

文章编号 :1009-038X(2001)02-0181-05

# 数控刻楦机加工的刀位计算

王 希 , 罗晓晖 , 石道渝 , 罗达立 , 钱家渝 , 钟先信  
(重庆大学光电工程学院 ,重庆 400044)

摘 要 :使用三维离散法造型技术描述鞋楦外轮廓表面 ,介绍了数控刻楦机的加工原理 ,对加工过程中的刀位点确定进行了详细的算法分析 .从空间解析几何的角度出发 ,为刻楦机建立了空间坐标系 ,推导出铣刀旋转包络面的空间方程 .根据鞋楦加工特征提出最小距离法 ,并将其应用到鞋楦刀位点的计算中 ,最终加工出来的鞋楦精度和光洁度均达到常规制楦要求 .

关键词 :鞋楦 ;三维造型 ;数控加工 ;最小距离法

中图分类号 :TH164 ;TP391.73

文献标识码 :A

## Calculation on the Milling Cutter Machining Position of Numerical Controlled Last Carving Machine

WANG Xi , LUO Xiao-hui , SHI Dao-yu , LUO Da-li , QIAN Jia-yu , ZHONG Xian-xin  
( Photoelectric Engineering College , Chongqing University , Chongqing 400044 , China )

**Abstract :** On the basis of applying three-dimensional discrete formative technology to describing last surface , working principle of numerical controlled last carving machine was briefly introduced. Then the algorithm of ascertaining milling cutter machining position during the machining process was analyzed in details. A three-dimensional reference frame was established with the help of spatial analytic geometry and obtain the spatial equation of milling cutter rotary surface was obtained. According to last machining character , a new machining algorithm that is named Minimal Distance Method was used and is also used to calculate the milling cutter machining position. Finally , the glabrous degree of last made by us has reached the conventional demand.

**Key words :** last ; three-dimensional model ; numerical controlled machining ; Minimal Distance Method

鞋楦是制鞋过程中不可取代的重要模具 ,皮鞋的款式和品种的变化直接依赖于鞋楦的造型设计 .在传统制鞋业中 ,母楦是刻楦工按鞋楦的几个特征值或楦样经手工反复修改制作而成 ,不但制造周期长 ,而且精度差 ,质量也不稳定 .为了适应鞋业市场的激烈竞争并赶超世界制鞋先进水平 ,必须将计算机辅助设计及制造技术( CAD/CAM )应用于制鞋

业 .数控刻楦机是专用于鞋楦的自动加工设备 ,也是鞋楦 CAD/CAM 系统的最终输出设备 ,它包括支持加工的硬件设备和控制加工的软件 .按照一定的三维数控加工算法对鞋楦 CAD 所获取的数据进行处理 ,可获得数控加工数据 ,利用该数据即可控制刻楦机进行鞋楦自动数控加工 .作者从鞋楦的独特三维造型入手 ,并以数控刻楦机的加工原理为基

收稿日期 2000-04-11 ;修订日期 2000-11-16.

作者简介 :王 希( 1975- ) ,男 ,四川自贡人 ,精密仪器及机械专业博士研究生 .

万方数据

础,对鞋楦三维数控加工算法进行设计.

1 鞋楦的三维造型

鞋楦是一个由复杂的不规则的异形曲线和曲面所组成的自由型闭合曲面体,其外形轮廓不能由初等解析曲面构成,也不能用简单的机械三视图来描述,只能采用离散法造型技术来近似描述鞋楦的外轮廓面.所谓离散法造型,对自由曲面体而言,就是用满足一定精度要求的离散的小平面片来近似表达整个曲面体.对于鞋楦,离散精度与鞋楦表面数据的离散程度有关.

