

圆台形纸杯(容器)成型原理

唐志祥

(机械工程系)

摘要 研究了圆台形纸杯(容器)的成型原理。重点讨论了杯身抱合成型和杯底的滚花封合的基本条件,以及纸杯和成型模具各项主要参数之间的相互关系。

关键词 圆台形纸杯;成型原理

由于纸杯具有许多优点,如重量轻、套叠运输方便而不破损、应用范围广、使用既方便又卫生、用后处理容易又不污染环境等,在国际消费市场得到普遍应用。在我国,目前仅有个别城市采用进口设备少量生产纸杯。介绍这方面的论著或文章也很少,即使有也很简单^[1,2]。本文对纸杯的形成原理作了探讨。

1 纸杯成型工艺和结构参数

1.1 成型工艺

纸杯通常用优质纸、PE复合纸或铝-PE复合纸制成。图1所示为其基本成型工艺过程。

按规格将材料裁剪成扇形片材。将片材不断供送到成型模具抱合成型成杯身,纯纸片材在供送过程中需在缝向接合部喷涂粘结剂,然后抱合成型。在成型模具上熨烫纵缝封合。将已经冲合成盘形的底送入杯身,并将杯身伸出部分内翻包住杯底压合。为了使杯底和杯身结合牢固和一定的封密程度,常在杯底内侧接合面滚花封合。将杯口向外翻卷成圆口而成成品。

纯纸纸质还需在内表面涂腊后使用。纸杯口压平后便可以加盖制成各种食品包装容器。而圆口纸杯主要用作饮料杯。

1.2 结构参数

纸杯容积可按几何尺寸计算:

$$V = \frac{1}{12} \pi H (D^2 + D_0^2 + DD_0) \quad (1)$$

式中

收稿日期:1992-08-26

V ——纸杯的计算容积

D ——纸杯杯口的有效直径

D_0 ——纸杯杯底杯内边的直径

H ——纸杯有效杯深

D 、 D_0 和 H 之间有如下关系:

$$D = D_0 + 2H \tan \alpha \quad (2)$$

式中 α 为纸杯圆台的半锥角。

扇形坯料的大小半径分别为

$$L_1 = \frac{D}{2 \sin \alpha} + \pi d_m \quad (3)$$

$$L_2 = \frac{D_0}{2 \sin \alpha} - 2 \frac{h_1}{\cos \alpha} \quad (4)$$

式中

L_1 、 L_2 ——为扇形坯料的大小半径

d_m ——杯口卷边圈的截面直径

h_1 ——杯底高度

扇形坯料的中心角 θ 为

$$\theta = 2\pi \sin \alpha \quad (5)$$

成型模具的加工精度对纸杯加工质量影响很大,为此建议半圆锥角 α 由标准锥角系列^[3]中选取,如 $5^\circ 42' 38.1''$ 和 $7^\circ 7' 30.1''$ 。参数 D 、 D_0 和 H 也尽量按优先数选取^[4]。

