

按工作行程传动角最优设计 偏置曲柄滑块机构

吕庸厚

(无锡轻工大学机械工程系, 无锡 214036)

摘要 提出一种工作和空回行程分别按不同的许用传动角设计偏置曲柄滑块机构的方法, 它使 $K > 1$ 急回运动机构的 K 值有较大的增加, 扩大了这种机构的应用范围, 提供的方法和线图使机构的设计简捷、方便和实用, 文中还附有设计计算例。
关键词 偏置曲柄滑块机构; 急回运动机构; 传动角; 行程速度变化系数; 工作行程
中图分类号 TH112.1

0 引言

以前偏置曲柄滑块机构的设计都按曲柄转一圈时的最小传动角 μ_{Tmin} 不小于许用值为依据。有急回运动特征 $K > 1$ 的这种机构的工作行程为慢行程, 其 μ_{Tmin} 并不在工作行程内。显然, 空回行程的许用传动角应可较工作行程为小, 如今用工作和空回行程的传动角分别不小于它们各自的许用值作为设计依据, 不仅使其设计合理, 而且使容许的 K 值增大, 扩大这种机构的应用范围。

文献[1]曾按上述工作和空回行程的传动角分别不小于各自的许用传动角的方法设计曲柄摇杆机构并提出 $\psi = 0$ 的曲柄摇杆机构即为偏置曲柄滑块机构, 但后者的设计还有待进一步探讨。

1 $K > 1$ (工作行程为慢行程) 的偏置曲柄滑块机构的设计

已知滑块的冲程 $l_{C_1C_2}$ 和行程速度变化系数 K (亦即知极位夹角 θ) 设计偏置曲柄滑块机构的图解法与曲柄摇杆机构的相似, 如图1(a)所示。曲柄中心 A 可在以 C_1C_2 为弦, 圆周角为 θ 的劣弧 C_2E 中任选。 A 点的位置可用图中 $\angle C_2C_1A$ 的角度 δ 来表述。机构的尺寸用无量纲长度表示, 令构件长度 $\frac{l_{AB}}{l_{C_1C_2}} = a$, $\frac{l_{BC}}{l_{C_1C_2}} = b$, 偏置距 $\frac{l_{AD}}{l_{C_1C_2}} = e$ 。

在图1 $\triangle AC_1C_2$ 中, 由正弦定律

$$b - a = \frac{\sin \delta}{\sin \theta}$$

$$b + a = \frac{\sin(\delta + \theta)}{\sin \theta}$$

于是
$$a = \frac{\sin(\delta + \theta) - \sin \delta}{2 \sin \theta} \quad (1)$$

$$b = \frac{\sin(\delta + \theta) + \sin \delta}{2 \sin \theta} \quad (2)$$

在图1(a)中,工作行程为慢行程时,B点从B₁经B₁₈₀到B₂,空回行程具有急回运动特征。B在不同位置时机构的 $\cos \gamma$ 与它到C₁C₂连线的垂直距离 y 成正比, $\cos \gamma = \frac{y}{b}$, 此处 y 也是无量纲长度。B点到C₁C₂的距离愈小, $\cos \gamma$ 愈小, γ 愈大, 故在图1(a)中

$$\gamma_2 < \gamma_1 < \gamma_{180}$$

且因 γ_2, γ_1 和 γ_{180} 均不大于 90° ; 故 $\gamma_2 = \mu_2, \gamma_1 = \mu_1, \gamma_{180} = \mu_{180}$

$$\mu_2 < \mu_1 < \mu_{180}$$

工作行程的最小传动角 $\mu_{\min}$ 为 μ_2 。

但在图1(b)中, δ 较小时, $\gamma_{180} = e - \alpha$ 为负值, $\cos \gamma_{180}$ 亦为负值, $\gamma_{180} > 90^\circ; \mu_{180} = 180 - \gamma_{180}$, 它便可能小于 μ_2 。综上所述工作行程的 $\mu_{\min}$ 应是 μ_2 和 μ_{180} 中较小者。

由图1知
$$\gamma_1 = 90^\circ - \delta \quad (3)$$

$$\gamma_2 = \gamma_1 - \theta$$

故
$$\gamma_2 = 90^\circ - \delta - \theta \quad (4)$$

$$\cos \gamma_{180} = \frac{e - a}{b}$$

而
$$e = (a + b) \sin \delta \quad (5)$$

将它和式(1)、(2)代入上式,得

$$\cos \gamma_{180} = \frac{2 \sin(\delta + \theta) \sin \delta - \sin(\delta + \theta) + \sin \delta}{\sin(\delta + \theta) + \sin \delta} \quad (6)$$

