

文章编号 :1009-038X(2001)06-0647-02

调和平均数与算术平均数的讨论

张荷观

(江南大学 商学院 江苏 无锡 214036)

摘 要 :给出了应用调和平均数与算术平均数的简单规则.

关键词 :调和平均数 ;算术平均数 ;简单规则

中图分类号 :O 213

文献标识码 :A

Discussion on Harmonic Mean and the Arithmetic Mean

ZHANG He-guan

(School of Business, Southern Yangtze University, Wuxi 214036, China)

Abstract : In this paper, a simple rule for the harmonic mean and the arithmetic mean was given.

Key words : harmonic mean ; arithmetic mean ; a simple rule

1 引 言

设 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 为 N 个标志值, 则

$$\bar{X}_H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}}, \quad \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (1)$$

分别称为调和平均数与算术平均数, 是社会经济统计中常用的两个平均数. 在统计学教材中, 常把调和平均数作为算术平均数的变形^[1~4]. 但实际上, 调和平均数与算术平均数各有其适用的条件.

例 1 某人在早晨用 1 元钱买了 1.5 kg 蔬菜, 到中午降价后用 1 元钱买了 2 kg 蔬菜, 晚上削价后又用 1 元钱买了 2.5 kg 蔬菜. 问早、中、晚 3 次购买蔬菜的平均价格是多少^[1]?

情况 I 蔬菜价格用元/kg 表示, 即

早晨 : 每千克 0.67 元, 中午 : 每千克 0.50 元, 晚上 : 每千克 0.40 元.

则 $\bar{X} = \frac{1}{3}(0.67 + 0.50 + 0.40) = 0.52$ 元/kg

$$\bar{X}_H = \frac{3}{\frac{1}{0.67} + \frac{1}{0.50} + \frac{1}{0.40}} = 0.50 \text{ 元/kg}$$

情况 II 蔬菜的价格用 kg/元表示, 即

早晨 : 1 元钱 1.5 kg, 中午 : 1 元钱 2.0 kg, 晚上 : 1 元钱 2.5 kg

则 $\bar{X} = \frac{1}{3}(1.5 + 2.0 + 2.5) = 2.0$ kg/元

$$\bar{X}_H = \frac{3}{\frac{1}{1.5} + \frac{1}{2.0} + \frac{1}{2.5}} = 1.91 \text{ kg/元}$$

由于 3 次购买蔬菜的支出总金额为 $1 + 1 + 1 = 3$ 元, 总购买量为 $1.5 + 2.0 + 2.5 = 6.0$ kg, 从而平均价格为

$$\frac{6.0}{3} = 2.0 \text{ kg/元} \quad \text{或} \quad \frac{3}{6.0} = 0.50 \text{ 元/kg}$$

所以在例 1 的条件下, 对情况 I 所给的价格, 平均价格应采用调和平均数, 而对情况 II 所给的价格, 平均价格则应采用算术平均值.

例 2 若某人在早晨用 1 元钱买了 1.5 kg 蔬菜,到中午降价后用 0.75 元钱买了 1.5 kg 蔬菜,晚上削价后又用 0.60 元钱买了 1.5 kg 蔬菜.问早、中、晚 3 次购买蔬菜的平均价格是多少?

解情况 I 蔬菜价格用元/kg 表示,即

早晨:每千克 0.67 元, 中午:每千克 0.50 元, 晚上:每千克 0.40 元

则 $\bar{X} = \frac{1}{3}(0.67 + 0.50 + 0.40) = 0.52$ 元/kg

$$\bar{X}_H = \frac{3}{\frac{1}{0.67} + \frac{1}{0.50} + \frac{1}{0.40}} = 0.50 \text{ 元/kg}$$

情况 II 蔬菜的价格用 kg/元表示,即

早晨:1 元钱 1.5 kg, 中午:1 元钱 2.0 kg, 晚上:1 元钱 2.5 kg

则 $\bar{X} = \frac{1}{3}(1.5 + 2.0 + 2.5) = 2.0$ kg/元

$$\bar{X}_H = \frac{3}{\frac{1}{1.5} + \frac{1}{2.0} + \frac{1}{2.5}} = 1.91 \text{ kg/元}$$

但因 3 次购买蔬菜的支出总金额为 $1 + 0.75 + 0.60 = 2.35$ 元,总购买量为 $1.5 + 1.5 + 1.5 = 4.5$ kg,从而平均价格为

$$\frac{4.5}{2.35} = 1.91 \text{ kg/元} \quad \text{或} \quad \frac{2.35}{4.5} = 0.52 \text{ 元/kg}$$

从而表明在例 2 的条件下,对情况 I 所给的价格,平均价格应按算术平均数计算,但对情况 II 所给的价格,则平均价格应按调和平均数计算.

