

空间任意复杂接头的建模方法

钱 怡

(无锡轻工大学机械工程系, 无锡, 214036)

摘要 通过空间任意复杂接头的建模过程, 提出一种结合实验和理论结果建立复杂结构计算模型的方法。它利用数理统计中非线性回归、误差估计等手段, 识别模型参数。同时考虑不利载荷的影响, 所建模型有很高的精度。

关键词 建模方法; 参数估计; 非线性回归; 接头模型

中图分类号 TB24/ O242

0 前 言

为研究对象建立正确、简单的分析模型, 是分析、计算工作的起点。目前, 普遍采用的方法是利用有限元法直接在结构上划分网格来建模^[1], 但对于大型、复杂结构, 该方法计算工作量很大, 不利于反复设计、计算。另外, 某些复杂的连接构件, 如空间接头, 其各部件通过焊接、铆接、螺栓连接等方式相连接, 接头处材料性质及变形复杂, 无法直接用有限元法建模。作者以建立接头模型为例, 推出一种简单且精度可控的建模方法。

1 接头模型

1.1 接头特性

接头的形状多样, 通过它把 n 个分支连接在一起。图1所示为汽车结构中的 T 字形接头, 组成接头的3个分支通常是任意截面形状的杆件。对接头部位材料性质、变形特点的描述, 人们做了大量工作。最简单的设想是把各分支在接头处的连接看成是刚性的; 或用扭转弹簧来模拟接头柔性^[2, 3]; 还有, 利用半解析法研究管道接头局部柔性^[4]等等。但对空间复杂的非对称薄壁杆件接头, 以上设想难以实现。实验证明, 接头存在柔性; 各分支不仅绕所加力偶方向转动, 通常也绕其它方向转动, 即存在转动耦合; 另外, 在刚性接头假设下, 自由分支绕几个分支的交点转动, 实际却是绕转动中心点转动, 两点间的距离称为转动中心偏差。要达到准确反映接头特性的目的, 这些因素均应考虑。

图1 T形接头简图

1.2 接头单元及接头模型

首先, 把 n 个分支的接头分成 n 个接头单元, 各单元对应一个分支, 每个单元上设定一参考点, 由参考点刚性相连, 从而把各接头单元连成一体。一个分支的参考点是所有其它分支的剪切轴交点, 当交点不唯一时, 离分支柔性杆最远的点为参考点。

设想, 利用扭转弹簧反映接头柔性, 转动铰的位置反映转动中心的偏差, 弹簧的方向代表转动的耦合, 这样, 第 i 个接头单元的模型如图 2 所示。局部坐标系 $X_iY_iZ_i$ 的原点 O_i 即为该分支的参考点, X_i 轴与分支的剪切轴一致。图 2 中 O_iP_1, P_1P_2, P_2P_3 为刚性杆; P_1, P_2, P_3 为三个铰链; 三个扭转弹簧装在铰链上, 方向为 L_1, L_2, L_3 , 弹簧刚度 k_1, k_2, k_3 ; P_3H_i 为柔性杆, 其材料、截面性质除 I_{YZ} 为零外, 其余与原分支相同。为避免过多的未知参数, 作如下假设:

- 1) 铰 P_1 在 $Y_iO_iZ_i$ 平面内, P_2 和 P_3 在 X_i 轴上, 即它们的局部坐标为 $P_1(0, y^1, z^1); P_2(x^2, 0, 0); P_3(x^3, 0, 0)$ 。
- 2) 3 个弹簧轴相互正交;
- 3) 3 个铰链为平面铰, 铰链位于与弹簧轴垂直的平面内, 若被连接件有其它方向转动, 则两构件在铰链处转动相同。