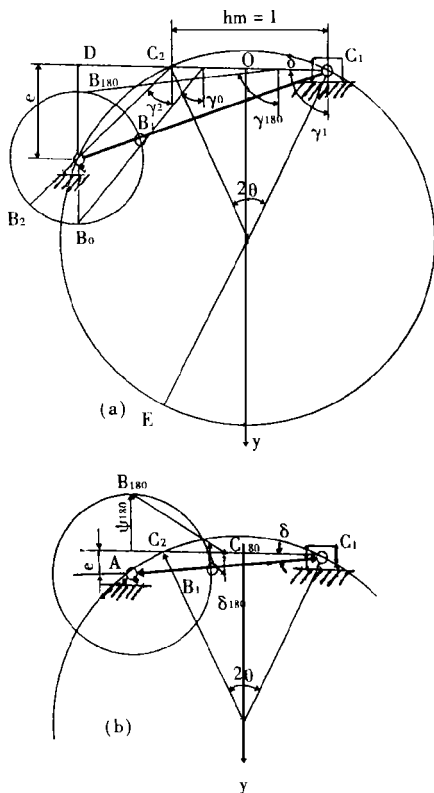
θ 一定时, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_{180}$ 都是 δ 的函数, 它们的 γ_1, γ_2 和 $\gamma_{180} - \delta$ 曲线画在图2中(此图按 $\theta = 20^\circ$ 所得数据画成)。由图2显而易见, $\mu_2 - \delta$ 和 $\mu_{180} - \delta$ 两曲线交点处的 μ 是工作行程 $\mu_{\min}$ 的最大值, 相应的 δ 为 δ_m 。在该交点

$$\cos \mu_{180} = \cos \mu_2$$

$$- \cos \gamma_{180} = \cos \gamma_2$$

将式(6)和(4)代入上式经整理后得

$$\sin(\delta + \theta) = \frac{1 - 3 \cos \delta_m \pm \sqrt{(1 - 3 \cos \delta_m)^2 - 4 \sin \delta_m}}{2} \quad (7)$$



(a) 一般情况 (b) δ 较小情况

图1 偏置曲柄滑块机构设计图解

给一个 δ_m 便很易求得相应的 θ 。在图3中, 将式(7) 画成实线所示的 $\delta_m - \theta$ 曲线, 则已知 $\theta = 20^\circ$; 设计 $K > 1$ 偏置曲柄滑块机构, 便可由图3 的 $\delta_m - \theta$ 曲线很容易确定 $\delta_m = 6.1^\circ$ 。它是设计机构在工作行程 μ_{min} 为最大的方案。其 $(\mu_{min})_{max}$ 可由式(4) $\mu_2 = \gamma_2 = 90 - \delta - \theta = 63.9^\circ$ 。同时由此式知 μ_2 为定值时的 $\delta - \theta$ 曲线为一组互相平行的斜直线, 它们即图3 实线所示 μ_2 分别等于 $80^\circ, 70^\circ, \dots, 10^\circ$ 的等值线。由图2 知, $\delta \geq \delta_m$ 时, $\mu_2 = \mu_{min}$, 故上述等值线即 $K > 1$ 工作行程的 μ_{min} 等值线。 $\theta = 20^\circ, \delta_m = 6.1^\circ$ 的点在图3 中 $\mu_{min} = 60^\circ$ 和 70° 两条实线间, 插值得得 63.9° 。

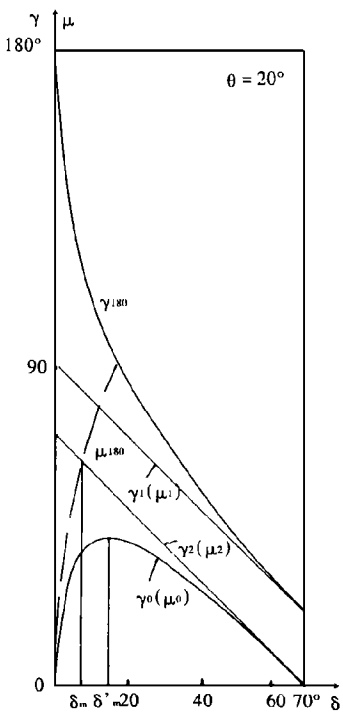


图2 $\mu - \delta$ 曲线 ($\theta = 20^\circ$)

