

U型科里奥利质量流量计的 力学分析与灵敏度计算

范本隽 周一届

(无锡轻工大学机械工程系,无锡 214036)

摘要 建立了 U型科氏质量流量计的力学模型,研究了其灵敏度系数的计算方法,讨论了约束的影响。所得计算公式得到有限元计算结果的验证

关键词 质量流量计;灵敏度;科里奥利力

分类号 TP302

0 前言

科氏质量流量计于 20 世纪 80 年代随进口大型化工设备进入我国。由于它能直接测量质量流量,因而在流体工程领域有广泛的用途。目前该产品依靠进口,价格昂贵,将其国产化有重要的经济意义。国内已开始对 U 型科氏质量流量计设计理论的研究,但提出的灵敏度系数计算方法^[1]仍值得商讨。笔者认为,文献 [1] 有以下 3 个不足之处: 1) 该文对科氏力分布所作的在直杆部分均匀分布的假定与直杆在激振力作用下的弯曲变形相矛盾; 2) 该文实际上将结构简化成 E 端固定、A 端铰支的力学模型,与原结构约束情况不符; 3) 该文的计算中将 U 型管的扭角与 B 截面的转角视为等同,而由于 BCD 段的弯扭变形,这两者并不等同。本文在保持原结构的结构特征和受力特点不失真的前提下,经适当简化建立了 U 型质量流量计的力学模型,再按严格的力学求解步骤推导了灵敏度计算的有关公式。以具体算例,用有限元计算结果,验证了本文中提出的方法的正确性。

1 结构与工作原理

如图 1 所示,电磁激振器驱动 U 形管振动,被检测流体以质量流量 Q_m 流过 U 形管。由于牵连运动和相对运动的相互作用,流体的每一微团上受到与科氏加速度相应的科氏力的作用,其反作用力作用于 U 形管。在 U 形管的两肢上受到方向相反的力作用(如图 2 所示),从而使 U 形管发生扭转变形,该扭转变形迭加在由激振力引起的弯曲变形上,使管上 B 和 D 两截面通过振动中心的时间有一时间差 Δt (可通过检测器测出), $\Delta t = \theta \cdot 2R / \dot{z}_B$,式中 $\dot{z}_B$ 是 B 截面通过振动中心时的速度, θ 为 U 型管的扭角。 $\theta = m_K / K_\theta$, m_K 为科氏力合成的扭转

力偶矩,是质量流量 Q_m 的表达式; K_θ 为 U形管的扭转刚度 故只要解决了扭转力偶矩的计算和扭转刚度的计算,即可由关系式 $\theta = \frac{m_K}{K_\theta} = \frac{\dot{z}_B \Delta t}{2R}$ 利用测得的 Δt 计算出质量流量 Q_m .

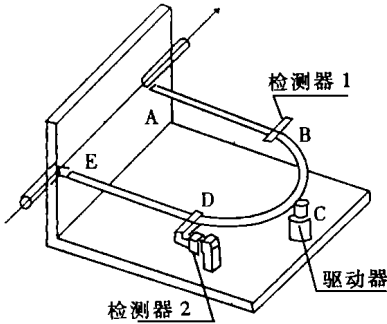


图1 结构示意图

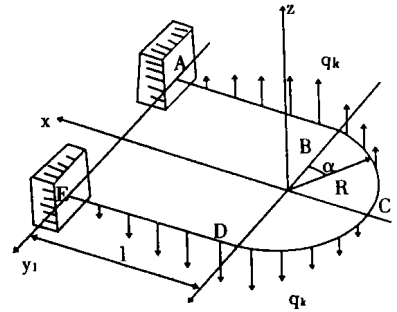


图2 力学模型

2 扭转力偶矩 m_K 的计算

力学模型如图 所示

U形管 A 和 E 端与外管道固接,简化为固定端 C 处受电磁驱动力 F 的作用, $F = F_0 \sin pt$, 式中 p 为驱动力角频率. U形管的实际振动形态很难用简单的函数表示,当振动频率低于其基频时,近似取其静挠度曲线为其在激振力作用下的变形曲线. 于是在 AB 段:

