

辛浦生公式的推广和改进

张建华 费荣昌

(数理学科部)

摘要 推广和改进了定积分近似计算的辛浦生公式。

主题词 近似求积; 辛浦生公式; 积分

中图分类号 O241.1

1 定 理

如果 $f^{(4)}(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, 则有 (a, b) 内的数 ξ , 使

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] (b-a) - \frac{1}{24 \times 5!} f^{(4)}(\xi) (b-a)^5.$$

这是众所周知的辛浦生公式^[1]。

文[2, 3]推广了矩形公式和梯形公式, 本文将推广上述辛浦生公式。

为此, 先考察当 $b \rightarrow a$ 时

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= \frac{1}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] (b-a) \\ &\quad - \sum_{k=1}^{n-2} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1} \cdot (2k+1)!} f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)^{2k+1} \\ &\quad - \frac{n-2}{3 \cdot 2^{2n-3} \cdot (2n-1)!} f^{(2n-2)}(\xi) (b-a)^{2n-1} \end{aligned} \quad (1)$$

中 ξ 的变化趋势, 有下述定理 1。

定理 1 若 $f^{(2n-1)}(x)$ 在 $[a, b]$ 存在, 在 $x=a$ 处右连续, 且 $f^{(2n-1)}(a) \neq 0$, 则(1)中的 ξ 有

$$\lim_{b \rightarrow a} \frac{\xi - a}{b - a} = \frac{1}{2}.$$

然后, 据定理 1, 以 $\frac{a+b}{2}$ 代替(1)中的 ξ , 即取

$$\frac{1}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] (b-a) - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1} \cdot (2k+1)!} f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)^{2k+1}$$

作为 $\int_a^b f(x) dx$ 的近似值, 有下述定理 2。

收稿日期: 1995-04-07

定理 2 若 $f^{(2n)}(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, 则有 (a, b) 内的数 ξ , 使

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx = & \frac{1}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] (b-a) \\ & - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1} \cdot (2k+1)!} f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)^{2k+1} \\ & - \frac{n-1}{3 \cdot 2^{2n-1} \cdot (2n+1)!} f^{(2n)}(\xi) (b-a)^{2n+1}. \end{aligned}$$

当 $n=2$ 时即辛浦生公式。

其次, 考虑 $f^{(i)}(a)=0$ ($i=1, 2, \dots, n-1$) 的情形, 有下述定理 3。

定理 3 若 $f^{(n+3)}(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, 且 $f^{(i)}(a)=0$ ($i=1, 2, \dots, n-1$), 则有 (a, b) 内的数 ξ , 使

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx = & \left\{ \left[1 - \frac{1}{2(n+2)} \left(1 + \frac{1}{\theta^{n+1}} \right) \right] f(a) \right. \\ & + \frac{1}{2(n+2)\theta^{n+1}} f[a+\theta(b-a)] + \frac{1}{2(n+2)} f(b) \left. \right\} (b-a) \\ & - \frac{1}{(n+3)!} \left[\frac{1}{2(n+2)} (1+\theta^2) - \frac{1}{n+4} \right] f^{(n+3)}(\xi) (b-a)^{n+4}, \end{aligned}$$

其中 $\theta = \frac{n+1}{n+3}$ 。

当 $n=1$ 时即辛浦生公式。

定理 2 和定理 3 推广改进了辛浦生公式。

2 定理的证明

定理 1 的证明 考虑极限

$$\begin{aligned} \lim_{b \rightarrow a} \frac{1}{(b-a)^{2n}} \left\{ \int_a^b f(x) dx - \frac{1}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] (b-a) \right. \\ + \sum_{k=1}^{n-2} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1} \cdot (2k+1)!} f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)^{2k+1} \\ \left. + \frac{n-2}{3 \cdot 2^{2n-3} \cdot (2n-1)!} f^{(2n-2)}(a) (b-a)^{2n-1} \right\} = A. \end{aligned}$$

