

APC 自动编程控制系统对列表 轮廓的圆弧拟合方法

周一届

(机械工程系)

摘要 提出了用双圆弧法进行曲线拟合时的几种新的方法,重点解决了列表曲线在端点与给定圆或直线连接时的光顺问题。

主题词 程序设计;曲线拟合;数控线切割 / 自动编程;列表曲线;圆弧拟合

中图分类号 TP31

0 前 言

APC(Automatically Programmed Cutting)自动编程控制系统是应用 MCS-51 单片机,对数控线切割机床进行自动编程和控制的一种先进的系统。系统结构由无锡轻工业学院机械工程系姜旻设计,由编程和控制两大部分组成,分别由两片 8751 控制,它们各自单独工作时相当于两台微机。

本人在研制自动编程软件的过程中,针对目前已有的自动编程语言中的一些不足,重点加强了 APC 自动编程系统对列表曲线的处理功能。

以列表点给出零件轮廓,在机械加工中是很多的,如某些凸轮、样板、叶片、模具等。有的零件轮廓的列表点是由试验或测量得来的,也有一些列表点是依据复杂的原始方程,根据精度要求,算出若干个型值点的坐标值标在图纸上。对列表轮廓的处理一般有牛顿插值法、样条函数法、圆弧法和双圆弧法。其中双圆弧法是数控编程中被广泛采用的方法。它用连续圆弧拟合列表曲线,保证拟合曲线在各型值点的一阶导数连续,特别适用于用圆弧插补的数控机床。APC 系统主要也是采用双圆弧法。

许多资料中有双圆弧法的介绍,APC 系统所采用的方法与这些资料中介绍的原有的方法有相同之处,也有不同之处。

相同之处在于:在两个列表点之间用直线或彼此相切的两段圆弧来拟合两个点之间的曲线。

不同之处在于:APC 系统在拟合两给出点 P_2, P_3 之间的曲线时,要考虑在 P_2 点之前的

收稿日期:1994-02-26

P_1 点到 P_2 点之间的拟合情况以及 P_3 点与其之后的 P_4 点和 P_5 点三点之间的关系,或 P_3 点与后接的给定的圆或直线之间的关系,而不是仅仅只考虑 P_1, P_2, P_3, P_4 四点之间的关系;在确定中间点的拟合圆的方法上,APC 系统与原有的方法也有所不同。

下文中用到的符号以 C 表示圆, P, M, N, Q 等表示点, L 表示直线, C, P, L 都可带下标 $i (i = 1, 2, \dots)$ 也用 $\overline{P_i P_j}$ 表示直线。在线切割加工中,零件的轮廓是以钼丝作为点而生成的,生成一个轮廓时钼丝有一定的走向,比如一个圆,可能顺时针生成,也可能逆时针生成。在计算机内部,一个圆除圆心位置,半径大小外还有方向这一要素。大小相等、位置相同而方向相反的圆是作为不同的两个圆处理的。直线也有方向,这样才能对计算出的交点进行取舍,才能控制机床进行加工。在下文的叙述中,如不发生误解处,不指明圆或直线的方向,需要指出方向时,在图中用箭头表示。

1 用直线拟合的情形

如果给出三个点 P_1, P_2 和 P_3 在一条直线上,APC 系统就用直线来逼近。但计算出正好是三点一线的情况是很少的。图 1 所示三个点之间关系。直线 $\overline{P_1 P_2}$ 与直线 $\overline{P_2 P_3}$ 之间的夹角为 α 。只要 $|\sin \alpha| < 0.00085$ 即把 P_1, P_2 和 P_3 三点看作一线。用直线 $\overline{P_1 P_2}$ 拟合 $P_1 P_2$ 段曲线,用直线 $\overline{P_2 P_3}$ 拟合 $P_2 P_3$ 段曲线。

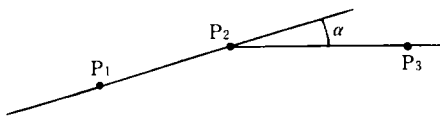


图 1 三点之间的关系

2 拟合圆的确定

设当前要拟合的是 P_2 和 P_3 两点间的曲线,APC 系统要根据 $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ 六个点之间的相互关系来确定 P_2 和 P_3 之间的两段拟合圆弧。当 P_0, P_1 和 P_3 三点不在一线且 P_3, P_4 和 P_5 三点也不一线时,有如图 2 所示