$$\text{挠度 } z(x, t) = \left[\frac{(F_0/2)x^2}{6EI} (3l - x) + \frac{(F_0/2)Rx^3}{2EI} \right] \sin pt \quad (1)$$

$$\text{速度 } \dot{z}(x, t) = \frac{F_0 p}{2EI} \left[\frac{1}{2}lx^2 - \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2}Rx^2 \right] \cos pt \quad (2)$$

$$\text{截面转角 } \dot{\theta}(x, t) = \frac{\partial \dot{z}}{\partial x} = \frac{F_0}{2EI} \left[(l + R)x - \frac{1}{2}x^2 \right] \sin pt \quad (3)$$

$$\text{角速度 } \dot{\theta}(x, t) = \frac{F_0 p}{2EI} \left[(l + R)x - \frac{1}{2}x^2 \right] \cos pt \quad (4)$$

$$\text{惯性力集度 } q_K = (dm \cdot 2\ddot{z}(x, t) \nu_r) / dx = \frac{F_0 p Q_m}{EI} \left[(l + R)x - \frac{1}{2}x^2 \right] \cos pt \quad (5)$$

在 BC 段,假设惯性力集度为

$$q_K = (q_K)_B \cos T = \frac{F_0 p Q_m}{EI} \left[\frac{1}{2}l^2 + lR \right] \cos T \cos pt \quad (6)$$

当通过振动中心时, $\cos pt = 1$ 此时 AB 和 DE 段上科氏力合成力偶矩为

$$m_{K1} = \int_0^l q_K \cdot 2R dx = \frac{F_0 p Q_m}{EI} \cdot \frac{Rl^2}{3} (2l + 3R) \quad (7)$$

BCD 段上科氏力合成力偶矩为

$$m_{K2} = \int_0^c \left[\frac{F_0 p Q_m}{EI} \left(\frac{1}{2}l^2 + lR \right) \cdot 2R^2 \cos^2 T \right] dT = \frac{F_0 p Q_m}{EI} \cdot \frac{c}{4} R^2 l (l + 2R) \quad (8)$$

总扭转力偶矩为

$$m_K = m_{K1} + m_{K2} = \frac{F_0 p Q_m}{EI} Rl \left[\frac{2}{3}l^2 + \left[1 + \frac{c}{4} \right] Rl + \frac{c}{2} R^2 \right] \quad (9)$$

3 扭转刚度 K_θ 的计算

3.1 静不定次数与基本静定系

两端固定连接的 U 形管属高次静不定系统,一般情形下在 A 端解除约束后有 6 个多余约束反力分量 ($X_A, Y_A, Z_A, M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az}$), 在现在的特定载荷下并且是小变形时, X_A, Y_A, M_{Az} 均为零, 但 Z_A, M_{Ax}, M_{Ay} 不为零, 故 A 端应有 3 个多余约束反力分量 Z_A, M_{Ax}, M_{Ay} , 静不定次数为 3

利用结构对称、载荷反对称的特点, 可将该问题的静不定次数降低为 2 因 C 截面上内力仅剪力 Q_y 和扭矩 T_n 不为零, 并且相应于该二内力的位移为零, 故可将结构沿对称面切开支一半作为基本静定系 (如图 3 所示), 多余约束反力 Q_y 和 T_n 分别改用 X_1 和 X_2 标记。该问题的协调条件为: 在载荷和多余约束反力 X_1 和 X_2 的共同作用下, C 截面的 Z 方向位移以及绕 X 轴的转角为零