一方面, 由洛必达法则及文[2, 3]定理 1 的证明,

$$\begin{aligned} A = & \lim_{b \rightarrow a} \frac{2}{3(b-a)^{2n}} \left[\int_a^b f(x) dx - f\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a) \right. \\ & - \sum_{k=1}^{n-2} \frac{1}{2^{2k}(2k+1)!} f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)^{2k+1} - \frac{1}{2^{2n-2}(2n-1)!} f^{(2n-2)}(a) (b-a)^{2n-1} \left. \right] \\ & + \lim_{b \rightarrow a} \frac{1}{3(b-a)^{2n}} \left\{ \int_a^b f(x) dx - \frac{1}{2} [f(a) + f(b)] (b-a) \right. \\ & + \sum_{k=1}^{n-2} \frac{k}{2^{2k-1}(2k+1)!} f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)^{2k+1} + \frac{n-1}{2^{2n-3}(2n-1)!} f^{(2n-2)}(a) (b-a)^{2n-1} \left. \right\} \\ = & \left[\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2^{2n-1}(2n-1)!} - \frac{1}{3} \cdot \frac{n-1}{2^{2n-2}(2n-1)!} \right] f^{(2n-1)}(a) \\ = & - \frac{n-2}{3 \cdot 2^{2n-2}(2n-1)!} f^{(2n-1)}(a). \end{aligned}$$

另一方面, 由(1)

$$\begin{aligned} A &= -\frac{n-2}{3 \cdot 2^{2n-3}(2n-1)!} \lim_{b \rightarrow a} \frac{f^{(2n-2)}(\xi) - f^{(2n-2)}(a)}{\xi - a} \cdot \frac{\xi - a}{b - a} \\ &= -\frac{n-2}{3 \cdot 2^{2n-3}(2n-1)!} f^{(2n-1)}(a) \lim_{b \rightarrow a} \frac{\xi - a}{b - a}. \end{aligned}$$

因 $f^{(2n-1)}(a) \neq 0$, 有

$$\lim_{b \rightarrow a} \frac{\xi - a}{b - a} = \frac{1}{2}.$$

为证定理 2, 先建立引理 1.

$$\begin{aligned} \text{引理 1} \quad \sum_{k=1}^{n-1} (k-1) \binom{2n}{2k+1} &= (n-3)2^{2n-2} + 2n, \\ \sum_{k=1}^{n-[i/2]-1} (k-1)(2n-2k-1)(2n-2k-2) \cdots (2n-2k-i) \binom{2n}{2k+1} \\ &= 2n(2n-1) \cdots (2n-i+1) [2n-i + (2n-i-6)2^{2n-i-3}], \\ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{2n-2k} \binom{2n}{2k+1} &= \frac{n-1}{2n+1} (2^{2n}-1) - 2^{2n-2} + 1. \end{aligned}$$

证 由文[2]的引理 1 及文[3]的引理 2 即证。

定理 2 的证明 记 $F(x) = \int_a^x f(x) dx$, 使用泰勒公式, 并采用积分余项, 有

$$F(b) = \sum_{i=0}^{2n} \frac{1}{i!} F^{(i)}(a) (b-a)^i + \frac{1}{(2n)!} \int_a^b F^{(2n+1)}(x) (b-x)^{2n} dx,$$

即

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^{2n} \frac{1}{i!} f^{(i-1)}(a) (b-a)^i + \frac{1}{(2n)!} \int_a^b f^{(2n)}(x) (b-x)^{2n} dx,$$

而

$$\begin{aligned} f(b) &= f(a) + \sum_{i=1}^{2n-1} \frac{1}{i!} f^{(i)}(a) (b-a)^i + \frac{1}{(2n-1)!} \int_a^b f^{(2n)}(x) (b-x)^{2n-1} dx, \\ f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) &= \sum_{i=0}^{2n-2k-1} \frac{1}{i!} f^{(2k+i)}(a) \left(\frac{b-a}{2}\right)^i \\ &\quad + \frac{1}{(2n-2k-1)!} \int_a^{\frac{a+b}{2}} f^{(2n)}(x) \left(\frac{a+b}{2} - x\right)^{2n-2k-1} dx. \end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned} R_n &= \int_a^b f(x) dx - \frac{1}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] (b-a) \\ &\quad + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1}(2k+1)!} f^{(2k)}\left(\frac{a+b}{2}\right) (b-a)^{2k+1} \\ &= \frac{1}{(2n)!} \int_a^b f^{(2n)}(x) (b-x)^{2n} dx - \frac{b-a}{6 \cdot (2n-1)!} \int_a^b f^{(2n)}(x) (b-x)^{2n-1} dx \\ &\quad - \frac{2(b-a)}{3 \cdot (2n-1)!} \int_a^{\frac{a+b}{2}} f^{(2n)}(x) \left(\frac{a+b}{2} - x\right)^{2n-1} dx \\ &\quad + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1}(2k+1)!} (b-a)^{2k+1} \int_a^{\frac{a+b}{2}} f^{(2n)}(x) \left(\frac{a+b}{2} - x\right)^{2n-2k-1} dx \\ &= \frac{1}{(2n)!} \int_a^{\frac{a+b}{2}} f^{(2n)}(x) h(x) dx + \frac{1}{(2n)!} \int_{\frac{a+b}{2}}^b f^{(2n)}(x) \left[(b-x)^{2n} - \frac{n}{3} (b-a) (b-x)^{2n-1} \right] dx, \end{aligned}$$