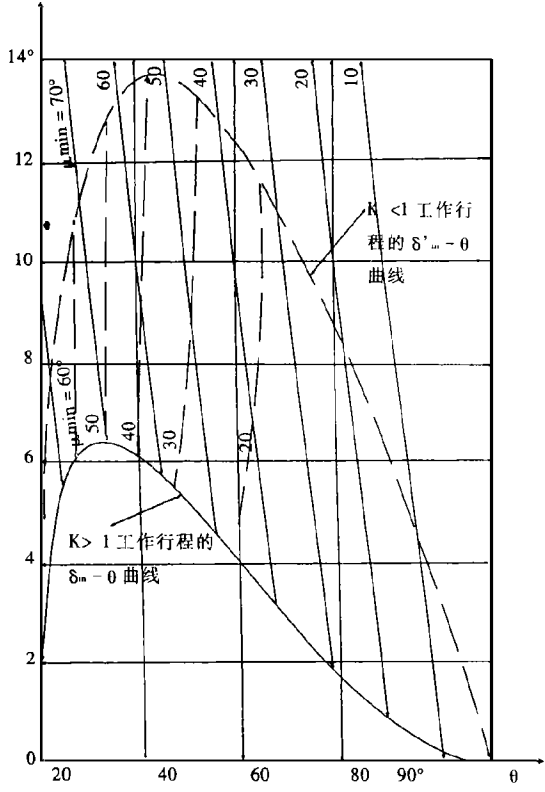


图3 偏置曲柄滑块机构设计

μ_{min} 的等值线用于 $K > 1$ 的工作行程;
 μ_{min} 的等值线用于 $K > 1$ 的空回行程和 $K < 1$ 的工作行程

由图1知, $K > 1$ 的机构空回行程时, B 点由 B_2 经 B_0 到 B_1 , 由 $\cos \gamma = \frac{\gamma}{b}$, B 在 B_0 时, γ_0 即 μ_0 且为最小, 故空回行程的最小传动角 $\mu'_{min} = \mu_0$ 。由图 1(a)

$$\cos \gamma_0 = \frac{e + a}{b}$$

同样将式(5)、(1) 和(2) 代入得

$$\cos \mu_0 = \frac{2\sin(\delta + \theta)\sin\delta + \sin(\delta + \theta) - \sin\delta}{\sin(\delta + \theta) + \sin\delta} \tag{8}$$

将 $\theta = 20^\circ, \delta = 6.1^\circ$ 代入式(8) 可算得 $\mu'_{min} = 38.549^\circ$ 。

将式(8)改写成

$$\sin(\delta + \theta) = \frac{(1 + \cos\mu_0) \sin\delta}{1 + 2\sin\delta - \cos\mu_0}$$

当 $\mu'_{\min}$ 为定值时, 用 $\mu'_{\min} = \mu_0$ 代入上式, 则每给出一个 δ , 便可求得相应的 θ . 按此在图3中画出虚线所示 $\mu'_{\min}$ 分别等于 $60^\circ, 50^\circ, \dots, 20^\circ$ 的 $\delta - \theta$ 曲线. $\theta = 20^\circ$ 和 $\delta = 6.1^\circ$ 的点在图3 $\mu'_{\min} = 30^\circ$ 和 40° 两条等值虚线间, 插值得得 $\mu'_{\min} = 38.5^\circ$.

2 $K < 1$ (工作行程为快行程) 的偏置曲柄滑块机构的设计

在图1(a)中, 如工作行程为快行程, B点仍由 B_2 经 B_0 到 B_1 , 与 $K > 1$ 的空回行程相同. 故 $K > 1$ 空回行程的最小传动角 $\mu'_{\min}$ 即 $K < 1$ 工作行程的最小传动角. 由图1知, 不管 δ 为何值, μ_0 小于 μ_2 , 且总不会大于 μ_{180} , 故 μ_0 为曲柄转一圈时的最小传动角 $\mu_{T\min}$.

已知 δ 和 θ , $K < 1$ 工作行程的 μ_0 (即其 $\mu_{\min}$) 除可用式(8)计算外, 还因与 $K > 1$ 的空回行程一样, 也可用图3中 $\mu'_{\min}$ 的等值线来求.

