

离心机橡胶弹性轴承的一种计算方法

徐 宏

(机 械 系)

一、引 言

橡胶元件是一种理想的隔振元件。目前,在离心机的设计中已广泛采用橡胶弹性元件,在转鼓弹性支承中,已逐步取代了弹簧支承。如上海酵母厂引进的西德 HDA—50 酵母分离机就使用了橡胶弹性支承。因其不仅能调节系统的振动固有频率,避免发生共振,而且可以通过弹性元件吸收能量,起到减振作用。另外,橡胶弹性支承结构简单,易于加工制造,参振质量小,其刚度受预紧和装配误差的影响小,因而将会越来越广泛地得到应用。

目前,对于离心机中使用的橡胶弹性支承的计算和实验进行得很少。本文试从保角变换原理出发,利用积分推导出该圆筒形橡胶轴承的径向刚度计算分式,并举例说明了公式的可行性,计算结果表明,与资料给出的级数解的有限项结果很接近。在讨论中,对公式推导的假设和公式适用条件进行了叙述,并就一些问题提出了看法。

二、保 角 变 换

保角变换就是将一平面上的几何图形,通过代数变换到另一平面上,两平面上相应的几何图形各对应部分的放大率不同,因而图形不相似、形状发生了变化,这正是我们所希望的,故可以将较复杂的不便讨论的图形变成简单的典型图形。而且,保角变换保证了相交曲线的交角不变。

本文采用对数变换

$$\zeta = \ln |z| + i \arg z$$

将 $z = x + iy$ 平面上的同心圆环变换到 $\zeta = \xi + i\eta$ 平面上的长方形区域。

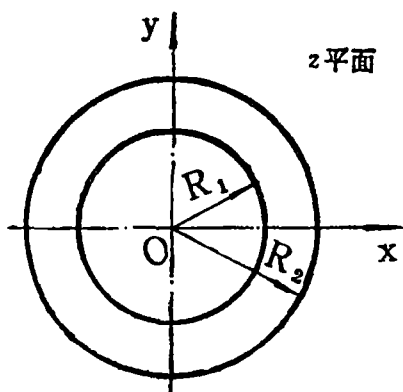
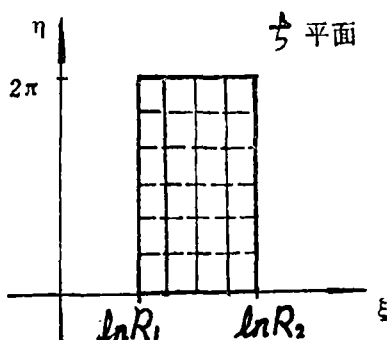
设在 z 平面上一圆环域

$$z = re^{i\theta} \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi, R_1 \leq r \leq R_2)$$

经保角变换 $\zeta = \ln |z| + i \arg z$ 后,在 ζ 平面上得一对对应图形

$$\zeta = \ln \gamma + i\theta = \xi + i\eta \quad \left(\begin{array}{l} \ln R_1 \leq \xi \leq \ln R_2 \\ 0 \leq \eta \leq 2\pi \end{array} \right)$$

即有对应关系 $\xi = \ln \gamma$ 和 $\eta = \theta$ 。这表示 ζ 平面上的平行于 η 轴和 ξ 轴的直线。故在 ζ 平面上所得图形为一矩形域。如图 1 所示。

图 1a. $z = x + iy$ 平面上的圆环域图 1b. $\zeta = \xi + i\eta$ 平面上的矩形域

z 平面上的极坐标网格变成了 ζ 平面上的直角坐标网格, z 平面上 $\theta = \text{常数}$ 的射线变成 ζ 平面上 $\eta = \text{常数}$ 的平行于实轴 ξ 的直线; z 平面 $r = \text{常数}$ 的圆周线变成 ζ 平面上 $\xi = \text{常数}$ 的平行于虚轴 η 的直线。若取 z 的主值, 则矩形域的宽度为 $\ln R_2 - \ln R_1 = \ln(R_2/R_1)$, 高为 2π 。