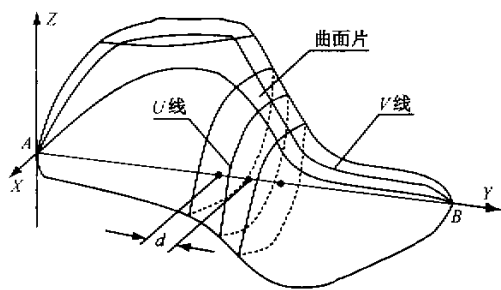


图 1 鞋楦离散造型图  
Fig.1 Last discrete formative chart

如图 1 所示,以鞋楦体的前后两个端点 A 和 B 的连线为轴线,建立以 A 为坐标原点的右手坐标系.则 AB 的长度为鞋楦全长,设  $AB = L$ . 然后可以用一个和轴线 AB 垂直的平面以  $d$  为间距由 A 至 B 顺序切割楦体,得到一系列与鞋楦外轮廓表面相交的闭合曲线,称其为 U 线,并依次设为  $U_0, U_1, U_2, \dots, U_{n-1}$ , 其中  $n$  表示截面数,且有  $n = \left[ \frac{L}{d} \right] + 1$ ,  $[\ ]$  表示取整. 由于一般情况下  $L$  都不可能整除  $d$ , 所以切割完以后必定存在一个小于  $d$  的余量, 设其为  $\delta$ , 则  $\delta = L - (n - 1)d$ .

再用一以 AB 为轴线的半平面,从过 Y 轴正向半平面位置开始以间隔角度  $\beta$  逆时针顺序切割楦体表面,从而又得到一系列与鞋楦表面相交的以 A、B 为端点的曲线段,称其为 V 线,并依次设为  $V_0, V_1, V_2, \dots, V_{m-1}$ ,  $m$  为总线段数,它与  $\beta$  的关系为:  $m = \frac{360}{\beta}$ .

这样,鞋楦轮廓表面即可看作由 U 线和 V 线相交所形成的网格状的小曲面片所组成. 由于在计算中采用极坐标非常简便,可以使许多复杂问题简化,所以可利用它们每个交点的极坐标来描述整个鞋楦三维轮廓数据.任意一个交点的极半径为  $r_{ij}$ ,  $i =$

$0, 1, 2, \dots, m-1$  代表 U 线序号,  $j = 0, 1, 2, \dots, m-1$  代表 V 线序号. 只要选取能准确逼近鞋楦表面的离散精度,即确定合适的  $d$  和  $\beta$ , 整个楦体表面就可以用这共计  $nm$  个点的极坐标来近似描述.

因此,描述鞋楦轮廓的离散数据特征如下:鞋楦按恒定间距  $d$  沿中心轴共分为  $n$  圈,每圈  $m$  个数据点,数据采用极坐标形式,沿逆时针方向每转动  $360/m$  度获得一个点的极半径,所有数据由鞋楦头部至尾部连续存储到一个数据文件中.

2 数控刻楦机加工原理

数控刻楦机,顾名思义,就是利用数字控制进行鞋楦加工的机器,它是鞋楦 CAD/CAM 的最终输出设备,可以说是整个系统中最关键的一环,它的工作可靠性和加工精度直接影响到所加工鞋楦的外形和尺寸.如前所述,数控刻楦机在加工程序的控制下调用鞋楦 CAD 生成的加工数据文件实现鞋楦自动加工.

如图 2 所示,数控刻楦机主机采用两坐标联动加工方式,待加工的毛坯楦沿纵向固定在 C 轴上并可在 C 轴步进电机的驱动下以 C 轴为中心旋转,同时通过同步齿轮,齿形皮带和丝杆带动 Y 轴滑动工作台沿 Y 方向左右移动.通过 X 轴步进电机和丝杆,位于 Y 轴滑动工作台上方的 X 轴滑动工作台可沿 X 方向前后平移,固定在 X 轴滑动工作台上的高速防爆电机通过平皮带驱动刻刀高速旋转.因此,在 X 轴和 Y 轴两个滑动工作台的帮助下高速旋转的刀碗可以在 X-Y 平面上自由运动,通过控制刻刀刀盘中心与 C 轴中心的距离即可按照测量获得的鞋楦轮廓数据对毛坯楦每个截面外轮廓进行加工,切割掉多余的材料即可获得所需的鞋楦.此外,由于加工工艺要求,铣刀刀盘逆时针旋转一个角度  $\theta$ .