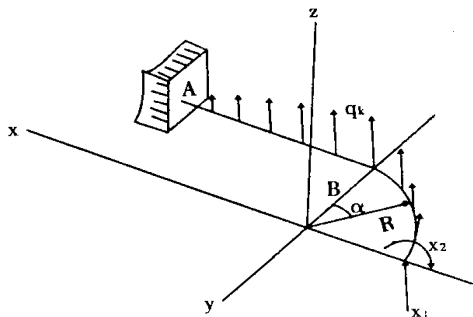


图 3 基本静定系

3.2 正则方程

该静不定问题的正则方程为

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= \int \frac{M_i^0 M_j^0}{EI} ds + \int \frac{T_i^0 T_j^0}{GI_p} ds \\ \Delta_{iP} &= \int \frac{M_i^0 \tilde{M}_P}{EI} ds + \int \frac{T_i^0 \tilde{T}_P}{GI_p} ds \end{aligned} \quad (11)$$

($i = 1, 2; j = 1, 2$)

M_i^0 和 T_i^0 分别为单位力 X_i 作用于基本静定系上产生的弯矩、扭矩, $\tilde{M}_P$ 和 $\tilde{T}_P$ 分别为载荷 (科氏力) 作用于基本静定系上产生的弯矩、扭矩。积分遍及 ABC 段。设 $l/R = k_1, GI_p/EI = k_2$, 计算积分可得到正则方程的系数

$$\begin{cases} \delta_{11} = \frac{R^3}{EI} \left[0.7854 + k_1 + k_1^2 + \frac{1}{3}k_1^3 + \frac{0.3562 + k_1}{k_2} \right] \\ \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{R^2}{EI} \left[-0.7854 - k_1 - \frac{1}{2}k_1^2 + \frac{0.2146}{k_2} \right] \\ \delta_{22} = \frac{R}{EI} \left[0.7854 + k_1 + \frac{0.7854}{k_2} \right] \end{cases} \quad (12)$$

(12) 的 3 个式子对 U 型科氏质量流量计结构设计有指导作用。

3.3 总内力

从正则方程 (10) 解出多余约束反力 X_1 和 X_2 , 则 U 形管的总内力 (即科氏力作用下原静不定结构的内力) 为

$$\begin{cases} M_p = \tilde{M}_p + X_1 M_1^0 + X_2 M_2^0 \\ T_p = \tilde{T}_p + X_1 T_1^0 + X_2 T_2^0 \end{cases} \quad (13)$$

3.4 扭转刚度

就所检测的量是 B 和 D 两截面通过振动中心的时间差而言,要计算的扭角 θ 是通过振动中心时, B 与 D 两截面形心的连线对 Y 轴的倾角(见图 4). 计算 θ 应在 B 和 D 处加一对单位力(利用对称性只需 B 处加一个),按同样方法求出该单位力作用下的内力 M 和 T . 再由能量法计算 B 截面铅直位移:

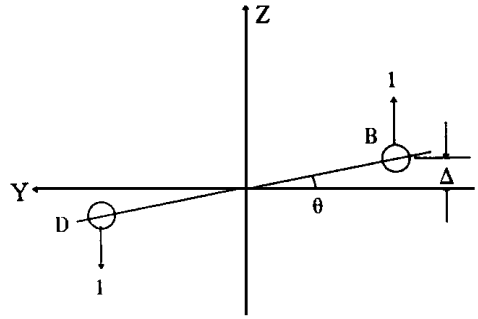


图 4 扭角 θ 及用于计算 θ 的单位力

$$\Delta = \int \frac{\bar{M}M_p}{EI} ds + \int \frac{\bar{T}T_p}{GI_p} ds \quad (14)$$

于是扭角 $\theta = \frac{\Delta}{R}$, 扭转刚度 $K_\theta = mK \theta$.