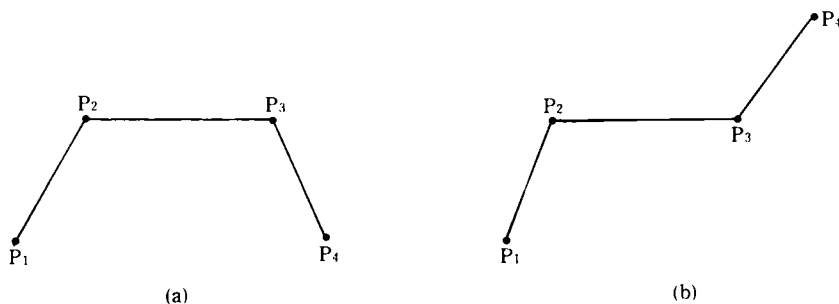


图 2 P_1, P_2, P_3, P_4 四点相互关系

的二种情形即称为第一种情形(a)与第二种情形(b)。而 P_0, P_1 和 P_2 三点成一线或(和) P_3, P_4 和 P_5 三点成一线都作为第三种情形。

下面分别介绍三种情形的作图方法。其中第一种情形的方法与参考文献[1],[2]相同,为叙述系统性,这儿仍将它介绍一下。

2.1 第一种情形

P_1 点 P_4 点在直线 $\overline{P_2P_3}$ 同一侧, P_0, P_1, P_2 不一线, P_3, P_4, P_5 也不一线。

图3为第一种情形的作图法。过 P_2 点作 $\angle P_1P_2P_3$ 的角平分线 $\overline{P_2O_2}$ 的垂直线 $\overline{P_2M}$;过 P_3 作 $\angle P_2P_3P_4$ 的角平分线 $\overline{P_3O_3}$ 的垂直线 $\overline{P_3N}$;过 P_2 作 $\angle P_3P_2M$ 的角平分线 $\overline{P_2N}$;过 P_3 作 $\angle P_2P_3N$ 的角平分线 $\overline{P_3N}$;过 $\overline{P_2N}$ 和 $\overline{P_3N}$ 的交点 N 作 $\overline{P_2P_3}$ 的垂线与 $\overline{P_2O_2}$ 交于 O_2 点,与 $\overline{P_3O_3}$ 交于 O_3 点, O_2 和 O_3 即为所求两圆 C_2 和 C_3 的圆心, P_2O_2 和 P_3O_3 为所求两圆的半径。 C_2 与 C_3 相切于 N 点, C_2 在 P_2 与 $\overline{P_2M}$ 相切, C_3 在 P_3 与 $\overline{P_3N}$ 相切。

在作 P_1, P_2 之间的拟合圆时,其中一个圆也在 P_1 与 $\overline{P_2M}$ 相切,作 P_3, P_4 之间的拟合圆时,使其中一个圆在 P_3 与 $\overline{P_3N}$ 相切,这样就保证了一阶导数连续。

2.2 第二种情形

P_1, P_4 两点在 $\overline{P_2P_3}$ 的异侧, P_0, P_1, P_2 不一线, P_3, P_4, P_5 不一线。

图4为第二种情形的作图法。过 P_2 作 $\angle P_1P_2P_3$ 的角平分线 $\overline{P_2O_2}$ 的垂线 $\overline{P_2M}$;过 P_3 作 $\angle P_2P_3P_4$ 的角平分线 $\overline{P_3O_3}$ 的垂线 $\overline{P_3N}$;取 P_2P_3 的中点 P_A ;作 P_2P_A 的垂直平分线交 $\overline{P_2O_2}$ 于 O_2 点;以 O_2 为圆心, O_2P_2 为半径作圆 C_2 即得第一个拟合圆。过 O_2 作 $\overline{P_3O_3}$ 的平行线 $\overline{O_2P_B}$ 交于 P_B 点;作直线 $\overline{P_3P_B}$ 交 C_2 于 P_C 点;作直线 $\overline{O_2P_C}$ 交 $\overline{P_3O_3}$ 于 O_3 点;以 O_3 为圆心, O_3P_3 为半径的圆 C_3 即为所求的第二个拟合圆。 C_2, C_3 在 P_C 点相切且分别在 P_2, P_3 点与 $\overline{P_2M}, \overline{P_3N}$ 相切。