2 一般规则

例 1 和例 2 说明有些情况应按算术平均数计算平均价格,而另一些情况又应按调和平均数计算平均价格.根据例 1 和例 2,可得如下规则:

1) 当金额固定,价格用元/kg 表示,或购买量固定,价格用 kg/元表示时,应按调和平均数计算平均价格.

2) 当金额固定,价格用 kg/元表示,或购买量固定,价格用元/kg 表示时,则应按算术平均数计算平均价格.

一般,若设支出总金额为 M ,总购买量为 C ,则平均价格为

$$\frac{M}{C} \quad \text{或} \quad \frac{C}{M} \quad (2)$$

用 m_i 和 c_i ($i = 1, 2, \dots, N$) 分别表示第 i 次购买时的金额和数量,则

$$M = \sum_{i=1}^N m_i \quad C = \sum_{i=1}^N c_i \quad (3)$$

万方数据

1) 设以 M/C 为价格,用 $X_i = m_i/c_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 表示第 i 次购物时的价格.则得平均价格

$$\frac{M}{C} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i}{\sum_{i=1}^N c_i} \quad (4)$$

(i) 若 $m_i = m$, $i = 1, 2, \dots, N$. 即各次购买时的金额固定,则按式 (4) 得平均价格为

$$\frac{M}{C} = \frac{Nm}{\sum_{i=1}^N \frac{m}{X_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} \quad (5)$$

(ii) 若 $c_i = c$, $i = 1, 2, \dots, N$. 即各次购买时的数量固定,则由式 (4) 得平均价格为

$$\frac{M}{C} = \frac{c \sum_{i=1}^N X_i}{Nc} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (6)$$

2) 设以 C/M 为价格,用 $X_i = c_i/m_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 表示第 i 次购物时的价格.则

$$\frac{C}{M} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (7)$$

(i) 若 $m_i = m$, $i = 1, 2, \dots, N$. 即各次购买时的金额相等,于是按式 (7) 得

$$\frac{C}{M} = \frac{m \sum_{i=1}^N X_i}{Nm} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (8)$$

(ii) 若 $c_i = c$, $i = 1, 2, \dots, N$. 也就是各次购买时的数量相等,于是按式 (7) 得

$$\frac{C}{M} = \frac{Nc}{\sum_{i=1}^N \frac{c}{X_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} \quad (9)$$

3 结 语

根据计算平均价格的一般规则,就可按不同情况选择合适的计算公式.

例 1 的情况 I 为金额固定,价格用元/kg 表示,应按式 (5) 计算平均价格.而情况 II 为金额固定,价格用 kg/元表示,所以应按式 (8) 计算平均价格.

例 2 的情况 I 属购买量固定,价格用元/kg 表示,于是应按式 (6) 计算平均价格.又因情况 II 属购买量固定,价格用 kg/元表示,从而应按式 (9) 计算平均价格.

然而,若各次购买时的金额与数量都不固定,则可按一般的式 (4) 或式 (7) 计算平均价格.

作者以平均价格为例讨论了调和平均数与算术平均数的适用规则.在计算平均速度时,存在与计算平均价格相似的情况,并且一般规则的确定也完全相似. (下转第 651 页)

对较小 ,确定放松量时考虑更多的是生理舒适量和造型放松量 ,晚礼服由于强调人体的曲线而使穿着者更显楚楚动人 ,它不需要过多的活动量 ,因此它的放松量更强调造型的需要 .确定服装放松量时除了必须考虑上述 3 种放松量外 ,还需要考虑面料的性质 .总之 ,它是技术性、经验性较强的工作 ,是较难掌握的技术 ,比较而言 ,合体装和紧身装的放松量的确定更难 .根据多年的实践经验 ,将常见的合体女装和紧身女装的放松量总结如下 ,见表 4 ,以供参考 .

表 4 常见合体女装和紧身女装的放松量

Tab.4 Tolerance for women 's fit and tight-fit garments

款式	部位				备注
	领围/ cm	胸围/ cm	腰围/ cm	臀围/ cm	
合体西服	1~2	8~10	5~7	6~8	
合体裙			0~2	3~4	
合体女裤			0~2	3~5	
合体连衣裙		6~8	3~5		臀围随款式而定
紧身吊带裙		1~2	2~3		臀围随款式而定

参考文献：

[1] 张文斌 . 服装工艺学(结构设计分册) [M]. 中国 纺织工业出版社 ,1990.

(责任编辑 :李春丽)

(上接第 648 页)

参考文献：

[1] 刘汉良主编 . 统计学教程(第二版) [M]. 上海 :上海财经大学出版社 ,1997.
[2] 李洁明 ,祁新娥 . 统计学原理(第二版) [M]. 上海 :复旦大学出版社 ,1999.
[3] 吴可杰著 . 统计学原理(修订本) [M]. 南京 :南京大学出版社 ,1999.
[4] 贾俊平 ,何晓群 ,金勇进 . 统计学 [M]. 北京 :中国人民大学出版社 ,2000.

(责任编辑 :李春丽)