第 12 卷 无锡轻工业学院学报 Vol. 12
第 2 期 JOURNAL OF THE WUXI INSTITUTE OF LIGHT INDUSTRY 1993 No. 2

对“具有约束的一类相关随机游动”一文的意见

费荣昌

（基础课部）

摘要 文[1]讨论了具有约束的一类相关随机游动，本文指出文[1]的结果是错误的，并给出了正确的结果。

关键词 相关随机游动；弹性壁

文[1]研究了具有约束的一类相关随机游动，其定义如下：一质点在一维有限整点 0，1，…，k 上作随机游动，t=0 时位于 i(0<i<k)，其游动规律为

$$P\{\text{质点向右游动 1 单位}\}=\begin{cases}\alpha,\text{前一步向右},\\ \beta,\text{前一步向左},\end{cases}$$

$$P\{\text{质点向左游动 1 单位}\}=\begin{cases}1-\alpha,\text{前一步向右},\\ 1-\beta,\text{前一步向左},\end{cases}$$

其中 $0<\alpha,\beta<1$，且 $p_{00}=1-\delta_1$，$p_{01}=\delta_1$，$p_{k,k-1}=\delta_2$，$p_{kk}=1-\delta_2$.

为求最终吸收概率，设 a_i，b_i 分别表示质点位于 i，到达 i 的前一步向右、向左而最终被点 0 吸收的概率，则有

$$\begin{aligned}a_i&=\alpha a_{i+1}+(1-\alpha)b_{i-1},\\ b_i&=\beta a_{i+1}+(1-\beta)b_{i-1},\end{aligned}\quad(i=1,2,\cdots,k-1).$$

文[1]是在边界条件 $b_0=1-\delta_1$，$a_k=\delta_2$ 下求解上述差分方程组的。应该指出，这个边界条件是错误的。正确的边界条件应是

$$b_0-\delta_1 a_1=1-\delta_1,\quad a_k-\delta_2 b_{k-1}=0.$$

这是由于[2]

$$b_0=p_{00}\times 1+p_{01}a_1=1-\delta_1+\delta_1 a_1,$$

$$a_k=p_{kk}\times 0+p_{k,k-1}b_{k-1}=\delta_2 b_{k-1}.$$

因此，质点位于 i，最终被点 0 吸收的概率应是

$$Q_i=c_1 a_i+c_2 b_i$$

收稿日期：1992-09-04

$$
=\begin{cases}(1-\delta_1)[(\frac{1-\alpha}{\beta}-\delta_2)(\frac{1-\beta}{\alpha})^{k-1}-(1-\delta_2)(c_1\frac{1-\alpha}{\beta}+c_2\frac{1-\beta}{\alpha})(\frac{1-\beta}{\alpha})^{i-1}] \\ \quad\div[(1-\delta_1)(\frac{1-\alpha}{\beta}-\delta_2)(\frac{1-\beta}{\alpha})^{k-1}-(1-\delta_1\frac{1-\alpha}{\beta})(1-\delta_2)],\alpha\neq 1-\beta; \\ (1-\delta_1)[\frac{\alpha-\beta}{\beta}+k-\delta_2(k-1)-(1-\delta_2)(c_1\frac{\alpha-\beta}{\beta}+i)] \\ \quad\div\{(1-\delta_1)[\frac{\alpha-\beta}{\beta}+k-\delta_2(k-1)]+\delta_1(1-\delta_2)\frac{\alpha}{\beta}\},\alpha=1-\beta.\end{cases}
$$

质点位于i，最终被点k吸收的概率应是

$$
P_i=\begin{cases}(1-\delta_2)[(\frac{\beta}{1-\alpha}-\delta_1)(\frac{\alpha}{1-\beta})^{k-1}-(1-\delta_1)(c_1\frac{\alpha}{1-\beta}+c_2\frac{\beta}{1-\alpha})(\frac{\alpha}{1-\beta})^{k-i-1}] \\ \quad\div[(\frac{\beta}{1-\alpha}-\delta_1)(1-\delta_2)(\frac{\alpha}{1-\beta})^{k-1}-(1-\delta_1)(1-\delta_2\frac{\beta}{1-\alpha})],\alpha\neq 1-\beta; \\ (1-\delta_2)[\frac{\alpha-\beta}{1-\alpha}+k-\delta_1(k-1)-(1-\delta_1)(c_2\frac{\alpha-\beta}{1-\alpha}+k-i)] \\ \quad\div\{(1-\delta_2)[\frac{\alpha-\beta}{1-\alpha}+k-\delta_1(k-1)]+\delta_2(1-\delta_1)\frac{1-\beta}{1-\alpha}\},\alpha=1-\beta.\end{cases}
$$