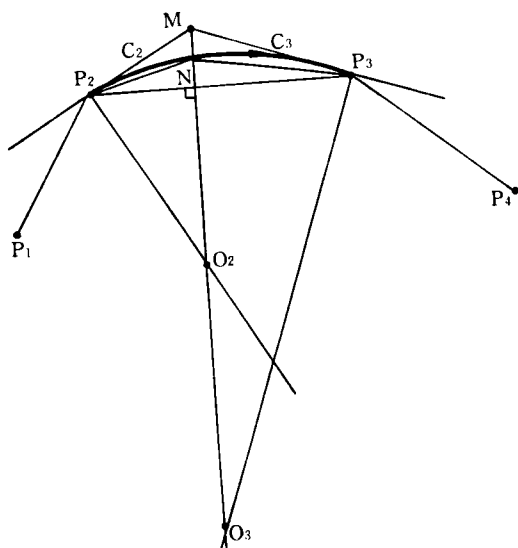


图3 第一种情形的作图

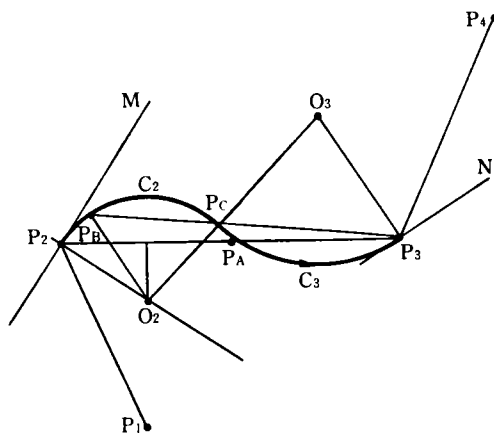


图4 第二种情形的作图

从作图步骤可以看出,假定给出的 P_1, P_2, P_3, P_4 四点之间的相互关系不变,而拟合是从 P_4, P_3, P_2, P_1 的方向进行,则所得出的两个拟合圆与刚刚作出的两个圆的位置和大小都有

些变化,亦即假如就这样作图,其结果是不具备几何不变性的。所谓几何不变性,就是图形不随坐标系的选择而变化。

为了保证几何不变性,APC 系统在进行第二种情形下的圆弧拟合时,将首先判断一下 $\angle P_1P_2P_3$ 与 $\angle P_2P_3P_4$ 的大小,确保第一个拟合圆从角度小的一端作出。这样也就确保了不管从那个方向拟合列表曲线,结果都一样。

从图中可以看出,当 $\angle P_1P_2P_3$ 与 $\angle P_2P_3P_4$ 相等时, P_C 点于 P_A 点重合,此时两拟合圆弧半径相等,弧长相等。当 $\angle P_1P_2P_3$ 小于 $\angle P_2P_3P_4$ 时, C_2 的半径小于 C_3 的半径。这正好符合曲线变化大时曲率半径小,平缓时曲率半径大的习惯。

从两段拟合圆弧的弧长来看,角度大的一侧的弧长也长于角度小的一侧的弧长。这与参考文献[1],[2]中以两个弧长相等为前提下得到的结果当然不一样。根据已有资料,找不出取两段拟合圆弧长度相等的理由,而以上介绍的方法也只是从直观上觉得较合理些。这种新的方法是否一定优于旧的方法,还需作进一步的探讨。只是 APC 软件的结构不适用于旧方法,才找出这种新的方法。

2.3 第三种情形

$P_0P_1P_2$ 一线或(和) $P_3P_4P_5$ 一线。

在前两种情形上分别加上 $P_0P_1P_2$ 一线或 $P_3P_4P_5$ 一线的情形,可以再四种情形。但是实际作图中只要作一点改变即可。下面以图 5 为例,给出方法。

图 5 中 $P_0P_1P_2$ 一线, $P_3P_4P_5$ 不一线, P_1 与 P_4 在 $\overline{P_2P_3}$ 的同侧。作图方法是:过 P_2 作 $\overline{P_1P_2}$ 的垂线 $\overline{P_2O_2}$,过 P_3 作 $\angle P_2P_3P_4$ 的角平分线 $\overline{P_3O_3}$ 的垂线 $\overline{P_3M}$;过 P_2 作 $\overline{P_1P_2}$ 与 $\overline{P_2P_3}$ 夹角 θ 的角平分线 $\overline{P_2N}$;过 P_3 作 $\angle P_2P_3M$ 的角平分线 $\overline{P_3N}$;以后的步骤与第一种情形相同。

与原有的双圆弧法中圆元素第三种情况相比,这种新方法所作的合曲线明显少了一处凹凸变化。

APC 系统在 $P_0P_1P_2$ 一线时用直线拟合 P_0P_1 和 P_1P_2 ,此处作图方法与第一,二种情形下的的作图方法的

改变的要点是使与直线相连接的拟合圆弧要在给出点与拟合直线相切。对于 $P_3P_4P_5$ 一线的情况,作相应的处理,所以下文不再单独立出所讨论情形中出现三点一线的情形。