将式(8)进一步简化成

$$\cos\mu_0 = \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2} - \cos^2(\delta + \frac{\theta}{2}) + \cos(\delta + \frac{\theta}{2}) \sin \frac{\theta}{2}}{\sin(\delta + \frac{\theta}{2}) \cos \frac{\theta}{2}} \quad (9)$$

给定 θ 后, μ_0 是 δ 的函数. 图2中的 $\mu_0 - \delta$ 曲线便是由 $\theta = 20^\circ$ 而得. 由图中该曲线知 $\delta = 0^\circ$ 和 $\delta = 90^\circ - \theta$ 时, μ_0 都为零, 其间必有一个最优的 δ'_m 可使 μ_0 为最大. 为此将式(9)对 δ 求导得

$$\frac{d(\cos\mu_0)}{d\delta} = \frac{\cos(\delta + \frac{\theta}{2})[1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} - \cos^2(\delta + \frac{\theta}{2})] - \sin \frac{\theta}{2}}{\sin^2(\delta + \frac{\theta}{2}) \cos \frac{\theta}{2}}$$

令 $\frac{d(\cos\mu_0)}{d\delta} = 0$, 经整理后得

$$[\cos(\delta + \frac{\theta}{2}) - \sin \frac{\theta}{2}][\cos^2(\delta + \frac{\theta}{2}) + \sin \frac{\theta}{2} \cos(\delta + \frac{\theta}{2}) - 1] = 0 \quad (10)$$

由第1因式得 $\delta + \theta = 90^\circ$. 由图1知, 它为A在E点的情况, 此时 $\mu_0 = 0$ 为极小值. 由此知, 符合第2因式的 δ 和 θ 为 μ_0 的极大值. 由第2因式得

$$\cos(\delta + \frac{\theta}{2}) = \frac{-\sin \frac{\theta}{2} + \sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2} + 4}}{2} \quad (11)$$

给定 θ , 由式(11)可求得 μ_0 为极大值的 δ (令它为 δ'_m). 在图3中, 用虚线画出式(11)的 $\delta'_m - \theta$ 曲线.

如 $\theta = 20^\circ$; 由图3中虚线所示的 $\delta'_m - \theta$ 曲线得 $\delta'_m = 13.5^\circ$; $\theta = 20^\circ$ 和 $\delta'_m = 13.5^\circ$ 的点在图中 $\mu'_{\min} = 40^\circ$ 和 50° 两虚线间, 插值得 $\mu'_{\min} = 43^\circ$; 它即 $K < 1$ 的 $\mu_{\min}$, 为 $\mu_{\min}$ 最大的最优方案.

3 设计举例

已知 $\theta = 30^\circ$; 工作行程的 $[\mu] = 45^\circ$; 空回行程的 $[\mu'] = 30^\circ$; 冲程 $l_{C_1C_2} = 100 \text{ mm}$, 设计 $K > 1$ (工作行程为慢行程) 的偏置曲柄滑块机构。

1) 由图 3 实线所示 $\delta_m - \theta$ 曲线, 按 $\theta = 30^\circ$, 查得 $\delta_m = 5.1^\circ$
 2) 若取 $\delta = \delta_m = 5.1^\circ$ 和 $\theta = 30^\circ$; 由该点在图 3 实线所示的 $\mu_{\min}$ 等值线中的位置, 确定 $\mu_{\min} = 55^\circ > [\mu]$ 。

3) 验算 $\delta = 5.1^\circ, \theta = 30^\circ, K > 1$ 空回行程的 $\mu'_{\min}$, 在图 3 虚线所示 $\mu'_{\min}$ 等值线中查得 $\mu'_{\min} = 28^\circ$; 它小于 $[\mu']$ 。由图 2 的 $\mu_0 - \delta$ 曲线知, 若取 $\delta > \delta_m$, 可增大 $\mu'_{\min}$, 但此时 $\mu_{\min}$ 将沿 $\mu_2 - \delta$ 曲线减小。注意改变 δ 值时, δ 的选取要满足 $\delta'_m \geq \delta \geq \delta_m$, 若 $\delta > \delta'_m$ 或 $\delta < \delta_m$ 都会使 $\mu_{\min}$ 和 $\mu'_{\min}$ 同时减小。

4) 按上述办法, 在图 3 中, $\theta = 30^\circ$ 的直线上, 向上增大 δ , 直到 $\theta = 30^\circ$ 的直线和 $\mu'_{\min} = 30^\circ$ 的虚线的交点, 它的 $\delta = 7^\circ, \mu'_{\min} = 30^\circ$; 满足了 $\mu'_{\min} \geq [\mu']$ 的条件。同时 $\theta = 30^\circ, \delta = 7^\circ$ 的点在图 3 实线所示的 $\mu_{\min}$ 等值线中, 处于 $\mu_{\min} = 50^\circ$ 和 60° 之间, 插值得 $\mu_{\min} = 53^\circ > [\mu]$ 。它是满足空回行程的 $\mu'_{\min} \geq [\mu']$, 工作行程的 $\mu_{\min}$ 为最大的最优方案。如 $\theta = 30^\circ$ 的直线和 $\mu'_{\min} = 30^\circ$ 的等值虚线没有交点, 则本题将无解。

