

# 络纱工程的气圈和张力

王元昌 仲志明 陈洪顺

(纺织工程系)

**摘要** 从数学上证明了上端固定,下端作圆周运动的弦振动是驻波。络纱时产生的退绕气圈也是这种形式的驻波。对气圈形状、节数和张力的研究应以弦振动理论为基础。

**关键词** 弦振动;气圈;张力

## 0 前 言

络纱时纱从管纱上沿轴向高速退绕,在一定条件下会形成多节气圈。按传统观点<sup>[1,5-16]</sup>对气圈微纱段作动力学分析,以此确定气圈的形状和张力,其最大缺陷是不能解释气圈节点的形成。气圈作回转运动,在离心力作用下,只会甩出去而不会向转轴靠拢形成节点。故传统观点未能揭示问题的实质。这应以物理学中弦振动理论解释。纱可看作柔软的弦,如一端固定,一端作周期性往复运动(即振动源),会引起弦振动。在一定条件下形成驻波。络纱运动可简化为上端固定,下端作圆周运动(即振动源)的弦振动,其形式是一种旋转的驻波。实际观察到的气圈现象是类似的驻波。

## 1 弦振动方程的建立及其解

这里只作简略的数学证明。假设:弦作微小振动即横向振动位移量  $U$  与弦长  $l$  相比较小;弦上张力  $T$  为常数。从气圈微纱段受力分析<sup>[1]</sup>知,纱进入气圈后张力增加不大,故近似成立。实际横向位移较大,这将引起非线性因素,使问题复杂化,因而忽略。

由数学物理方程<sup>[2]</sup>,可写出弦振动方程:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \omega^2 U \quad (1)$$

式中  $U = U(x, t)$  表示弦上任一点的横向位移。它是  $x, t$  的函数。 $x$  沿管纱轴向(图 1)。 $a^2 = \frac{T}{\rho}$ ,  $T$  为张力,  $\rho$  为线密度,相当于纱号,  $a$  为波速,  $\omega$  为气圈角速度,  $\omega^2 U$  为单位质量纱线受的离心力。

收稿日期: 1992-04-06

实际上纱还受到空气阻力,它与气圈运动方向反向,造成纱的长度方向上各点转速不同.因数值不大而忽略.在上述简化模型中,因假设上端固定,纱本身无向上运动,故无哥氏力.

考虑方程(1)的线性定解问题,把弦下端作圆周运动分解为  $y, z$  二个向上的往复运动(图 1),上端固定,得边值条件:

$$y \text{ 方向: } U_y|_{z=0} = r \cos \omega t \quad U_y|_{z=l} = 0$$

$$z \text{ 方向: } U_z|_{z=0} = r \sin \omega t \quad U_z|_{z=l} = 0$$

式中  $r$  为退绕半径,  $l$  为弦长,  $\omega$  为退绕点角速度,因不计空气阻力及本身无向上运动,故它与气圈角速度相同.(假设为等速)

设弦下端在  $t=0$  时恰在  $y$  与圆交点上,有初值条件:

$$U_y|_{t=0} = \frac{l-x}{l} r \quad \frac{\partial U}{\partial x}|_{t=0} = 0$$

$$U_z|_{t=0} = 0 \quad \frac{\partial U}{\partial x}|_{t=0} = \frac{l-x}{l} r \omega$$

用分离变量法可分别解出

$$U_y = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2r}{n\pi} \left( \frac{\eta + \omega^2}{\eta - \omega^2} \cos \omega t - \frac{2\omega^2}{\eta - \omega^2} \cos \sqrt{\eta} t \right) \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (2)$$

$$U_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2r}{n\pi} \left( \frac{\eta + \omega^2}{\eta - \omega^2} \sin \omega t - \frac{2\omega^2}{\eta - \omega^2} \sin \sqrt{\eta} t \right) \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (3)$$

式中  $n$  为气圈节数,求和号  $\sum_{n=1}^{\infty}$  表示从数学上讲气圈节数可为  $n=1, 2 \dots \infty$ , 方程的解包括这无穷种可能.  $\eta = \frac{n^2 \pi^2 a^2}{l^2} - \omega^2, \quad a^2 = \frac{T}{\rho}$

对于  $U_y$ , 令  $\varphi_1(t) = \frac{2r}{n\pi} \left( \frac{\eta + \omega^2}{\eta - \omega^2} \cos \omega t - \frac{2\omega^2}{\eta - \omega^2} \cos \sqrt{\eta} t \right), \varphi_2(x) = \sin \frac{n\pi}{l} x$ , 则  $U_y =$

$\varphi_1(t) \varphi_2(x)$  这是驻波方程. 在  $x = \frac{kl}{n}, k=1, 2, \dots, n-1$

处  $U_y = 0$ , 这些点是波节. 波节位置由  $\varphi_2(x)$  决定. 二个波节之间是波腹. 弦振动时波节各点无横向位移, 其余各点的运动规律是  $\varphi_1(t)$ . 对于  $U_z$  同样可写成  $U_z = \varphi_1'(t) \varphi_2(x)$ .