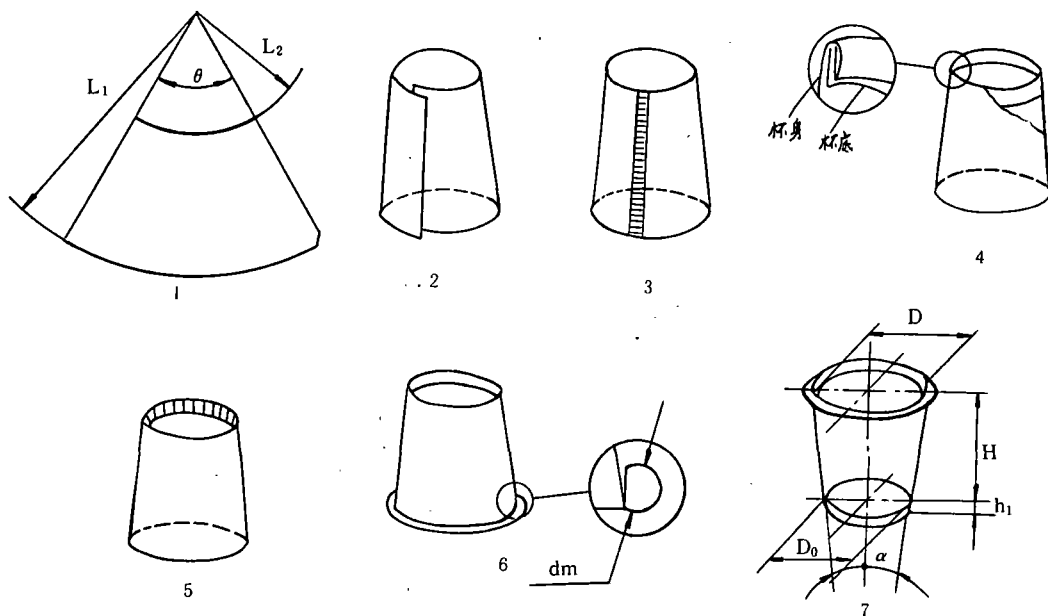


图1 纸杯成型工艺流程

1. 纸坯落料 2. 杯身抱合成型 3. 杯身纵缝封合 4. 加杯底并翻边结合

5. 杯底滚花封合 6. 杯口翻卷成圆口 7. 成品

2 杯身的抱合成型

2.1 纸坯运动轨迹

当纸坯供送到成型模具时,首先由定位压块将片材沿中心线压到成型模具上,接着左右抱合机械手将片材抱合到模具上,形成与模具侧表面形状相同的杯身。为了在接合处重叠,片材中心线左右两部分应分先后贴到模具上。有的机械手,在其中一只上装有可压平的弹性凸起来达到上述目的。在抱合机械手退回之前,热封头压住接缝烫合。抱合过程中,纸坯的运动轨迹是空心球体的一部分,球心是圆台锥体的顶点 O 。图 2 表示了半片纸坯 $PP'Q'Q$ 的成型轨迹。片材的大小圆弧 PP' 和 QQ' 在形成半圆锥 $PP''Q''Q$ 的过程中,分别扫过以 O 为球心的同心球面,形成两个球面三角形 $PP'P''$ 和 $QQ'Q''$ 。它们与平面 $PP'Q'Q$ 、平面 $P''Q''Q'Q$ 和锥面 $PP''Q''Q$ 所围成的空间即是半纸坯成型过程中扫过的范围。

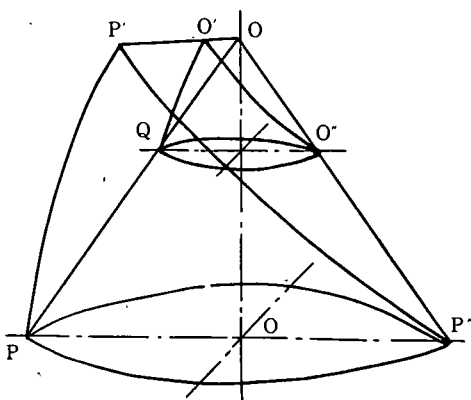


图 2 纸坯抱合成型轨迹

2.2 抱合机械手转动轴心的位置

图 3(a)表示抱合机械手、成型模具及纸坯相互关系的右半部分,抱合手刚与纸坯接触开始抱合过程。图中 OO_1 为成型模具的中心线; O_1 为抱合机械手的转动轴心; A 点为抱合手与纸坯的起始接触点。由图可见:

$$(e+r)^2 = (e-r)^2 + a^2 \quad (6)$$

$$L_1^2 = \left(\frac{r}{\sin \alpha} \right)^2 + a^2 \quad (7)$$

整理后得:

$$r = \sqrt{L_1^2 - a^2} \sin \alpha \quad (8)$$

$$e = \frac{L_1^2 \sin^2 \alpha - r^2}{4r \sin \alpha} \quad (9)$$

或

$$e = \frac{a^2}{4 \sqrt{L_1^2 - a^2} \sin \alpha} \quad (10)$$

式中

e —— 抱合手转动轴心到成型模具中心的偏离距离

r —— 过起始接触点 A 的成型模具横截面上截面圆的半径

a —— A 点到 OO_1 的垂直距离

若抱合手与纸坯起始接触点刚好是纸坯最外缘点 P' , 由此可得允许的 a 的取大值:

