixiang  
(Dept. of Mech. Eng.)

**Abstract** In this paper, the relations between the parameters of the spiral wound paper tubes and between the diameter of the pulleys and the maximum outer diameter of the paper tubes have been studied. And the formulas for the length and working forces of the drive belt have been given.

**Keywords** spiral wound paper tubes, forming principle