

从加严检查开始的ISO3951(81) 的复合OC函数

费荣昌

(基础课部)

摘要 本文获得了从加严检查开始的ISO3951(81)的复合OC函数和动态特性。

主题词 加严检查; 复合OC函数; 动态特性

文[1]研究了从正常检查开始的计量抽样检查国际标准 ISO3951(81)的复合OC函数。当调整型抽样系统处于中断检查时, 必须待生产方采取措施改善产品质量后才可恢复检查, 为了保护订货方的利益, 恢复检查常从加严检查开始, 因此, 本文研究从加严检查开始的ISO3951(81)的复合OC函数。

1 从恢复检查开始到首次转向正常检查或转向中断检查为止的批数

我们用 $m^{(0)}$ 表示从恢复检查开始到首次转向正常检查或转向中断检查为止的批数, 这些批都是按加严方案检查的。并用 A_i 表示第 i 批合格, P_T 表示加严检查的批接收概率, $Q_T = 1 - P_T$ 。ISO3951(81)的转移规则规定^[2]: 在加严检查中, 如果连续5批都合格, 则应放弃加严检查, 转向正常检查; 如果连续10批都停留在加严检查, 则应中断抽样检查。按此规则, 可求 $m^{(0)}$ 的概率分布:

$$P(m^{(0)} = 5) = P(A_1 A_2 A_3 A_4 A_5) = P_T^5,$$

$$P(m^{(0)} = 6) = P(\overline{A_1} A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 + \overline{A_1} A_2 A_3 A_4 A_5 \overline{A_6}) \\ = P_T^5 Q_T + (1 - P_T^5) Q_T = Q_T,$$

$$P(m^{(0)} = 7) = P(\overline{A_2} A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 + \overline{A_2} A_3 A_4 A_5 A_6 \overline{A_7}) \\ = P_T^5 Q_T + (1 - P_T^4) P_T Q_T = P_T Q_T,$$

$$P(m^{(0)} = 8) = P(\overline{A_3} A_4 A_5 A_6 A_7 A_8 + \overline{A_3} A_4 A_5 A_6 A_7 \overline{A_8}) \\ = P_T^5 Q_T + (1 - P_T^3) P_T^2 Q_T = P_T^2 Q_T,$$

$$P(m^{(0)} = 9) = P(\overline{A_4} A_5 A_6 A_7 A_8 A_9 + \overline{A_4} A_5 A_6 A_7 A_8 \overline{A_9}) \\ = P_T^5 Q_T + (1 - P_T^2) P_T^3 Q_T = P_T^3 Q_T,$$

$$P(m^{(0)} = 10) = P(\overline{A}_5 A_6 A_7 A_8 A_9 A_{10} + \overline{A}_5 A_6 A_7 A_8 A_9 \overline{A}_{10}) \\ = P_T^5 Q_T + (1 - P_T) P_T^4 Q_T = P_T^4 Q_T.$$

显然

$$\sum_{i=5}^{10} P(m^{(0)} = i) = 1,$$

$$E(m^{(0)}) = \sum_{i=5}^{10} i P(m^{(0)} = i) = 5 + \frac{1 - 6P_T^5 + 5P_T^6}{Q_T}.$$

用 $P_{T \rightarrow D}$ 表示恢复检查后都按加严方案检查而转向中断检查的概率, 则

$$P_{T \rightarrow D} = \sum_{i=0}^4 (1 - P_T^{5-i}) P_T^i Q_T = 1 - 6P_T^5 + 5P_T^6.$$

2 复合OC函数

ISO3951(81)的抽样系统由正常检查方案(N)、加严检查方案(T)、放宽检查方案(R)及一套转移规则组成, 并带有中断检查^[2]。对于从正常检查开始的情形, 文[1][3]已建立复合接收率L的计算公式如下:

$$L = \tilde{P}_N \cdot P_N + \tilde{P}_T \cdot P_T + \tilde{P}_R \cdot P_R,$$

$$\tilde{P}_N = E(m^{(N)})/E(M), \quad \tilde{P}_T = E(m^{(T)})/E(M), \quad \tilde{P}_R = E(m^{(R)})/E(M),$$

$$E(M) = E(m^{(N)}) + E(m^{(T)}) + E(m^{(R)}).$$

其中 P_N 、 P_T 、 P_R 表示批不合格率为 P 时, 分别在正常、加严和放宽检查方案下的批接收概率, $E(m^{(N)})$ 、 $E(m^{(T)})$ 、 $E(m^{(R)})$ 表示从正常检查开始到中断为止分别按正常、加严、放宽检查方案抽检的平均批数, 它们的计算公式见文[1], \tilde{P}_N 、 \tilde{P}_T 、 \tilde{P}_R 为相应的期望比例。