3 鞋楦三维数控加工算法的设计

数控刻楦机工作原理决定了鞋楦三维数控加工算法的设计从本质上来说就是要获取加工过程中毛坯楦每转动  $360/m$  度铣刀在楦面上接触到的点,称之为加工点,而在接触加工点时铣刀刀盘中心相对于 C 轴所处的位置被称为刀位点.当前刀位点和前一个刀位点的距离差即可换算为最终想得到的进刀量或退刀量, X 轴步进电机接收到这个值后即带动铣刀沿 X 轴进行相应距离的进退,同时完

成对毛坯楦的切削加工. 鞋楦的总刀位点数就是总离散点数, 即  $nm$  个. 每个刀位点的选择都不能有错, 否则就会或者切掉有用材料, 或者保留多余的材料, 从而造成加工后的鞋楦形状与原始测量数据不一致. 由于在加工过程中毛坯楦的转动以及铣刀的横向平移使得铣刀旋转包络面和鞋楦外轮廓面的相对位置不断改变, 因此铣刀可能加工到的鞋楦离散数据点也在随刀位点的序号而改变, 获取某个刀位点就是要从该刀位点对应的可能加工到的离散数据点中通过计算挑选一个点作为加工点, 这个点是唯一的.

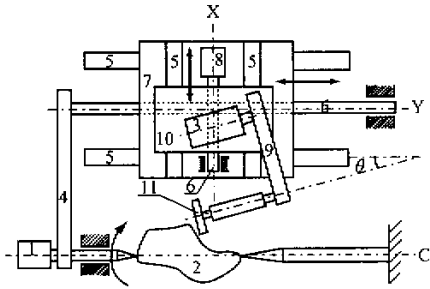


图 2 数控刻楦机工作原理图

Fig. 2 Working principle of numerical controlled last carving machine

3.1 铣刀的设计

如果把铣刀视为针状, 则刀尖的旋转轨迹为一个圆, 那么加工算法将会非常简单, 根据每个点的极坐标值可以非常精确地确定铣刀在加工该点时的中心位置. 该加工算法在参考文献 [1] 中已有详细分析, 但其致命缺点就在于它只是简单地理想化地把刻刀刀尖轨迹视为一个圆, 而在实际鞋楦加工时难以实现. 实际加工时, 由于木料或塑料都具有较高的硬度, 所以必须将铣刀设计为具有一定宽度并能在加工当前圈时就提前切削掉后面数圈的一部分材料, 从而减小吃刀深度, 延长铣刀和驱动电机的使用寿命.

综合以上理由, 如图 3, 在一个半径为  $40 \sim 50$  mm 的 Z 型刀体上嵌入两把常用机制刻楦铣刀组成加工刀具, 铣刀被设计成碗状, 铣刀刀碗直径 30 mm 左右, 刀盘以  $7\,000 \sim 8\,000$  r/min 的转速高速旋转, 它旋转起来以后将形成一个圆环状包络面. 因此, 刻楦加工算法将紧紧围绕这一特征而展开.

3.2 最小距离法的提出

利用一个铣刀旋转包络面的环状模型和一个已经加工成型的鞋楦进行接触加工模拟后发现, 不管包络面和楦体轮廓面是什么形状, 在加工过程中, 当楦体固定在某一位置时, 包络面和当前对应

的鞋楦轮廓面之间必定有且仅有一个接触点, 也就是说, 当旋转的铣刀沿 X 轴向楦体移动时, 最先接触的就是这个点, 而这个点也就是我们试图寻找的加工点. 之所以该点能够最先被接触, 是因为在铣刀包络面可能接触到的楦体表面区域中, 这个点沿 X 轴走刀方向投影到包络面上的距离(以下称水平投影距离)最短.

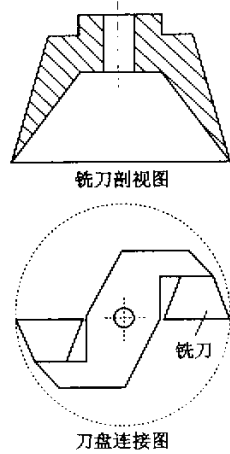


图 3 铣刀

Fig. 3 Milling cutter

因此, 可以得出以下结论: 在任一加工位置, 楦面上相对于铣刀旋转包络面具有最小水平投影距离的离散点就是当前的加工点. 这就是所谓的最小距离法.

3.3 最小距离法的应用

3.3.1 空间坐标系的建立

为了获得鞋楦离散数据点和包络面之间的水平投影距离, 必须从数学角度来进行计算.