三、位移边界条件的处理

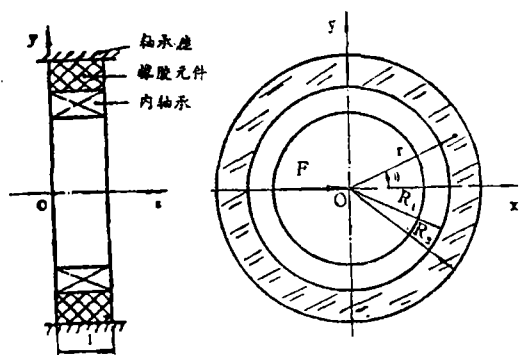


图 2 橡胶弹性支承结构示意图

用于离心机主轴弹性支承的橡胶元件如图 2 所示。受径向水平集中力 F 作用。

用位移法求解。约定: 沿 F 作用线方向选为 x 轴正向, 橡胶内圈表面一周沿 x 正向的位移均为 1 个单位, 与 x 轴垂直方向为 y 方向, 且沿 y 方向内圈表面位移为零。外表面为固定边界, 故沿 x 和 y 方向, 或沿径向和切向的位移为零。

综上所述, xoy 平面内的位移边界条件为:

内表面:

$$\begin{cases} u_{R1}(x) = 1 \\ u_{R1}(y) = 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} u_{R1}(r) = \cos \theta \\ u_{R1}(\theta) = -\sin \theta \end{cases}, \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

外表面:

$$\begin{cases} u_{R2}(r) = 0 \\ u_{R2}(\theta) = 0 \end{cases}, \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

将诸边界条件变到 ζ 平面上后, 可得到相应的位移边界条件为:

$$\begin{cases} u_{\ln R1}(\xi) = \cos \eta \\ u_{\ln R1}(\eta) = -\sin \eta \end{cases} \quad \text{及} \quad \begin{cases} u_{\ln R2}(\xi) = 0 \\ u_{\ln R2}(\eta) = 0 \end{cases}, \quad (0 \leq \eta \leq 2\pi)$$

如图 3a 和 3b 所示。

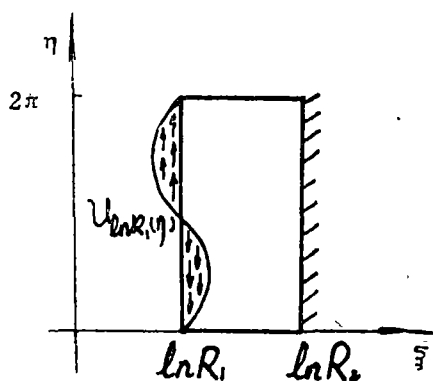


图 3a 沿 ξ 方向位移边界条件

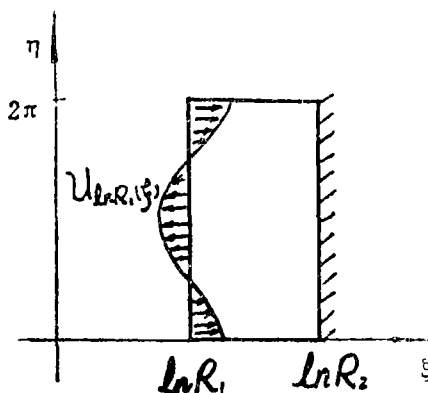


图 3b 沿 η 方向位移边界条件

四、径向静刚度计算公式

下面求使橡胶内表面产生上述位移时, 所需加的沿 x 方向集中力 F 的值。

在 η 处选 dη, 微载面积为 dA = l dη。沿 ξ 轴方向的压缩变形为 u_{ln R1}(\xi), 沿 η 方向的剪切变形为 u_{ln R1}(\eta)。使产生 u_{ln R1}(\xi) 所需加的沿 ξ 方向的力为

$$dF_{\xi} = \frac{E_{\bullet} \cdot dA \cdot u_{ln R1}(\xi)}{\ln(R_2/R_1)} = \frac{E \xi_F l \cos \eta d\eta}{\ln(R_2/R_1)}$$

使产生 u_{ln R1}(\eta) 所需加的沿 η 方向的力为:

$$dF_{\eta} = \frac{G_{\bullet} \cdot dA}{\ln(R_2/R_1)} u_{ln R1}(\eta) = - \frac{G \cdot \xi_F l \sin \eta d\eta}{\ln(R_2/R_1)}$$

式中, E 和 G 为橡胶材料的拉压和剪切弹性模量, 由[2]图 21·6—26 根据橡胶的肖氏硬度查得, ξ_F 为形状系数, 是由于橡胶不可压缩性质而引入的, 其值由[2]图 21·6—25 根据 u_F 值查找, 圆筒受径向载荷的 u_F 由下式^[2]计算:

$$u_F = \frac{1}{(R_1 + R_2) \ln(R_2/R_1)}$$

橡胶材料泊松比约为 0.5, 故 E ≈ 3G。

将 dF_{\xi} 和 dF_{\eta} 分别反变换到 z 平面上去, 大小不发生变化, 分别沿 γ 和 θ 方向:

$$dF_r = \frac{El \xi_F \cos \theta d\theta}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$dF_{\theta} = - \frac{Gl \xi_F \sin \theta d\theta}{\ln(R_2/R_1)}$$