其中c_1,c_2分别表示位于i时的前一步向右、向左的概率。

为求游动持续时间的期望值，设A_i,B_i分别表示在到达i的前一步向右、向左的情况下，质点从i出发游动的期望持续时间，则有

$$
\begin{aligned}A_i&=\alpha A_{i+1}+(1-\alpha)B_{i-1}+1,\\ B_i&=\beta A_{i+1}+(1-\beta)B_{i-1}+1,\end{aligned}\quad(i=1,2,\cdots,k-1).
$$

文[1]是在边界条件$B_0=\delta_1,A_k=\delta_2$下求解上述差分方程组的。这个边界条件也是错误的，正确的边界条件应是

$$
B_0=\delta_1A_1;A_k=\delta_2B_{k-1}.
$$

因此，质点从i出发游动的期望持续时间应是

$$
D_i=c_1A_i+c_2B_i
$$

$$
=\begin{cases}\frac{1-\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}i+d_1+(c_1\frac{1-\alpha}{\beta}+c_2\frac{1-\beta}{\alpha})(\frac{1-\beta}{\alpha})^{i-1}d_2-2c_2\frac{\alpha-\beta}{1-\alpha-\beta},\alpha\neq 1-\beta; \\ c_1h_1+c_2h_2+\frac{\beta}{\alpha-\beta}(h_1-h_2)i-(c_1-c_2)\frac{\alpha-\beta}{\alpha}i-\frac{\beta}{\alpha}i^2,\alpha=1-\beta,\alpha\neq\beta; \\ \frac{[\delta_1+(1-\delta_1)i][(1-\delta_2)k^2+\delta_2(2k-1)]-\delta_1(1-\delta_2)(k-i)-\delta_1\delta_2}{(1-\delta_1)(1-\delta_2)k+\delta_1(1-\delta_2)+(1-\delta_1)\delta_2}-i^2,\alpha=\beta=\frac{1}{2}.\end{cases}
$$

其中

$$
d_1=\{[2(\alpha-\beta)+\delta_1(1-\alpha+\beta)](\frac{1-\alpha}{\beta}-\delta_2)(\frac{1-\beta}{\alpha})^{k-1}+[(1-\delta_2)(1-\alpha+\beta)k+\delta_2(1+\alpha-\beta)](1-\delta_1\frac{1-\alpha}{\beta})\}\div G,
$$

$$
d_2=-\{(1-\delta_1)[(1-\delta_2)(1-\alpha+\beta)k+\delta_2(1+\alpha-\beta)]+(1-\delta_2)[2(\alpha-\beta)+\delta_1(1-\alpha+\beta)]\}\div G,
$$

$$
G=(1-\alpha-\beta)[(1-\delta_1)(\frac{1-\alpha}{\beta}-\delta_2)(\frac{1-\beta}{\alpha})^{k-1}-(1-\delta_2)(1-\delta_1\frac{1-\alpha}{\beta})],
$$

$$
h_1=\{[\frac{\alpha-\beta}{\alpha}(k+\delta_2(k-1))+\frac{\beta}{\alpha}(k^2-\delta_2(k-1)^2)]\frac{\alpha-(1-\delta_1)\beta}{\alpha-\beta}-\delta_1[(1-\delta_2)\frac{\beta}{\alpha-\beta}k
$$

$$+\delta_2\frac{\alpha}{\alpha-\beta}]\}\div H,$$

$$h_2=\delta_1\{k+\delta_2(k-1)+\frac{\beta}{\alpha-\beta}[k^2-\delta_2(k-1)^2-(1-\delta_2)(k-1)]-\frac{\alpha}{\alpha-\beta}\}\div H,$$

$$H=(1+\delta_1\frac{\beta}{\alpha-\beta})[(1-\delta_2)\frac{\beta}{\alpha-\beta}(k-1)+\frac{\alpha}{\alpha-\beta}]-\delta_1\frac{\alpha}{\alpha-\beta}[(1-\delta_2)\frac{\beta}{\alpha-\beta}k+\delta_2\frac{\alpha}{\alpha-\beta}].$$

参 考 文 献

1 张元林.具有约束的一类相关随机游动,数理统计与应用概率,1990.1

2 W.费勒.概率论及其应用(下册).科学出版社,1979

Different Views on "A class of Correlated Random Walks with Constraint"

Fei Rongchang

(Dept. of Fundamental Education)

Abstract The paper [1] discussed a class of correlated random walks with constraint. In this paper, the shortcoming of paper [1] is pointed out, and the correct result is derived.

Key-words Correlated random walk; Elastic barrier