通过图 3 中的刀盘可看出铣刀旋转包络面实际上是由一个圆旋转而成的圆环面. 于是首先建立一个如图 4 所示的空间坐标系  $OX'Y'Z'$ . 其中, 半径为  $a$  的圆围绕  $Y'$  轴旋转一周形成包络面, 旋转半径即圆心和刀盘中心的距离为  $b$ .

首先, 位于  $Y' - Z'$  平面内且圆心在  $Z'$  轴上的圆的方程可表示为:

$$y'^2 + (z' - b)^2 = a^2 \quad (1)$$

如将该圆绕  $Y'$  轴旋转一周, 则在上式中保留  $y'$ , 而且把  $z'$  转换为  $\pm\sqrt{x'^2 + z'^2}$  后重新代入(1)式即可得铣刀旋转包络面方程如下:

$$y'^2 + (\pm\sqrt{x'^2 + z'^2} - b)^2 = a^2 \quad (2)$$

如前所述, 由于铣刀刀盘整体以  $z'$  轴为中心逆时针旋转了角度  $\theta$ , 所以包络面空间表达式还必须进行坐标旋转, 新坐标系为  $OXYZ$ ,  $Z$  轴其实和旋

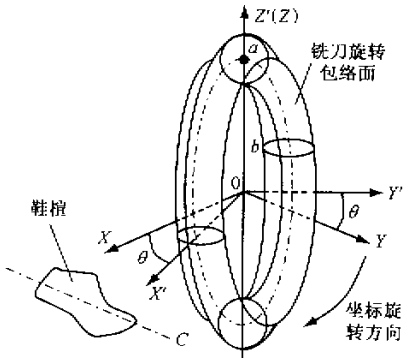


图 4 空间坐标系的建立

Fig.4 Establishment of spatial reference frame

转前的轴是相同的,坐标旋转公式如下:

$$\begin{aligned}x' &= x \cos \theta - y \sin \theta \\y' &= x \sin \theta + y \cos \theta \\z' &= z\end{aligned}\tag{3}$$

将其代入(2)式进行化简,最终得到一个有关  $x$ 、 $y$  和  $z$  的四次方程,可将其写作如下形式:

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E = 0\tag{4}$$

其中,系数  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  和  $E$  均与  $a$ 、 $b$ 、 $y$ 、 $z$  和  $\theta$  有关,但由于表达式较为繁杂,这里不便给出。当  $y$  和  $z$  都为常量时,从方程中求出的  $x$  就是对应的包络面上某一个或某几个点的坐标值,因为这相当于一根与  $X$  轴平行的直线和包络面求交,可能会有 0~4 个交点,显然 4 个交点出现的几率最大,此时直线穿过了包络面前后两部分;其次是 2 个交点,此时直线只穿过了包络面前半部分或后半部分;一个交点只可能当直线和包络面相切时才会出现。

如果有交点,我们只关心  $x$  值最大的那个点,因为只有这个点才可能在加工时接触鞋楦轮廓表面,才属于加工点计算范围。求出该交点后,水平投影距离也就迎刃而解了。

3.2.2 有效投影区域

按照最小距离法的原理,需要人为确定铣刀包络面在楦体轮廓表面上的有效投影区域,即铣刀在运动过程中可能加工到的最大区域,以后在计算中只针对该区域内的离散点,区域以外的点不再考虑。经过反复的模拟实验和仿真计算,作者首先设定轴方向上的加工临界角规定为  $-60^\circ \sim +60^\circ$ ,每圈包含  $p/3$  个点( $p$  为一圈数据的离散点数)。即如果鞋楦每圈数据有 360 个点,则需取出 120 个点作为计算点;在  $Y$  轴方向上,以铣刀刀碗中心为起点用若干垂直于  $Y$  轴且间距为  $d$  的平面沿  $Y$  正负两个方向依次切割位于  $X-Y$  平面上的碗口,共使用了  $2t+1$  个平面,规定这些平面的总

间距就是投影区域有效宽度。

因此,有效数据共有  $2t+1$  圈,每圈  $p/3$  个点,可认为刀位点一定存在于这总共  $(2t+1)p/3$  个计算点中。按照顺序逐圈逐点求出有效投影区域内数据点到铣刀包络面的水平投影距离并通过比较后即可把水平投影距离最小的那个点作为加工当前位置时的刀位点。