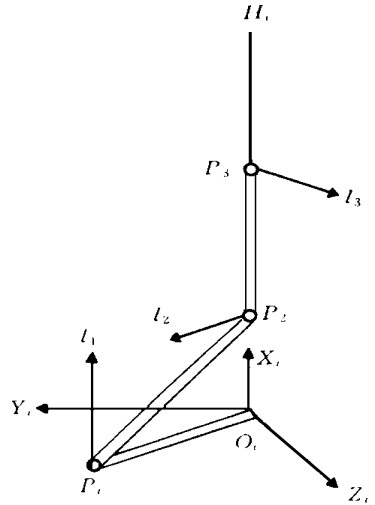


图 2 接头单元模型

这样, 决定接头单元的参数为 10 个, 由 n 个分支组成的接头模型的未知参数为 $10n$ 个。

1.3 模型参数与分支位移间的关系

为确定模型参数, 设法找出它们和分支上各点位移间的关系。首先列出柔性杆 H_iP_3 的平衡方程

$$k^* u^* = f^*$$

其中 k^* 为 12×12 阶刚度矩阵; u^* 为杆端广义位移向量; f^* 为杆端广义力向量

考虑到 3 个铰链的特殊性, 另外, 两刚性杆在同一铰点处平动位移相等, P_3 点的三个平动位移可由 O_i 点的广义位移及 P_1 和 P_2 点的广义角位移表示。再由系统的广义力平衡条件, 可得接头单元的平衡方程

$$k^e u^e = f^e$$

其中 k^e 为 15×15 阶单元刚度矩阵, 相应的 15 个自由度为参考点 O_i 的 6 个; 节点 H_i 的 6 个; P_1, P_2, P_3 各一个转动自由度。

对其余分支同样处理后合并各单元刚度矩阵, 可得系统总刚矩阵 k 。 k 中包含 $10n$ 个未知参数, 即弹簧刚度、弹簧轴方向角、铰链的位置坐标。

总刚方程为 $k(\beta)u = f$

或 $u = k^{-1}(\beta)f$ (1)

其中 β 为接头参数向量, $10n$ 维; u 为接头位移向量; f 为载荷向量; k 为总刚矩阵。

为识别参数 β , 通过实验测出对应不同载荷下连接分支上各点的位移值, 并采用非线性回归的方法^{5,6]} 确定非线性方程(1)中的接头参数。

设位移测量值向量为 u_m , 相应的测量误差向量为 ϵ 则

$$u_m = k(\beta)^{-1} f + \epsilon.$$

又设 $\hat{\beta}$ 为参数预估值, 则相应的位移为

$$\hat{u} = k(\hat{\beta})^{-1} f. \quad (2)$$

考虑测量误差的影响, 由测量误差的协方差矩阵 W_ϵ^{-1} 作为权函数阵, 可得位移的加权残差平方和

$$Q(\hat{\beta}) = (u_m - \hat{u})^T W_\epsilon^{-1} (u_m - \hat{u}).$$

使误差最小的 $\hat{\beta}$ 值应满足 $\frac{\partial Q}{\partial \hat{\beta}} = 0$.

把(2)式展为关于 $\hat{\beta}$ 的 Taylor 级数, 并取一次项, 则有

$$\hat{u}(\hat{\beta}) = \hat{u}(\hat{\beta}_0) + \sum_{j=1}^M \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{\beta}_j} (\hat{\beta}_j - \hat{\beta}_{j0}). \quad (3)$$

由(2)和(3)式及 $\frac{\partial Q}{\partial \hat{\beta}} = 0$ 可得

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}_0 + \Delta. \quad (4)$$

其中 M 为参数总数。

$$\Delta = (D^T W_\epsilon^{-1} D)^{-1} D^T W_\epsilon^{-1} (u_m - \hat{u})$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{\beta}_1} & \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{\beta}_2} & \dots & \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{\beta}_M} \end{bmatrix}$$

$\hat{\beta}_0$ 为所取的预估参数的初值, 利用(4)式迭代计算 $\hat{\beta}$, 直到 Δ 足够小。

另外, $\hat{\beta}$ 的可靠性采用无量纲偏差系数 ρ_i 估计

$$\rho_i = \frac{\sigma_{\hat{\beta}_i}}{\hat{\beta}_i}. \quad (5)$$

式中 $\sigma_{\hat{\beta}_i}$ 是第 i 个参数的标准差。若 ρ_i 足够小, 说明所估算的 $\hat{\beta}_i$ 有足够高的精度, 否则该参数受测量误差影响很大, 精度差。受测量误差影响大的参数, 可设为零, 重复上述计算, 直到求出具有足够精度的模型参数。