$$a_{\max} = L_1 \sin(\theta/2)$$

(5)式代入上式得

$$a_{max} = L_1 \sin(\pi \sin \alpha) \quad (11)$$

偏距 e 必须大于成型模具大端半径及结构需要的空间尺寸之和。同时,还需要考虑抱合手和纸坯能作相对滑移的条件。

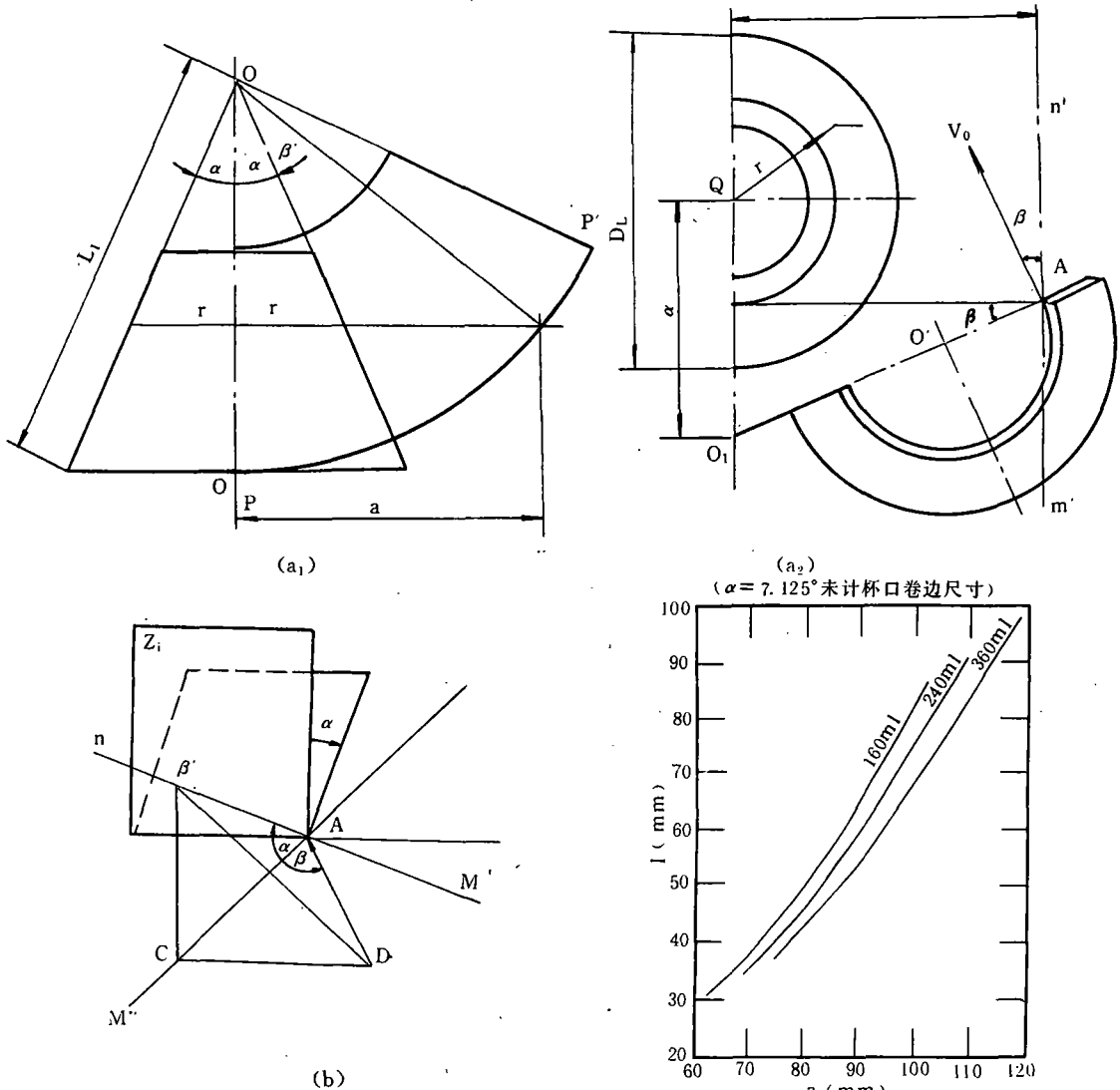


图3 抱合手、成型模具和纸坯之间的相互关系

图4 偏距 e 和 a 的关系曲线

($\alpha = 7.125^\circ$, 料杯口卷边尺寸)