5) 计算机机构的杆长和偏置距 按 $\theta = 30^\circ$ 和确定 $\delta = 7^\circ$;
 由式(1) 算得 $a = 0.479\ 945\ 679, \quad l_{AB} = 47.994\ 567\ 9 \text{ mm}$
 由式(2) 算得 $b = 0.723\ 684\ 366, \quad l_{BC} = 72.368\ 436\ 6 \text{ mm}$
 由式(3) 算得 $e = 0.146\ 685\ 603, \quad l_{AD} = 14.668\ 560\ 3 \text{ mm}$

本题由设计线图确定 $\delta, \mu_{\min}$ 和 $\mu'_{\min}$ 会有一定的误差, 但因 $[\mu]$ 和 $[\mu']$ 本来不是精度要求极高的值, δ 的误差会使实际的 θ 与给定的 θ 有偏差, 同样也因 K 值精度要求不高, 所以用线图来设计可满足工程实际的要求。

4 结 论

1) 对 $K > 1$ 有急回运动的偏置曲柄滑块机构, 其曲柄转一圈, 机构的最小传动角发生于空回行程, 为此对空回行程采用较工作行程为小的许用传动角不仅使设计合理, 而且增大机构的 θ 或 K 值, 使急回运动的优点得到进一步的发挥, 从而扩大机构的应用范围。

如像以前不分工作还是空回行程, 令 $[\mu] = 45^\circ$; 实际上就是令 $[\mu'] = 45^\circ$; 则在图 3 中, 虚线所示 $\delta'_m - \theta$ 曲线与一条 $\mu'_{\min} = 45^\circ$ (在 $\mu'_{\min}$ 等于 40° 和 50° 间的一条假想曲线) 的等值线的交点得 $\theta = 18^\circ; \delta = 13.4^\circ$; 这 θ 便是满足 $[\mu'] = 45^\circ$ 的最大极位角, 其相应的 $K_{\max} = 1.222$ 。

如令 $[\mu] = 45^\circ; [\mu'] = 30^\circ$; 则可在图 3 找至 $\mu'_{\min} = 30^\circ$ 和 $\mu_{\min} = 45^\circ$ 的假想曲线的交点, 得 $\theta = 33^\circ; \delta = 12^\circ$; 相应的 $K_{\max} = 1.449$ 。这时的 θ 为 $\theta_{\max}$, 它为 $\theta = 18^\circ$ 的 1.833 倍。

如令 $[\mu] = 45^\circ; [\mu']$ 再小一些, 采用 $[\mu'] = 25^\circ$; 则在图 3 中查得 $\theta_{\max} = 37.5^\circ$; 相应的 $K_{\max} = 1.526$ 。这时的 $\theta_{\max}$ 是 18 的 2 倍多。这两例都是 $\mu_{\min} \geq [\mu]$, $\mu_{\min}$ 为最大的最优方案。

2) 设计中的主要参数 δ, θ 与工作行程的 $\mu_{\min}$ 和空回行程 $\mu'_{\min}$ 间的关系在图3的设计线图中一目了然。用线图设计避免了超越方程的求解和优化方法的计算, 使设计简捷方便, 而且满足工程实际的要求, 在实际应用上也是可行的。

参 考 文 献

- 1 Lun Ming, Leu Yonghou. Design of Crank-rocker Mechanisms with Optimum Transmission Angle over Working Stroke. Mech Mach Theory, 1996, 31(4): 501 ~ 511

Design of Offset Slider-Crank Mechanism with Optimum Transmission Angle over Working Stroke

Lu Yonghou

(Dept. of Mech. Eng., Wuxi University of Light Industry, Wuxi, 214036)

Abstract A method in which allowable transmission angles of working and return stroke are different from each other used to design offset slider-crank mechanism is presented. The significant results are that the time ratio of quick-return mechanism is increased and its feasible range is enlarged. The approach and chart render the design simple, easy and practicable. Illustrating examples are given in this paper.

Key words offset slider-crank mechanism; quick-return mechanism; transmission angle; time ratio; Working stroke

(责任编辑: 陈 娇)