3 考虑不利载荷的情况

上述过程是根据实验测量值兼顾测量误差来估计模型参数, 对于有些可用常规有限元法建模的结构, 为减少计算工作量, 也可采用本文中的方法来简化模型。仍以接头模型为例, 只需将位移测量值改为用详细的有限元模型计算所得的值, 误差值 ϵ 可根据经验设定或取零值, 然后识别出模型参数。此外, 还可用以下方法进一步检验新建模型的精确性。

由于模型参数是在某一种或几种特殊的载荷条件下定出的, 为验证它在其它受载方式下同样具有足够的精度, 可考虑不利载荷的情况。设由两种不同模型算得的应变能差值为

$$U_A - U_B = \boldsymbol{q}^T (\boldsymbol{\delta}_A - \boldsymbol{\delta}_B) \boldsymbol{q} .$$

(6)

其中 U_A 和 U_B 分别为简化模型和有限元详细模型对应的应变能; $\boldsymbol{q}$ 为广义载荷向量; $\boldsymbol{\delta}_A, \boldsymbol{\delta}_B$ 为两种模型的柔度矩阵

(6) 式中的载荷向量是两个模型柔度矩阵之差的特征向量, 当应变能差值取最大值时, 设相应的特征值为 $\lambda_{\max}$, 它满足特征方程

$$[(\boldsymbol{\delta}_A - \boldsymbol{\delta}_B) - \lambda_{\max} \boldsymbol{I}] \boldsymbol{f} = \boldsymbol{0} .$$

(7)

其中 $\boldsymbol{f}$ 为相应于 $\lambda_{\max}$ 的特征向量, 即为不利载荷; $\boldsymbol{I}$ 为单位阵。

计算不利载荷作用下的应变能与有限元详细模型下所得的应变能之比, 可验证简化模型的准确性, 比值越接近1, 模型精度越高。

4 算 例

图3所示为一 T 形接头, 它由水平的纵梁和垂直的立柱组成, 纵梁两端固定。接头材料及截面性质见表1, 取纵梁长度480mm, 立柱1300mm 为研究对象, 因纵梁左右部分刚性相连, 故仅考虑立柱与纵梁间的柔性, 所建接头模型只有一个接头单元组成。建立立柱与纵梁的局部坐标系 $X_i Y_i Z_i$ 及 $X_j Y_j Z_j$, 原点位于各自的参考点 O_i 和 O_j , X 轴与它们的剪切轴一致, $X_i Y_i$ 和 $X_j Y_j$ 两坐标平面平行, 立柱与纵梁的剪切轴间距为32mm。在立柱的剪切轴附近, 沿 $X_i = 280\text{mm}$ 到 $X_i = 1280\text{mm}$ 间均布11个测点。在 $X_i = 1280\text{mm}$ 处分别加 Y_i 和 Z_i 向的力和绕 X_i, Y_i, Z_i 的力矩。力及力矩的大小分别为 $F = 1960\text{N}, M = 24.5\text{N} \cdot \text{m}$, 测出相应于各载荷的 Y_i 和 Z_i 方向的位移及绕3个局部坐标轴的转角, 测量值总数为275个, 设测量值 μ_m 的偏差系数为1%, 利用(2)式及(4)式, 求出10个模型参数, 同时, 由(5)式可计算出所得参数的误差, 结果列于表2。

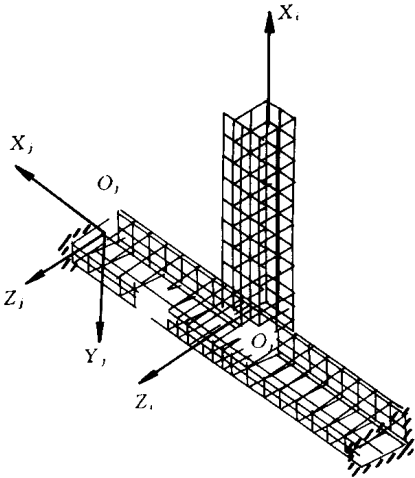


图3 接头有限元模型

表1 截面性质

	立 柱	纵 梁
A	7.252×10^2	6.405×10^2
I_Y	0.488×10^6	1.496×10^6
I_Z	3.136×10^6	1.700×10^6
I_{YZ}	-0.334×10^6	0.625×10^6
J	0.764×10^6	0.790×10^6