图4是偏距 e 和 a 的关系曲线。

2.3 抱合机械手和纸坯相对滑移条件

为了保证纸坯能平滑地抱合在成型模具上形成合格的杯身,必须使抱合机械手和纸坯之间在抱合过程的任何位置都能作相对滑移,否则会出现杯身歪斜、起皱等毛病。

由图3(a)可见,抱合手与纸坯起始接触为 A ,与抱合手重合的 A 点的速度为 V_0 。假想此时纸坯是沿垂直方向,则 v_0 与假想法线 $n'n'$ 的夹角 β 为假想压力角。按几何关系

$$\cos \beta = \frac{a}{e+r} \quad (12)$$

将(8)式代入,整理后得

$$e = \frac{a}{\cos \beta} - \sqrt{L_1^2 - a^2} \sin \alpha \quad (13)$$

由图 3(b)可见,实际压力角是 $\angle BAD$,并有如下关系

$$\cos(\angle BAD) = \cos \beta \cos \alpha \quad (14)$$

如果抱合手和纸坯间的摩擦角为 φ ,则滑移条件应使 $\angle BAD > \varphi$.而(14)式表明 $\beta < \angle BAD$.因此,使 $\beta \geq \varphi$ 是能够满足滑移条件的。于是将(13)式中 β 用摩擦角 φ 代入,便可得到抱合手和纸坯相对滑移的条件

$$e \geq \frac{a}{\cos \varphi} - \sqrt{L_1^2 - a^2} \sin \alpha \quad (15)$$

按(10)式和(15)式可联立确定抱合手转动轴心的位置。

3 杯底和杯身间的滚花封合

为了满足使用要求,一般需在杯底和杯身结合的内壁进行滚花封合。保证滚花质量的条件包括压力等多种因素,但重要的一条是滚花沿着杯底内壁作纯滚动。

3.1 运动分析

根据运动学原理,滚轮运动可分解为两种运动,一是绕杯身圆锥台中心轴回转的公转运动;二是绕滚轮自身中心轴回转的自转运动。

(1)滚轮中心线与杯身中心线平行且有一偏心距 ρ ,滚轮亦为圆锥台且其圆锥角和杯身圆锥台的圆锥角相同,如图 5 所示。

令公转转速为 ω ,自转转速为 ω_1 ,则滚轮与杯身接触母线上任意点 P 的绝对运动速度 V_P 为

$$V_P = (\rho + \rho_1)\omega - \rho_1\omega_1 \quad (16)$$

其中 ρ_1 为滚轮上 P 点的回转半径。

按纯滚动条件应使 $V_P = 0$,即

$$\rho_1 = \frac{\omega}{\omega_1 - \omega} \rho \quad (17)$$

(17)式右边是定值,而滚轮母线上各点的回转半径是不同的。因此式(16)是不成立的。也就是说利用偏心机构来滚花不可能满足纯滚动的要求。

(2)滚轮圆台的锥角与杯身圆台的锥角不相等,但两锥顶重合于一点(见图 6)。则(16)式同样适用,此时

$$V_P = PO' \cdot \omega - PO'' \cdot \omega_1 \quad (18)$$

将 ω 和 ω_1 用矢量表示,则合成矢量为 Ω ,如图 6 上平行四边形 $O\omega\Omega\omega_1$ 所示。

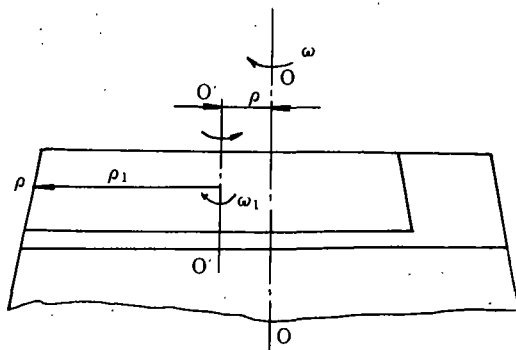


图 5 滚轮绕杯身圆锥台中心轴回转

又由几何关系可知:

$$\frac{PO'}{PO} = \frac{P\Omega''}{\Omega O} \text{ 和 } \frac{PO''}{PO} = \frac{P''\Omega}{\Omega O}$$