注意到  $\varphi_2(x)$  与  $U_y$  相同.

$$\therefore U = \sqrt{U_y^2 + U_z^2} = \sqrt{[\varphi_1(t)]^2 + [\varphi_1'(t)]^2} \varphi_2(x) \quad (4)$$

它表示一旋转的驻波, 波节位置与  $U_y, U_z$  相同. 其余各点运动规律由  $\sqrt{[\varphi_1(t)]^2 + [\varphi_1'(t)]^2}$  决定, 表示纱在图 2 的  $ab$  之间振动. 这与气圈实情相符. (4) 式也是简化模型的气圈方程.

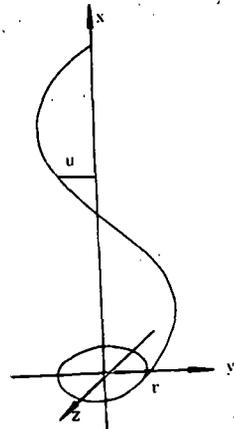


图 1 纱线形成气圈示意图

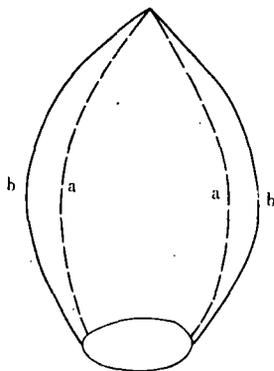


图 2 气圈运动图

## 2 气圈节数和络纱张力的讨论

实际上纱本身以络纱速度  $V$  向前运动。见图 3,  $bcd$  是气圈中纱的瞬时位置, 纱上一点运动的轨迹为  $ace$ , 纱上一点速度  $V$  即络纱速度, 它沿曲线  $ace$  的切向。  $V'$  为  $V$  在  $x$  方向的分量。令参照系也以  $V'$  向上运动, 在此参照系内即上述模型。但  $V'$  为变量, 今简化为常量, 作以下讨论。

气圈节数。从数学角度看可多至无穷, 实际上受物理条件的限制。令简化模型的弦振动频率  $f$  ( $f$  由 (4) 式确定) 实际频率  $F$  ( $F$  比  $f$  更复杂)。振动波速  $a = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ 。实际波速  $a - V'$ 。波长  $\lambda = \frac{a - V'}{F}$ ,  $\lambda$  为二节气圈之长。导纱距离一定, 满管纱刚开始退绕的气圈节数  $n = \frac{l}{\lambda}$ , 用波长、波速计算式代入得

$$n = \frac{2Fl}{\sqrt{\frac{T}{\rho} - V'}} \quad (5)$$

不管  $n$  是整数还是非整数都会形成驻波。由物理学<sup>[3,4]</sup>知, 弦振动为驻波时不向外传递能量, 输入的能量全部消耗于驻波式的振动。气圈作旋转运动需要能量, 只有形成驻波, 才最稳定。因而络纱时不论  $l$  多大总会形成驻波。这是由于 (5) 式中张力  $T$  会起自调作用, 使  $n$  恰为整数的缘故。

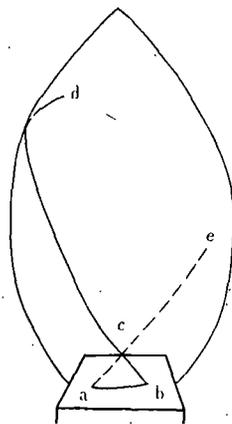


图 3 气圈中纱的瞬时位置与纱上一点运动的轨迹

纱以速度  $V$  从管纱上退绕, 气圈角速度  $\omega_1$  不等于退绕点角速度  $\omega_2$ , 见图 4。纱绕在管纱上的位置是  $ab$ , 在  $\Delta t$  时间内纱上一点从  $a$  运动到  $c$ 。原来纱段  $ab$  走到  $bc$ , 故  $ab = bc$ , 又  $ac$  是纱上一点在  $\Delta t$  内走的路程,  $ac = V \Delta t$ , 在同一时间内的退绕长度  $ab = V \Delta t$ 。  $\therefore ab = ac$ 。即三段空间曲线  $ab, bc, ac$  的长度相等。退绕点角位移为  $ab$  对回转轴的圆心角。气圈角位移为纱上一点在  $\Delta t$  内的位移  $ac$  对回转轴的圆心角。二者的回转轴是同一根, 角位移不同。角速度为角位移与所用时间之比。显然  $\omega_1 < \omega_2$ 。考虑空气阻力, 在  $\Delta t$  内  $ab$  线走到  $bc'$ , 气圈角位移及角速度更小。

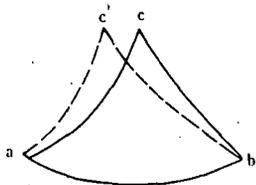


图 4 退绕点角速度与气圈角速度关系图

络纱张力。在 1332 络筒上, 去除张力器后实测张力曲线见图 5。络纱速度为 600m/min, 导纱距离 12cm, 19.5 号涤/腈纱, 图(a)为单节气圈张力曲线, 图(b)为多节气圈张力曲线。