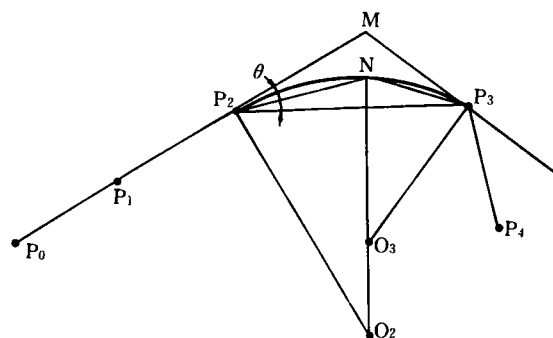


图 5 第三种情形的作图

3 从给定几何元素过渡到列表曲线

从给定几何元素(圆或直线)过渡到列表曲线亦即给出了列表曲线开始的边界条件。各自动编程系统都能根据一定的边界条件来拟合列表曲线,问题是被加工零件的设计者在设计零件时所给的条件不一定符合自动编程系统的要求,或者可能是由实验所得或是实际测绘得到的参数不是很精确。这样就会给编程人员带来一定困难。如一个零件,已知一条曲线

的两端与两个圆相切,曲线的方程未知,只能测量出若干个型值点后用双圆弧拟合。在这种情况下要指出曲线与圆切于何处是非常困难的,只能测量得尽可能准确些,然后由编程系统的操作者来试凑切点,凑到满意为止。其精度受到操作者水平的影响。

在 APC 自动编程软件研制过程中,作者正是目睹了操作者的麻烦才刻意解决此问题的,下面分别介绍几种不同情形下的方法。

3.1 列表曲线与给定圆相切,首点在圆外

给出已知圆 C 圆心 O , 半径 r , 方向如图 6 所示; 给出列表曲线的型值点 P_1, P_2 在圆心 C 之外。要使拟合圆与 C 相切, 在 P_1 点一阶导数连续。这种不给出 C 上切点的情形应该有无穷多个解, 在选取 APC 所用的方法时, 作者基于两点考虑: 第一, 使 C 到 P_1 间的走向应尽量与 P_1P_2 两点之间的曲线一致, 即凹凸性一致; 第二, 在拟合列表曲线时把列表点(型值点)的连线称作趋势线的话, 此处也应选一趋势线, 而将过 P_1 作 C 的切线作为趋势线应是可取的。

如图 6 所示, 从已知圆 C 作过 P_1 的切线 $\overline{MP_1}$, 使 $\overline{MP_1}$ 的方向是从 M 到 P_1 , 且在 M 点与 C 的方向相同; 从直线 $\overline{MP_1}$ 转到直线 $\overline{P_1P_2}$ 的角度是 θ , 逆时针转时 θ 为正; 顺时针转时 θ 为负, 可能的情况是 $\theta = 0$; $\theta < 0$ (如图 6); $\theta > 0$ (如图 7)。

$\theta = 0$ 时, 以直线 $\overline{MP_1}$ 拟合 C 与 P_1 间的曲线, 下面给出 $\theta < 0$ 和 $\theta > 0$ 时以一段圆弧来拟合 C 与 P_1 间曲线的方法。

3.1.1 $\theta < 0$ 的情形 图 6 为首点在圆外, $\theta < 0$ 的情况。作 C 的切线 $\overline{MP_1}$; $\overline{MP_1}$ 与 $\overline{P_1P_2}$ 成 θ 角; 过 P_1 作 θ 的角平行线 $\overline{P_1N}$; $\overline{P_1N}$ 作为 P_1 点两边拟合圆弧的共同切线。过 P_1 作 $\overline{P_1N}$ 的垂线 $\overline{P_1O_1}$; 在 $\overline{P_1O_1}$ 上取 P_A 点使 P_1P_A 的长度等于 r ; 作 $\overline{P_AO}$ 的垂直平分线交 $\overline{P_1O_1}$ 于 O_1 点, 以 O_1 为圆心, O_1P_1 为半径的圆 C_1 即为所求拟合圆。它与 C 相切于 P_B 点, 与 $\overline{P_1N}$ 相切于 P_1 点。在拟合 P_1, P_2 之间曲线时, 使靠近 P_1 的拟合圆在 P_1 与 $\overline{P_1N}$ 相切即可。