代入(18)式得

$$V_P = \frac{PO}{\Omega O} (P'\Omega \cdot \omega - P''\Omega \cdot \omega_1)$$

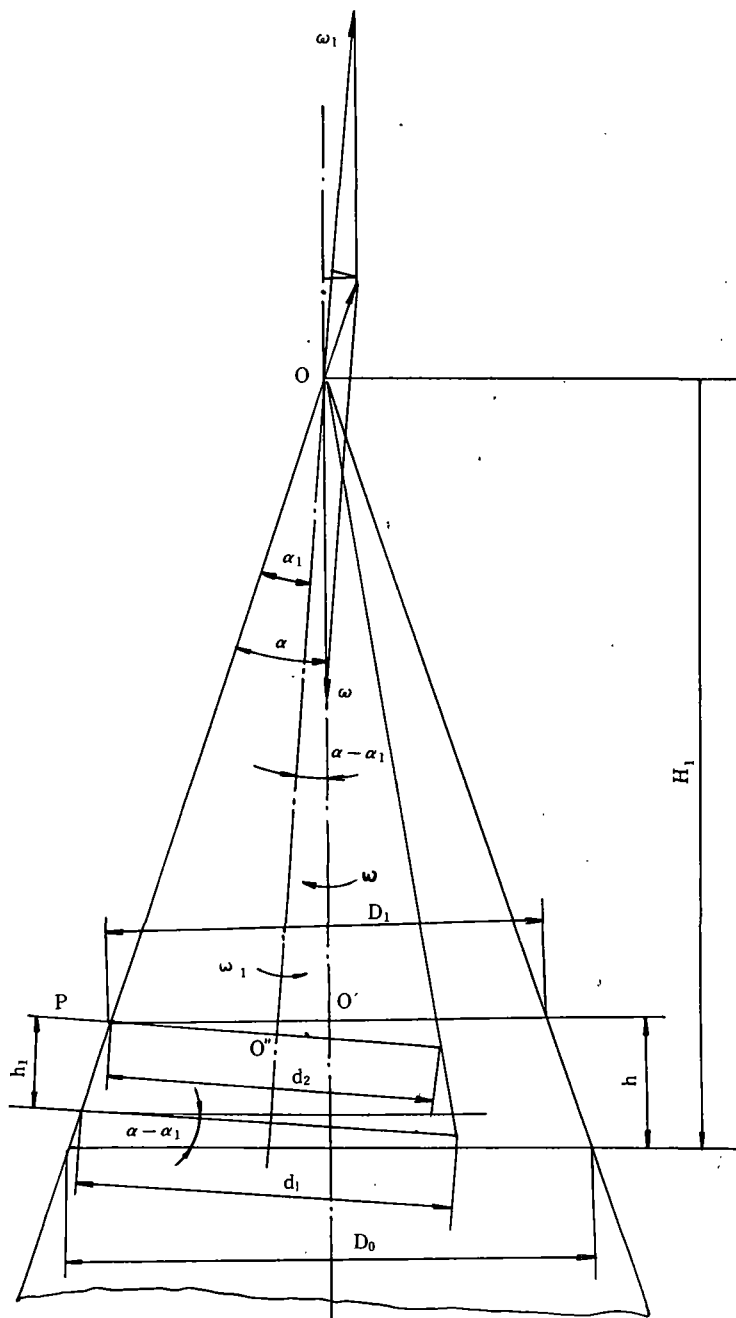


图6 滚轮绕自身中心回转

由于 $P'\Omega \cdot \omega$ 和 $P''\Omega \cdot \omega_1$ 均是平行四边形 $O\omega\Omega\omega_1$ 的面积, 所以 $V_P=0$. 这就证明了接触母线上任意点的绝对速度为零, 符合纯滚动的条件。

3.2 滚轮主要几何参数的计算

设滚轮大端直径为 d_1 , 小端直径为 d_2 , 厚度为 h_1 , 半锥角为 α_1 .