从图(a)容易看出,  $af$  对于退绕一层级,  $a'b'$  对应于导纱一往复。(对应二者的时间相等)。退绕一层级, 退绕点转速要变化, 而导纱到筒子大端, 其表面速度  $V$  大, 小端  $V$  小。  $V$  变化使退绕点转速也变化。单气圈张力与退绕点转速变化规律似乎吻合。但多气圈张力曲线却全然不同。不管单气圈还是多气圈, 其退绕点转速变化规律是相同的。因此, 单气圈张力实际

上由气圈回转离心力决定,与退绕点转速无关。气圈转速与退绕点转速的变化规律基本相同。前已假设,弦振动时弦上张力是常数,故弦振动张力等于退绕点张力,退绕点张力即初张力。弦振动张力与波长有关,单气圈弦振动张力比多气圈大得多,其初张力也大。它较能克服空气阻力的影响,使图4中 $C'$ 比 $C$ 滞后较小。故气圈转速快,加上气圈长度长,回转离心力大。这时不能认为弦上张力是常数,实测张力(末张力)主要由气圈离心力决定。多节气圈反之,因初张力小,气圈转速慢,离心力很小。多节气圈的张力主要由弦振动张力决定。

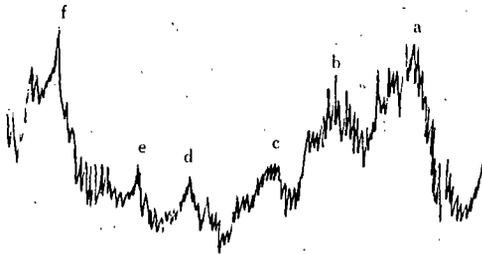


图5(a) 单节气圈络纱张力

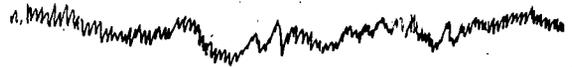


图5(b) 多节气圈络纱张力

实际络纱过程很复杂,与简化模型相比,退绕一个层级时,退绕点转速在变化,弦长 $l$ 也变化,还有哥氏力的作用,以及本文忽略或简化的许多因素,其中空气阻力近似与 $V^2$ 成正比,是个非线性量。如考虑全部这些因素,仍是一端作回转运动的弦振动,总会形成驻波,只是形式更复杂。实际观察到的气圈现象,正是这种驻波。

### 3 结 语

张力是重要的工艺参数,也是基础工艺理论。用弦振动理论能圆满地解释络纱气圈现象。上端固定下端作回转运动的弦振动是一种旋转的驻波。络纱气圈是类似而更复杂的驻波。对气圈的形状、节数和张力的研究应以弦振动理论为基础。

#### 致 谢

本文得到刘盛耀、蔡日增、徐振源等老师的帮助,并请吴震世老师审阅,特此致谢。

#### 参 考 文 献

- 1 陈元甫. 机织工艺与设备(上册). 纺织工业出版社,1982
- 2 欧维义数学物理方程. 吉林科技出版社,1985
- 3 克利福德. 波动学(上册). 科学出版社,1981
- 4 哈里德,瑞斯尼克. 物理学(上册). 人民教育出版社,1979
- 5 华东纺织工学院. 机织学(上册). 纺织工业出版社,1960
- 6 伊萨科夫等. 关于气圈的形状和稳定范围的近似解问题. 纺织译丛,1965;5
- 7 Т Пасинова. 论纱线由固定纱管上退绕时的气圈形式. 纺织译丛,1965;12
- 8 京兹布尔格. 关于纱线的气圈形状和张力的一些问题. 纺纱译丛,1957;1
- 9 格拉辛. 络纱气圈退绕理论. 国外纺织技术,1961;4

- 10 伊萨科夫. 关于络纱张力问题. 国外纺织技术, 1961; 4
- 11 Lisini. 纺织机器中气圈曲面的确定——用有限元法求解. 国外纺织技术, 1983; 1
- 12 Forster. Tension Variations Occurring During the Unwinding of Cops and Pirns J T I, 1959; 1
- 13 Brunnschweiler et al. Experimental Studies of Variation in Yarn Tension During Unwinding from Ring Frame Package J T I, 1959; 2
- 14 Kothari and Leaf. The Unwinding of Yarn from Package J T I, 1979; 3
- 15 Padfield. J T I, 1956; T301
- 16 鲁元卿. 气流在管纱轴向退绕过程中的作用. 纺织技术, 1964; 11

## The Balloom and Tension in Winding

Wang Yuanchang      Zhong Zhiming      Chen Hongshun

(Dept. of Textile Eng.)

**Abstract** It has been proved mathematically, that the string vibration will forms standing waves if its upper end is fixed while lower end moves round a circle. The study of the shapes, sections and tension of unwinding balloom must be based upon the theory of string vibration.

**Key-words** String vibration; Balloom; Tension