现在考虑恢复检查从加严检查开始的情形。由于从恢复检查开始到首次转向正常检查或转向中断检查为止都是按加严方案检查的, 并且转向正常检查后系统所处的状态与转移前的状态无关, 所以从加严检查开始到中断为止分别按正常、放宽检查方案抽检的平均批数仍为 $E(m^{(N)})$ 和 $E(m^{(R)})$, 而按加严方案抽检的平均批数应为 $E(m^{(0)}) + E(m^{(T)})$, 平均总批数应为 $E(m^{(0)}) + E(M)$ 。于是, 相应的期望比例应为

$$\tilde{P}_N = E(m^{(N)})/[E(m^{(0)}) + E(M)],$$

$$\tilde{P}_T = [E(m^{(0)}) + E(m^{(T)})]/[E(m^{(0)}) + E(M)],$$

$$\tilde{P}_R = E(m^{(R)})/[E(m^{(0)}) + E(M)].$$

文[1]对ISO3951(81)的S法, 字码F, $AQL = 0.65(\%)$, $1(\%)$, $1.5(\%)$, 从正常检查开

始的方案，算得复合接收率，为便于比较，我们仍用此例，对从加严检查开始的情形，算出复合接收率，计算结果列成表 1。

表 1 计算结果

	从正常检查开始			从加严检查开始		
	0.65	1.00	1.50	0.65	1.00	1.50
$P(\%)$	0.65	1.00	1.50	0.65	1.00	1.50
P_N	0.9408	0.8978	0.8354	0.9408	0.8978	0.8354
P_T	0.9015	0.8433	0.7657	0.9015	0.8433	0.7657
P_R	0.9530	0.9299	0.8988	0.9530	0.9299	0.8988
正常检查平均批数	848.0	154.8	40.1	848.0	154.8	40.1
加严检查平均批数	55.1	27.3	16.0	61.2	33.8	22.8
放宽检查平均批数	981.3	78.2	7.2	981.3	78.2	7.2
平均总批数	1884.4	260.3	63.3	1890.5	266.8	70.1
\tilde{P}_N	0.4500	0.5947	0.6335	0.4486	0.5802	0.5720
\tilde{P}_T	0.0292	0.1049	0.2528	0.0324	0.1267	0.3252
\tilde{P}_R	0.5207	0.3004	0.1137	0.5190	0.2931	0.1027
L	0.9459	0.9017	0.8250	0.9459	0.9003	0.8192
$P_{T \rightarrow D}$				0.1113	0.2394	0.4285

把从加严检查开始的情形与从正常检查开始的情形相比较，对于质量较差的 $P=1.5(\%)$ 的批，正常检查的期望比例 \tilde{P}_N 从63.35%减少到57.20%，加严检查的期望比例 \tilde{P}_T 从25.28%增加到32.52%，放宽检查的期望比例 \tilde{P}_R 从11.37%减少到10.27%，复合接收率 L 从82.50%减少到81.92%，变化较大；对于质量较好的 $P=0.65(\%)$ 的批， \tilde{P}_N 、 \tilde{P}_T 、 \tilde{P}_R 和 L 变化甚微。另外，从加严检查开始的情形，对于 $P=1.5(\%)$ 的批， $P_{T \rightarrow D}=0.4285$ 较大；对于 $P=0.65(\%)$ 的批， $P_{T \rightarrow D}=0.1113$ 较小。这些都说明恢复检查从加严检查开始，虽然检查的平均总批数略有增加，但对于质量较差的批，对保证产品质量所起的作用较大，这一措施可促使生产方及时改善产品质量。

3 在另一中断检查规则下

另一中断检查规则是如果加严检查累计出现10个不合格批则中断检查。对具有这一中断检查规则的调整型抽样系统，文[3][4]曾研究了从正常检查开始的情形。

现在在这一中断检查规则下，对ISO3951(81)，考虑恢复检查从加严检查开始的情形。由文[3]知 $T \rightarrow N$ 和 $T \rightarrow D$ 的转移概率母函数为

$$F_{T \rightarrow N}(x) = (P_T x)^5 \sum_{i=0}^9 H^i(x), \quad F_{T \rightarrow D}(x) = H^{10}(x),$$