考虑滚轮放入杯底的需要

$$d_1 = D_1 - 2\Delta = D_0 - 2htga - 2\Delta \quad (19)$$

式中 Δ 为滚轮放入杯底时单边最小间隙。

考虑滚花时滚轮与杯底的边口相重, 则

$$\frac{d_2}{\sin\alpha_1} = \frac{D_1}{\sin\alpha} = \frac{D_0 - 2htga}{\sin\alpha} \quad (20)$$

考虑滚花时滚轮大端最低点不与杯底接触, 而有一间隙 δ , 则

$$h - \delta = d_1 \sin(\alpha - \alpha_1) + h_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_1} \quad (21)$$

滚轮 4 个参数不是独立的, 相互关系为

$$d_2 = d_1 - 2h_1 \operatorname{tg}\alpha_1 \quad (22)$$

(19)式代入(21)式得

$$h_1 = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha} [h - \delta - (D_0 - 2htga - 2\Delta) \sin(\alpha - \alpha_1)] \quad (23)$$

(19)式和(22)式一起代入(20)式整理得

$$h_1 = \frac{(D_0 - 2htga)(\sin\alpha - \sin\alpha_1) - 2\Delta \sin\alpha}{2\operatorname{tg}\alpha \sin\alpha} \quad (24)$$

联立(23)和(24)式, 可得只含 α_1 的方程

$$f(\alpha_1) = 0 \quad (25)$$

这个方程的求解可用逐次逼近法。将(25)式按泰劳级数展开:

$$f(\alpha_1) = f(\alpha'_1) + f'(\alpha'_1)\Delta\alpha'_1 = 0 \quad (26)$$

式中

α'_1 ——第 i 次试算时的 α_1 值

$\Delta\alpha'_1$ ——第 i 次试算后应对 α'_1 值进行修正的量, 根据(26)式

$$\Delta\alpha'_1 = -\frac{f(\alpha'_1)}{f'(\alpha'_1)} \quad (27)$$

第 $i+1$ 次试算时, α_1 值应为

$$\alpha_1^{i+1} = \alpha'_1 + \Delta\alpha'_1 \quad (28)$$

第一次试算的 α_1 值可按经验估计, 例如取 $\alpha'_1 = \alpha$. 不管 α'_1 取何值, 一般都很快逼近到所要求的精度范围内。

例如, 取 $D_0 = 50\text{mm}$, $h = 5\text{mm}$, $\alpha = 5.7106^\circ$, $\Delta = 5\text{mm}$, $\delta = 5\text{mm}$, 代入(23)和(24)式可求得如下关系

$$f(\alpha_1) = 49.6523\sin\alpha_1 + 7.7613\sin\alpha_1\sin(\alpha + \alpha_1) - 3.8614$$

$$f'(\alpha_1) = 49.6523\cos\alpha_1 + 7.7613\sin(\alpha - 2\alpha_1)$$

利用(27)、(28)式计算, 如下表所示。只算三次便得到精度较高的结果。

序次	α_1 (弧度)	$f(\alpha_1)$	$f'(\alpha_1)$	$\Delta\alpha_1$ (弧度)
1	0.099669	1.079195	48.63303	-0.022190
2	0.077479	-4.9079×10^{-3}	49.074447	$+1.0001 \times 10^{-4}$
3	0.077579	-6.3922×10^{-7}	49.072513	$+1.3026 \times 10^{-8}$
初值: $\alpha_1 = 5.7106^\circ = 0.099669$ 弧度 结果: $\alpha_1 = 0.07579$ 弧度 $= 4.4495^\circ$				

上述方法也可以用来求(13)和(14)式中的 e 值。也可以用来求解多元联立方程。求得 α_1 值,不难求出滚轮其它参数。

参 考 文 献

- 1 无锡轻工业学院讲义. 包装材料学, 1989
- 2 陈中豪. 包装材料. 湖南大学出版社, 1989
- 3 GB157~83 锥度和锥角系列
- 4 GB321~81 优先数和优先数系

Forming Principle of Frustum Cone-like Paper Cup (Container)

Tang Zhixiang

(Dept. of Mech. Eng.)

Abstract The forming principle of frustum cone-like cup (container) is studied. Discussion is focused on fundamental condition for forming-hugging cup bodies and seam-knurling cup bottom, and relationship and formula between various essential parameters of paper cup and forming mould.

Key-words Frustum cone-like paper cup; Forming principle