注: A —横截面积(mm^2)

I_Y —对 y 轴的转动惯量(mm^4)

I_Z —对 z 轴的转动惯量(mm^4)

I_{YZ} — yz 平面内的惯性积(mm^4)

J —对剪切中心的惯性矩(mm^4)

材料的拉压弹性模量 $E = 2.07 \times 10^5 (\text{N}/\text{mm}^2)$

材料的剪切弹性模量 $G = 7.95 \times 10^4 (\text{N}/\text{mm}^2)$ 。

表2 参数估计值及误差

	估计值	偏差系数 (%)
$k_1 (\text{N} \cdot \text{mm} / \text{rad})$	9.235×10^8	0.60
$k_2 (\text{N} \cdot \text{mm} / \text{rad})$	2.564×10^7	0.22
$k_3 (\text{N} \cdot \text{mm} / \text{rad})$	5.664×10^7	0.39
$\theta_{1x_i} (\text{deg})$	82.99	0.04
$\theta_{1y_i} (\text{deg})$	86.03	0.01
$\theta_{2x_i} (\text{deg})$	105.40	0.06
$y_1 (\text{mm})$	136.18	0.32
$z_1 (\text{mm})$	50.93	0.54
$x_2 (\text{mm})$	92.62	0.75
$x_3 (\text{mm})$	145.24	0.85

表 3 列出了该接头由(7) 式算出的不利载荷和相应的位移, 以及接头模型和有限元详细模型在不利载荷作用下的应变能比值。

表 3 不利载荷及相应的位移

不利 载荷	F_X - 0.6474	F_Y 0.1036	F_Z 0.7551	M_X 0.0002	M_Y - 0.0010	M_Z 0.0001
位 移	u_x	u_y	u_z	θ_x	θ_y	θ_z
有限元模型	- 4.89×10^{-4}	2.15×10^{-3}	4.66×10^{-2}	6.75×10^{-6}	- 4.11×10^{-5}	1.95×10^{-6}
接头模型	- 0.76×10^{-4}	2.07×10^{-3}	4.61×10^{-2}	6.23×10^{-6}	- 4.04×10^{-5}	1.90×10^{-6}
应变能比值	98.21%					
$\lambda_{\max}$	6.38×10^{-4}					

由以上误差值及应变能比值可见, 模型精度很高。

6 结 语

通过空间任意复杂接头的模型建立, 为无法直接用有限元法建模的情况提供了一个把实验结果与数据处理相结合的建模方法, 该方法也适用于有限元模型的简化。通过一个接头算例, 证明本文中提出的接头模型简单且具有相当高的精度。

参 考 文 献

1 许尚贤. 机械设计中的有限元法. 高等教育出版社,
2 Chang D C. Effects of Flexible Connections on Body Structural Response, SAE Transactions, 1974, 83: 233~244
3 Rao M K, Zebrowski M P, Crabb H C. Automotive Body Joint Analysis for Improved Vehicle Response, Proceedings of International Symposium on automotive Technology and Automation, 1983, 2: 953~973
4 陈铁云, 张惠元. 空间多支管接头的局部柔性分析. 上海交通大学学报, 1995, 29
5 项可风等. 试验设计与数据分析. 上海科学技术出版社,
6 方开泰等. 实用回归分析. 科学出版社,

Modeling Method for Complex Space Joint

Qian Yi

(Dept. of Mech. Eng., Wuxi University of Light Industry, Wuxi, 214036)

Abstract A modeling method is reported in this paper. Both theoretical analysis and experimental results were used to explore the model and the nonlinear regression was applied to the estimation of paramenters of the model. The example of complex space joint illustrate that the method is accurate even under the worset load.

Key-words modeling method; parameter estimation; nonlinear regression; joint model