其中

$$h(x) = (b-x)^{2n} - \frac{n}{3}(b-a)(b-x)^{2n-1} - \frac{4n}{3}(b-a)\left(\frac{a+b}{2} - x\right)^{2n-1} \\ + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1}} \binom{2n}{2k+1} (b-a)^{2k+1} \left(\frac{a+b}{2} - x\right)^{2n-2k-1}$$

由引理 1

$$h(a) = h'(a) = \cdots = h^{(2n-4)}(a) = 0,$$

$$h^{(2n-3)}(x) = \frac{n}{3}(2n-1)!(x-a)^2 \left(x - \frac{a+b}{2}\right) < 0 \quad \left(a < x < \frac{a+b}{2}\right),$$

即有

$$h(x) < 0 \quad \left(a < x < \frac{a+b}{2}\right),$$

又显然

$$(b-x)^{2n} - \frac{n}{3}(b-a)(b-x)^{2n-1} < 0 \quad \left(\frac{a+b}{2} < x < b\right),$$

于是由积分中值定理, 存在 $\left(a, \frac{a+b}{2}\right)$ 内的数 ξ_1 及 $\left(\frac{a+b}{2}, b\right)$ 内的数 ξ_2 , 使

$$R_n = \frac{1}{(2n)!} f^{(2n)}(\xi_1) \int_a^{\frac{a+b}{2}} h(x) dx + \frac{1}{(2n)!} f^{(2n)}(\xi_2) \int_{\frac{a+b}{2}}^b \left[(b-x)^{2n} - \frac{n}{3}(b-a)(b-x)^{2n-1} \right] dx \\ = -\frac{n-1}{3 \cdot 2^{2n-1}(2n+1)!} \left[\frac{1}{2} f^{(2n)}(\xi_1) + \frac{1}{2} f^{(2n)}(\xi_2) \right] (b-a)^{2n+1}.$$

再用介值定理即证。

为证定理 3, 先建立引理 2.

引理 2 记

$$h(x) = (b-x)^{n+3} - \frac{n+3}{2(n+2)} \frac{b-a}{\theta^{n+1}} [a + \theta(b-a) - x]^{n+2} - \frac{n+3}{2(n+2)} (b-a)(b-x)^{n+2},$$

其中 $\theta = \frac{n+1}{n+3}$, 那末

$$h(x) < 0 \quad (a < x < a + \theta(b-a)).$$

证 仿文[2]引理 2 的证明可证。

定理 3 的证明 记 $F(x) = \int_a^x f(x) dx$, 则 $F^{(i)}(a) = 0$ ($i = 2, 3, \cdots, n$). 使用泰勒公式, 并采用积分余项, 有

$$F(b) = F(a) + F'(a)(b-a) + \sum_{i=0}^2 \frac{1}{(n+i+1)!} F^{(n+i+1)}(a)(b-a)^{n+i+1} \\ + \frac{1}{(n+3)!} \int_a^b F^{(n+4)}(x)(b-x)^{n+3} dx,$$

即

$$\int_a^b f(x) dx = f(a)(b-a) + \sum_{i=0}^2 \frac{1}{(n+i+1)!} f^{(n+i)}(a)(b-a)^{n+i+1} \\ + \frac{1}{(n+3)!} \int_a^b f^{(n+3)}(x)(b-x)^{n+3} dx,$$

而

$$\begin{aligned}
f[a+\theta(b-a)] &= f(a) + \sum_{i=0}^2 \frac{1}{(n+i)!} \theta^{n+i} f^{(n+i)}(a) (b-a)^{n+i} \\
&\quad + \frac{1}{(n+2)!} \int_a^{a+\theta(b-a)} f^{(n+3)}(x) [a+\theta(b-a)-x]^{n+2} dx, \\
f(b) &= f(a) + \sum_{i=0}^2 \frac{1}{(n+i)!} f^{(n+i)}(a) (b-a)^{n+i} + \frac{1}{(n+2)!} \int_a^b f^{(n+3)}(x) (b-x)^{n+2} dx.
\end{aligned}$$