4 灵敏度系数 K 的计算

令式(2)中 $\cos pt = 1$, 且 $x = l$, 得 B 点通过振动中心的速度

$$\dot{z}_B = \frac{F_0 p}{2EI} \left[\frac{1}{3} l^3 + \frac{1}{2} R l^2 \right] \quad (15)$$

再由关系式 $\theta = \frac{mK}{K_\theta} = \frac{\dot{z}_B \Delta t}{2R}$ 得

$$\frac{F_0 p Q_m}{EI K_\theta} R l \left[\frac{2}{3} l^2 + \left(1 + \frac{c}{4} \right) R l + \frac{c}{2} R^2 \right] = \frac{F_0 p}{2EI} \left[\frac{1}{3} l^3 + \frac{1}{2} R l^2 \right] \Delta t / 2R$$

即

$$\frac{R^2 Q_m}{K_\theta} [16l^2 (24 + 6c) R l + 12c R^2] = l (2l + 3R) \Delta t \quad (16)$$

定义单位质量流量产生的时间差 Δt 为质量流量计的灵敏度系数 K , 则

$$K = \frac{\Delta t}{Q_m} = \frac{R^2 [16l^2 + (24 + 6c) R l + 12c R^2]}{K_\theta (2l + 3R) l} \quad (17)$$

5 计算实例及分析

U 型单管质量流量计, 材料为不锈钢, 规格为 $R = l = 57 \text{ mm}$, 管内径 $d = 2.6 \text{ mm}$, 外径 $D = 3.2 \text{ mm}$. 材质参数 $E = 208 \text{ GPa}$, $G = 80 \text{ GPa}$. 计算得扭转刚度 $K_\theta = 1.114 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm/rad}$, 灵敏度系数 $K = 0.156 \mu\text{s}/(\text{kg} \cdot \text{h})$. 当流量为 $0 \sim 50 \text{ kg/h}$ 时, 相应的 Δt 变化范围为 $0 \sim 7.80 \mu\text{s}$. 为验证上述结果, 用有限元法计算本算例. 将结构的一半 (ABC 段) 划分成 12 个管单元, 作用有按 (5) 和 (6) 两式规律分布的载荷并经离散为等效节点力, 用 Super SAP 有限元分析程序计算得 B 截面铅直位移 Δ' , 则扭角 $\theta' = \Delta' / R$, 扭转刚度 $K'_\theta = m'_k \theta'$. 有限元法计算结果为 $K'_\theta = 1.128 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm/rad}$, 与按本文公式计算的结果吻合.

改变 A 和 E 端的约束条件 (此时静不定次数亦改变), 因扭转刚度的变化使灵敏度系数不同. 表 1 列出了 3 种理想约束情形下该 U 型质量流量计的灵敏度系数计算值.

表 1 端部为各种约束时的灵敏度系数

端部约束	扭转刚度 K_θ / (N · mm /rad)	灵敏度系数 K / (μ s / (kg · h))	时间差 Δt / μ s
固定端	1. 114 $\times 10^5$	0. 156	0~ 7. 80
圆柱铰 (可绕 y_1 轴转)	0. 309 $\times 10^5$	0. 564	0~ 28. 20
球铰	0. 097 $\times 10^5$	1. 799	0~ 89. 95

实际安装的质量流量计,其灵敏度系数还要受端部的联接刚度的影响,因而要进行标定. 从理论上分析联接刚度的影响则是进一步的研究课题.

参 考 文 献

1 朱蕴璞,高欣宝,陈锦荣.科里奥利质量流量计灵敏度特性分析计算.南京理工大学学报.1997(6): 498~ 500

Mechanics Analysis and Sensitive Character Calculation
of the U-type Coriolis Mass Flowmeter

Fan Benjun Zhou Yijie

(Dept. of Mech. Eng. , Wuxi University of Light Industry, Wuxi 214036)

Abstract The mechanical model of the U-type Corolis mass flowmeter was designed, and the method to calculate its Sensitive Character was studied. The effect of restraint condition was also discussed. The results obtained here have been verified by the finite element method computation.

Subject words mass flowmeter; sensitivity; Coriolis force

(责任编辑: 秦和平)