3.1.2 $\theta > 0$ 的情形 图 7 为首点在圆外, $\theta > 0$ 的情况。作图方法是: 顺 C 的方向过 P_1 作

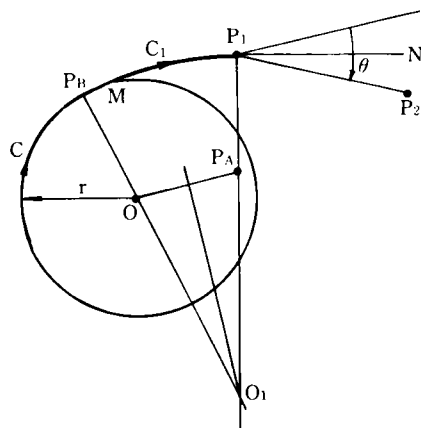


图 6 首点在圆外 ($\theta < 0$)

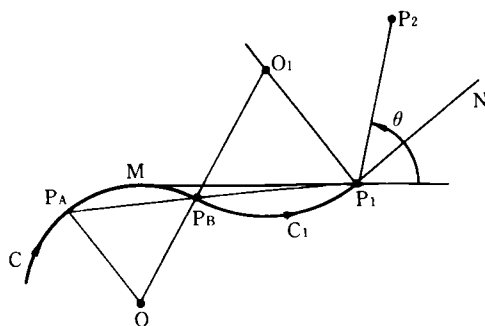


图 7 首点在圆外 ($\theta > 0$)

圆的切线,用双圆弧拟合 P_B, P_1 . 第二是逆 L 的方向从 P_A 开始取点 P_0 , 使 P_AP_0 等于 P_AP_1 ; 过 P_0 作 L 的垂线与 P_1O_1 交于 O_1 ; 以 O_1 为圆心; O_1P_1 为半径从 P_0 到 P_1 用一段圆弧拟合 P_0, P_1 段曲线. 第二种方法得到的圆半径明显要大于第一种得到的拟合圆半径. 考虑到直线可以看作半径为无穷大的圆, 因此从直线过渡到列表曲线时第一段圆弧半径取大值为好, 故 APC 系统采用第二种方法, 亦即图 9 所示方法。

4 其它情形

1) 列表曲线首点或末点在给定圆或直线上, 列表曲线在首点或末点处与给定圆或直线相切或相交, 这类情形中, 由于能作出首点或末点处逼近圆的切线与法线, 可直接用前面介绍的双圆弧法来拟合。

2) 从列表曲线过渡到给定圆或直线, 未点不在圆或直线上, 无论以给定圆或直线开始还是结束, 列表点与给定圆或直线的相互关系不外乎前面介绍的几种, 所以作图方法也基本一样. 设末点为 P_n , APC 系统在作 P_{n-1}, P_n 之间的拟合曲线之前, 会先拟合 P_n 与给定圆或直线之间的曲线, 而将 P_n, C 或 P_n, L 之间拟合时 P_n 处的切线作为 P_{n-1}, P_n 间拟合的条件, 再拟合 P_{n-1}, P_n 两点。

5 结 语

从 1993 年 11 月 APC 自动编程系统运行以来, 表明这些方法具有明显的优点. 将本系统应用到数控线切割机床中能很好地完成对各种复杂零件的编程加工, 辟如对各种凸轮, 非圆轮的线切割加工. 但由于是新方法, 还有待于更进一步的研究和更多的实践检验。

参 考 文 献

- 1 上海自动化研究所. 机床的数字控制与计算机应用. 北京: 机械工业出版社, 1983
- 2 李福生. 数控机床程序编制——手工编程. 北京: 机械工业出版社, 1982
- 3 祁欣, 陆容. 曲线的光顺和圆弧拟合. 北京: 国防工业出版社, 1978
- 4 黄友谦. 曲线曲面的数值表示和逼近. 上海: 上海科技出版社, 1984
- 5 薛利生. 数控线切割机的自动编程. 电加工, 1992, 6
- 6 冯祖义. 双圆弧逼近任意曲线的处理方法. 机床, 1985, 2

The Disposition of Circular Arc Fitting on a Curve Given by Listed Pointes in Automatically programmed cutting system

Zhou Yijie

(Dept. of Mechanical Eng.)

Abstract Several new methods for curve fitting which fitting a curve given by listed points with double-arc are presented with the emphasis on smoothing the curve when it links with a given circle or given line.

Subject-words Programming; Curve fitting; Digital control wire-electrode cutting/Curve given by listed points; Double-arc method; Circular arc fitting