于是

$$\begin{aligned}
R_n &= \int_a^b f(x) dx - \left\{ \left[1 - \frac{1}{2(n+2)} \left(1 + \frac{1}{\theta^{n+1}} \right) \right] f(a) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2(n+2)\theta^{n+1}} f[a+\theta(b-a)] + \frac{1}{2(n+2)} f(b) \right\} (b-a) \\
&= \frac{1}{(n+3)!} \int_a^b f^{(n+3)}(x) (b-x)^{n+3} dx \\
&\quad - \frac{b-a}{2(n+2)(n+2)!} \theta^{n+1} \int_a^{a+\theta(b-a)} f^{(n+3)}(x) [a+\theta(b-a)-x]^{n+2} dx \\
&\quad - \frac{b-a}{2(n+2)(n+2)!} \int_a^b f^{(n+3)}(x) (b-x)^{n+2} dx \\
&= \frac{1}{(n+3)!} \int_a^{a+\theta(b-a)} f^{(n+3)}(x) h(x) dx + \frac{1}{(n+3)!} \int_{a+\theta(b-a)}^b f^{(n+3)}(x) k(x) dx,
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
k(x) &= (b-x)^{n+3} - \frac{n+3}{2(n+2)} (b-a) (b-x)^{n+2}, \\
h(x) &= k(x) - \frac{n+3}{2(n+2)} \frac{b-a}{\theta^{n+1}} [a+\theta(b-a)-x]^{n+2}.
\end{aligned}$$

由引理 2

$$h(x) < 0 \quad (a < x \leq a + \theta(b-a)),$$

又显然

$$k(x) < 0 \quad (a + \theta(b-a) < x < b),$$

于是由积分中值定理, 存在 $(a, a + \theta(b-a))$ 内的数 ξ_1 及 $(a + \theta(b-a), b)$ 内的数 ξ_2 , 使

$$\begin{aligned}
R_n &= \frac{1}{(n+3)!} f^{(n+3)}(\xi_1) \int_a^{a+\theta(b-a)} h(x) dx + \frac{1}{(n+3)!} f^{(n+3)}(\xi_2) \int_{a+\theta(b-a)}^b k(x) dx \\
&= -\frac{1}{(n+3)!} \left[\frac{1}{2(n+2)} (1+\theta^2) - \frac{1}{n+4} \right] [(1-\alpha) f^{(n+3)}(\xi_1) + \alpha f^{(n+3)}(\xi_2)] (b-a)^{n+4},
\end{aligned}$$

其中

$$\alpha = \frac{n-2\theta(n+2)}{n-\theta^2(n+4)} (1-\theta)^{n+3},$$

显然

$$0 < \alpha < 1.$$

再用介值定理即证。

3 举 例

把 $[a, b]$ 等分成 m 个区间 $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{m-1}, x_m]$ ($x_0 = a, x_m = b$), 记

$$f(x_i) = y_i, \quad f^{(2k)}\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right) = y_{i+\frac{1}{2}}^{(2k)},$$

在每个区间上使用定理2,有近似公式

$$\int_a^b f(x)dx \doteq \frac{b-a}{6m} \left(y_0 + y_m + 2 \sum_{i=1}^{m-1} y_i + 4 \sum_{i=0}^{m-1} y_{i+\frac{1}{2}} \right) - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k-1}{3 \cdot 2^{2k-1} (2k+1)!} \left(\frac{b-a}{m} \right)^{2k+1} \sum_{i=0}^{m-1} y_{i+\frac{1}{2}}^{(2k)}, \quad (2)$$

$$|R_n| \ll \frac{n-1}{3 \cdot 2^{2n-1} m^{2n} (2n+1)!} \max_{a \leq x \leq b} |f^{(2n)}(x)| (b-a)^{2n+1}.$$

例1 计算 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

在(2)中分别令 $n=2, 3$, 得近似公式:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx \doteq \frac{1}{6m \sqrt{2\pi}} \left[1 + e^{-\frac{1}{2}} + 2 \sum_{i=1}^{m-1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{i}{m} \right)^2} + 4 \sum_{i=0}^{m-1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{2i+1}{2m} \right)^2} \right], \quad (3)$$

$$|R_2| \ll \frac{1}{960 \sqrt{2\pi} m^4};$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx \doteq \frac{1}{6m \sqrt{2\pi}} \left\{ 1 + e^{-\frac{1}{2}} + 2 \sum_{i=1}^{m-1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{i}{m} \right)^2} + 4 \sum_{i=0}^{m-1} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{2i+1}{2m} \right)^2} - \frac{1}{480m^4} \sum_{i=0}^{m-1} \left[3 - 6 \left(\frac{2i+1}{2m} \right)^2 + \left(\frac{2i+1}{2m} \right)^4 \right] e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{2i+1}{2m} \right)^2} \right\}, \quad (4)$$

$$|R_3| \ll \frac{1}{16128 \sqrt{2\pi} m^6}.$$

按近似公式(3)(4)计算得表1.