其中

$$H(x) = Q_T x \sum_{i=0}^4 (P_T x)^i.$$

有

$$F_{T \rightarrow N}(1) = 1 - H^{10}(1), \quad F_{T \rightarrow D}(1) = H^{10}(1),$$

$$F'_{T \rightarrow N}(1) = 5P_T^5 \sum_{i=0}^9 H^i(1) + P_T^5 \sum_{i=1}^9 iH^{i-1}(1)H'(1),$$

$$F'_{T \rightarrow D}(1) = 10H^9(1)H'(1),$$

其中

$$H(1) = 1 - P_T^5, \quad H'(1) = Q_T \sum_{i=0}^4 (i+1) P_T^i.$$

显然

$$F_{T \rightarrow N}(1) + F_{T \rightarrow D}(1) = 1,$$

$$E(m^{(0)}) = F'_{T \rightarrow N}(1) + F'_{T \rightarrow D}(1) = \frac{(1 - P_T^5)[1 - (1 - P_T^5)^{10}]}{(1 - P_T)P_T^5}$$

再引用文[1]的结果

$$E(m^{(N)}) = \frac{F'_{N \rightarrow T}(1) + F'_{N \rightarrow R}(1)}{F_{N \rightarrow T}(1) \cdot F_{T \rightarrow D}(1)},$$

$$E(m^{(T)}) = \frac{F'_{T \rightarrow D}(1) + F'_{T \rightarrow N}(1)}{F_{T \rightarrow D}(1)},$$

$$E(m^{(R)}) = \frac{F_{N \rightarrow R}(1) \cdot F'_{R \rightarrow N}(1)}{F_{N \rightarrow T}(1) \cdot F_{T \rightarrow D}(1)},$$

其中 $F_{N \rightarrow T}(1)$, $F_{N \rightarrow R}(1)$, $F'_{N \rightarrow T}(1)$, $F'_{N \rightarrow R}(1)$, $F'_{R \rightarrow N}(1)$ 的计算公式见文[1], 就可算出 \tilde{P}_N , \tilde{P}_T , \tilde{P}_R 和 L .

为便于比较, 仍用文[1]的例, 计算结果列表2.

把从加严检查开始的情形与从正常检查开始的情形相比较, 对于 $P = 1.5(\%)$ 的批, L 略有减少; 对于 $P = 0.65(\%)$ 的批, L 没有变化。并且 $P_{T \rightarrow D}$ 都很小。说明在这一中断检查规则下, 恢复检查从加严检查开始, 当产品质量下降时, 促使生产方改善质量所形成的压力不大。

把具有这一中断检查规则的系统与原来的ISO3951(81)系统相比较, 对于 $P = 1.5(\%)$ 的批, 虽 L 略有减少, 但中断前的平均总批数约为原来的10倍; 对于 $P = 0.65(\%)$ 的批, L 几乎不变, 平均总批数约为原来的950倍。说明如采用这一中断检查规则, 中断的作用将显著降低。

表2 计算结果

	从正常检查开始			从加严检查开始		
$P(\%)$	0.65	1.00	1.50	0.65	1.00	1.50
P_N	0.9408	0.8978	0.8354	0.9408	0.8978	0.8354
P_T	0.9015	0.8433	0.7657	0.9015	0.8433	0.7657
P_R	0.9530	0.9299	0.8988	0.9530	0.9299	0.8988
正常检查平均批数	803385.7	9627.1	364.4	803385.7	9627.1	364.4
加严检查平均批数	58710.2	2220.7	241.5	58717.1	2229.2	252.9
放宽检查平均批数	929672.7	4863.3	65.4	929672.7	4863.3	65.4
平均总批数	1791768.6	16711.1	671.3	1791775.5	16719.6	682.7
\tilde{P}_N	0.4484	0.5761	0.5428	0.4484	0.5758	0.5338
\tilde{P}_T	0.0328	0.1329	0.3598	0.0328	0.1333	0.3704
\tilde{P}_R	0.5188	0.2910	0.0974	0.5188	0.2909	0.0958
L	0.9458	0.9000	0.8165	0.9458	0.8999	0.8157
$P_{T \rightarrow D}$				0.0001	0.0038	0.0471

参 考 文 献

- 1 汪仁官, 程翰生. 计量抽样检查国际标准ISO3951(81)的复合OC函数. 北京大学学报(自然科学版), 1985; 3
- 2 四川省环境保护科研监测所. ISO数理统计方法标准译文集. 四川科学技术出版社, 1984
- 3 汪仁官. 带有中断检查的调整型抽样系统的复合OC函数. 应用数学学报, 1985; 1
- 4 马毅林, 严擎宇. 关于带有暂停检查的调整型抽样方案的复合特性. 应用数学学报, 1980; 1

Composite OC Function of ISO 3951(81) Beginning with Tightened Inspection

Fei Rongchang

Abstract: In this paper, Composite operating characteristics function and dynamical characteristics of ISO 3951(81) are obtained, beginning with tightened inspection.

Subjectwords: tightened inspection; composite OC function; dynamical characteristics