将它们分别沿 x 坐标轴方向投影, 得合微力:

$$dF_x = dF_{r(x)} + dF_{\theta(x)} = dF_r \cos \theta + dF_{\theta} (-\sin \theta)$$

$$= \frac{l \xi_F}{\ln(R_2/R_1)} (E \cos^2 \theta + G \sin^2 \theta) d\theta$$

积分后

$$F = \frac{(E + G)\xi_F l \pi}{\ln(R_2/R_1)} = \frac{4\pi E l \xi_F}{3 \ln(R_2/R_1)}$$

即圆筒橡胶轴承径向静刚度计算公式为:

$$K_r = \frac{4\pi E l \xi_F}{3 \ln(R_2/R_1)}$$

五、动 刚 度

上面推得的刚度公式是橡胶元件受静载作用时的静刚度计算式。

由于橡胶是粘弹性材料,具有蠕变性质,当受静载荷作用时,其变形量随静作用时间的增长而增大。故当受静载作用时,橡胶元件变形量要比受动载作用时大得多。为了计算橡胶轴承在动载作用下的变形,必须确定橡胶轴承的动刚度。

目前有两种确定动刚度的方法。一种是根据轴承支承动静刚度比 $n_d = 2 \sim 2.5$, 故认为橡胶弹性轴承动静刚度比 $n_d = 2 \sim 2.5$ [2] 国内多采用此数据。另一种却认为 n_d 与橡胶元件的肖氏硬度有关 [4], 橡胶化合物的硬度越高,比值 n_d 越大,一般 $n_d = 1 \sim 2$, 由 [4] 图 5—3 根据橡胶肖氏硬度查得。

根据 [4] 的理论,动静刚度比值与应变速度无关,即只有动和静之分。对此准备进行实验以验证此理论是否正确。

六、举 例

某橡胶轴承 [3] 的几何尺寸为: $R_1 = 3\text{cm}$, $R_2 = 5\text{cm}$, $l = 1.6\text{cm}$, 橡胶的肖氏硬度 $H_s = 56^\circ$ 从 [2] 图 21·6—26, 查得 $E = 22\text{kg/cm}^2$; 由 [4] 的图 5—3 查得 $n_d = 1.67$,

$$u_F = \frac{1.6}{(3+5)\ln(5/3)} = 0.3915$$

由 [2] 图 21·6—25 查得 $\xi_F = 1.18$

$$\therefore K_r = \frac{4 \times 22 \times \pi \times 1.6 \times 1.18}{3 \ln(5/3)} = 340.63 \text{ kg/cm}$$

资料 [3] 选用同样大小和性质的橡胶元件, 用级数解的前三项所得刚度值为 349kg/cm , 两种方法所得结果非常接近。说明本公式的可行性。

动刚度 $K_d = K_r \cdot n_d = 567.72 \text{ kg/cm}$

七、讨 论

1. 本公式表示很简单, 而且例子说明了公式具有一定的精度, 估算橡胶轴承的径刚度比较方便, 具有一定使用价值。

2. 推导中考虑了橡胶不可压缩的特殊性质, 这表现在 $E = 3G$ 和形状系数 ξ_F 上。即橡胶元件的变形与几何形状密切相关。

3. 由于利用了保角变换原理, 使变换后的计算和分析大为简便, 这种处理问题的方法, 对几何形状较复杂的问题有启发。

4. 公式推导时,从假定位移出发,推出所需加的外力,这种方法并不需要考虑由内圈刚性轴承向橡胶内表面传递的力的分布规律,事实上也是极难知道力的传递规律。属于位移法。

5. 公式的推导和已知的其他所有计算方法一样,都是假定小变形线性材料性质的,故认为是线性弹性的,弹性模量 E 和 G 取为常数,事实上,由于橡胶的粘弹性性质,不再具有常量的弹性模量, E 和 G 是应变的函数,这使公式推导几乎变得无法进行。因而和其它公式一样,本公式只适用于小变形情形,在大变形时需加以修正。一般离心机上橡胶轴承属于小变形情况。