表1 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ 的近似值

m	1	2	3
近似公式(3)	$0.3415 \pm 4 \times 10^{-4}$	$0.34136 \pm 3 \times 10^{-5}$	$0.341347 \pm 5 \times 10^{-6}$
近似公式(4)	$0.34134 \pm 2 \times 10^{-5}$	$0.3413446 \pm 4 \times 10^{-7}$	$0.34134474 \pm 3 \times 10^{-8}$

显然(4)优于(3).

例2 计算 $\int_0^b \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \quad (b>0)$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^4}}, \quad f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 0.$$

在定理3中分别令 $n=1, 2, 3, 4$, 得近似公式:

$$\int_0^b \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \doteq \frac{1}{6} \left(1 + \frac{4}{\sqrt{1+(b/2)^4}} + \frac{1}{\sqrt{1+b^4}} \right) b, \quad (5)$$

$$|R_1| \ll \frac{1}{24 \times 5!} \times 12(10b^{12} + 81b^8 + 48b^4 + 1)b^5;$$

$$\int_0^b \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \doteq \left(\frac{8}{27} + \frac{125}{216 \sqrt{1+(3b/5)^4}} + \frac{1}{8 \sqrt{1+b^4}} \right) b, \quad (6)$$

$$|R_2| \ll \frac{1}{300 \times 5!} \times 360(2b^{15} + 31b^{11} + 44b^7 + 7b^3)b^6;$$

$$\int_0^b \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \doteq \left(\frac{63}{160} + \frac{81}{160 \sqrt{1+(2b/3)^4}} + \frac{1}{10 \sqrt{1+b^4}} \right) b, \quad (7)$$

$$|R_3| \leq \frac{1}{630 \times 6!} \times 2520(2b^{18} + 53b^{14} + 143b^{10} + 63b^6 + 3b^2)b^7;$$

$$\int_0^b \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}} \doteq \left(\frac{1464}{3125} + \frac{16807}{37500 \sqrt{1+(5b/7)^4}} + \frac{1}{12 \sqrt{1+b^4}} \right) b, \quad (8)$$

$$|R_4| \leq \frac{1}{1176 \times 7!} \times 5040(8b^{21} + 336b^{17} + 1515b^{13} + 1345b^9 + 225b^5 + 3b)b^8.$$

按近似公式(5)(6)(7)(8)计算得表 2.

表 2 $\int_0^b \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$ 的近似值

b	0.1	0.3	0.5
近似公式(5)	$0.09999896 \pm 4 \times 10^{-8}$	$0.29975 \pm 1 \times 10^{-5}$	$0.4969 \pm 6 \times 10^{-4}$
近似公式(6)	$0.099999 \pm 7 \times 10^{-11}$	$0.299758 \pm 1 \times 10^{-6}$	$0.4970 \pm 2 \times 10^{-4}$
近似公式(7)	$0.099999 \pm 2 \times 10^{-11}$	$0.2997579 \pm 4 \times 10^{-7}$	$0.49696 \pm 8 \times 10^{-5}$
近似公式(8)	$0.099999 \pm 3 \times 10^{-12}$	$0.29975783 \pm 8 \times 10^{-8}$	$0.49695 \pm 4 \times 10^{-5}$

当 b 较小时,显然(6)(7)(8)优于(5).

参 考 文 献

1. Г. М. 菲赫金哥尔茨. 微积分学教程, 第二卷第一分册. 人民教育出版社, 1956
2. 费荣昌, 徐宝仁, 蒋炳鑫. 矩形公式的推广和改进. 无锡轻工业学院学报, 1993, (1): 68~77
3. 费荣昌, 杨宁津. 梯形公式的推广和改进. 无锡轻工大学学报, 1995, (1): 87~94
4. E. I. Poffald. The Remainder in Taylor's formula. Amer. Math. Monthly, 1989, 97: 205~213

The Extension and Improvement of Simpson's Formula

Zhang Jianhua Fei Rongchang

(Dept. of Math. & Phys. Sci.)

Abstract In this paper, we extend and improve the simpson's formula of difinite integrals' approximate calculation.

Subject-words Approximate integration: Simpson's formula: Integrals