3.3.3 刀位点的确定

如图 5 所示,从计算范围内的鞋楦离散点中任

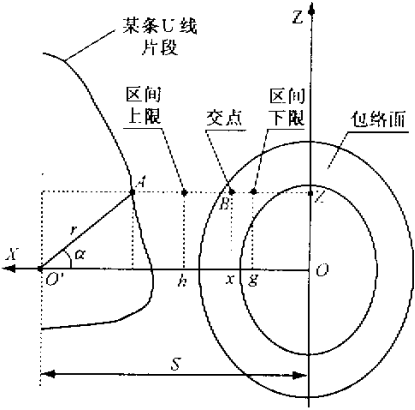


图 5 区间法

Fig.5 Method of extent

意选取一点  $A$ ,极坐标为  $(r, \alpha)$ ,则  $Z$  坐标  $z = r \sin \alpha$ ,假设其  $Y$  坐标  $y = sd$ ,  $-t \leq s \leq t$  且  $s$  已知,因此  $Y$  坐标和  $Z$  坐标均为已知常量,现在就相当于一垂直于  $Y-Z$  平面的直线和铣刀包络面求交,需要计算的就是第一个交点  $B$  的  $X$  坐标。由于无法直接对一元四次方程求精确解,只能采用区间无穷逼近法求出其近似解。首先令  $f(x) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ ,然后在  $X$  轴上确定一个区间上限  $h$ ,使其满足  $h > x_{\max}$ ,  $x_{\max}$  为包络面上所有点  $X$  坐标中的最大值,求出  $f(h)$ ,再以  $h$  为起点向  $X$  轴负向按照间隔  $v$  逐步求取  $f(h-v)$ ,  $f(h-2v)$ ,  $f(h-3v)$ , ..., 并比较它们与  $f(h)$  的符号,直到得到一个和  $f(h)$  异号的  $f(h-iv)$  为止。令  $g = h - iv$ ,获得了一个包含一个且仅有一个理论解  $x$  的区间  $(g, h)$ 。数学里有多种逼近法可解出区间中的近似解。由于并不了解该一元四次方程曲线,作者使用了最简单但也最为可靠的二分法,它的缺点是收敛速度较慢,迭代次数较多,但对于计算机这并不是一个大问题;优点是计算可靠性较高,无论方程具有何种曲线,都可以获得较精确的近似解。而牛顿切线法则有可能产生震荡,影响求解精度。

由于每次计算加工点时,鞋楦和铣刀包络面相对静止,则对于全部计算点来说鞋楦转动轴和  $Y$  轴

的间距  $S$  也相对不变.

从图5可看出,水平投影距离  $AB = S - (r \cos \alpha + x)$ . 因此,加工点即从具有最小值的点转变为具有最大  $r \cos \alpha + x$  值的点.

## 4 总 结

按照以上算法,作者设计出了一套完整的鞋楦

数控加工程序,并且将其在自行研制的数控刻楦机上进行了实验加工,结果表明整套系统具有较高的加工精度,加工光洁度已达到常规制楦的要求,实践证明了加工算法的可行性.此外,本加工方法同样适用于其它的各种三维实体.

## 参考文献:

- [1] 顾雪梅. 鞋楦加工过程计算机模拟分析[J]. 光学机械, 1989 (4): 71-76.
- [2] 石道渝, 罗达立, 钱家渝等. 基于PC机的鞋楦数控刻楦机数控系统[J]. 计算机科学, 1997 (10): 114~116.
- [3] 王敏. 基于PC机的开放式数控系统探讨[J]. 电子技术应用, 1996 (6): 31-34.
- [4] 李坤. 皮鞋鞋楦CAD/CAM技术研究[D]. 重庆: 重庆大学, 1998.
- [5] 唐荣锡. CAD/CAM技术[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994.
- [6] 复旦大学数学系. 曲线与曲面[M]. 北京: 科学出版社, 1982.
- [7] 南开大学数学系. 空间解析几何引论[M]. 北京: 人民教育出版社, 1984.

(责任编辑 朱明)