6. 虽然在推导中没有考虑橡胶与内外刚性套的预压缩量,但由于上面所假设的橡胶作为线性弹性材料考虑,故在一定载荷作用下,变形与预压缩量无关。但为了保证机器的正常运转,当橡胶元件受最大径向载荷 P_{max} 作用时,橡胶内圈与刚性轴承之间不应出现间隙,故内预压缩量 Δ_1 必须满足条件

$$\Delta_1 > P_{max} \cdot K_d = \frac{4\pi E l \xi_r n_d}{3 \ln(R_2/R_1)} P_{max}$$

7. 橡胶元件的刚度与弹性模量 E 和 G 、几何参数 R_1 、 R_2 、 l 等有关,且随内半径 R_1 、长度 l 的增大而增加。随着外半径 R_2 的增加而减小。

8. 今后准备用有限元数值方法,从弹性变形理论出发,对该橡胶轴承进行更精确计算,并用实验测量其刚度值,与理论进行比较,得出修正公式。还需分析刚度对离心机转鼓动力特性的影响。

参 考 文 献

- [1] 梁昆渺,《数学物理方法》,人民教育出版社, 1979。
- [2] 《机械工程手册》,第21篇,“机械振动”, 1978。
- [3] 河北工学院王玉山等,《离心机橡胶弹性阻尼轴承的实验研究》,转引上海科技情报研究所资料。
- [4] C.E.Crede, “Vibration and Shock Isolation”, 1957。

84030

离心机橡胶弹性轴承的一种计算方法 《无锡轻工业学院学报》,

1984年,第3卷,第3期

关键词 离心机,圆筒状橡胶轴承,保角变换。

摘要 本文根据保角变换原理,将圆筒状橡胶轴承变换成长方体橡胶元件。求出了使橡胶内表面沿载荷作用方向产生单位位移所需加的径向集中力的大小,此力值就是橡胶轴承的径向刚度。考虑了橡胶材料的不可压缩性质。通过例子说明了本方法的精确性。给出了公式推导中的假设和公式适用的条件,并对一些问题进行了讨论。

作者: 徐宏

84031

生物工程学和发酵技术 《无锡轻工业学院学报》, 1984年, 第

3卷, 第3期

关键词 生物工程学, 发酵, 酶, 固定化, 遗传工程。

摘要 生物工程是应用生物有机体, 生物系统或生物过程来制造工业产品的学科。生物工程在应用微生物方面有很悠久的历史。例如酿酒, 发酵乳制品奶酪、酸乳等。目前又在发酵罐设计, 发酵工艺, 酶技术及遗传工程方面具有令人振奋的进展。生物工程着重微生物学, 生物化学和化学工程的结合, 并直接付之实用。本综述主要介绍生物工程中几个同发酵有关的内容, 即: 微生物技术、酶技术及发酵技术。

作者: 胡军 (上海工业微生物研究所)

84030

A CALCULATING METHOD ABOUT the ELASTIC RUBBER BEARING
USED in CENTRIFUGE «Journal of the Wuxi Institute of Light Industry»

Vol.3, No.3, 1984

KEYWORDS centrifuge circular rubber bearing

ABSTRACT In this paper, the rubber bearing in the form of hollow circular cylinder is transferred into a cuboid rubber element by using conformal transformation. The force acted is calculated to make the inner surface of rubber a unit displacement in the direction of force. This force value is just the radial stiffness of rubber bearing. The incompressibility of rubber material has been considered. The result of the example shows that this method is sufficiently accurate. The hypothesis in the derivation of formula and the condition under which this formula is valid are given. Some questions are discussed in the last part of the paper.

Author, Xu Hong

84031

BIOTECHNOLOGY and FERMENTATION TECHNOLOGY «Journal of the Wuxi Institute of Light Industry», Vol.3, No.3, 1984

KEYWORDS biotechnology, fermentation, enzyme, immobilization, genetic engineering.

ABSTRACT Biotechnology has been defined as a subject that uses biological organism, systems or processes to manufacture industrial products. Biotechnology is in reality a subject of great antiquity, having its origin in ancient microbial processes such as brewing, wine making, and fermented milk products as cheese and yoghurts. However, new developments in fermenter design and fermentation processes, in enzyme technology and more recently in genetic engineering have introduced new and exciting dimensions to the subject. In particular, biotechnology stresses the integration of microbiology, biochemistry and chemical process or engineering, but above all, it is directed to application. This review attempts to highlight some of the important biological components of biotechnology i.e. microbial technology, enzyme technology and fermentation technology.

Author, Hu Jun