

文章编号 :1009-038X(2000)04-0410-03

# 测量中的不确定度及其数学处理方法

鲁海燕

(无锡轻工大学计算科学和信息传播系,江苏无锡 214036)

**摘 要 :**论述了国际上新提出的不确定度概念和它的数学处理方法,以及与误差概念的区别,并说明了为什么要用不确定度的概念取代过去长期使用的误差概念来对测量结果的质量作出评定。

**关键词 :**测量不确定度;误差;概率

**中图分类号 :**O211.5

**文献标识码 :**A

## The Uncertainty of Measurement and Its Mathematical Method

LU Hai-yan

(Department of Computation Science and Information Communication, Wuxi University of Light Industry, Wuxi 214036)

**Abstract :** In this paper, the uncertainty of measurement and its mathematical method, which are newly presented internationally, were briefly interpreted. The differences between uncertainty of measurement and error of measurement were clarified. And the causes why we substitute the uncertainty of measurement for error were explained.

**Key words :** uncertainty of measurement; error; probability

长期以来,对实验测量数据的质量好坏,是以误差理论进行评定的。误差指的是测量值对真值的差距,但真值本身就是需要认识而又因为误差的存在而又无法准确认识的量,这就造成逻辑上的混乱和实际操作中定量的困难。因此国际上提出要用不确定度的概念代替误差概念,于是国际标准化组织 ISO 发动其它 7 个国际组织在 1993 年发布了《测量不确定度表示导则》,统一了不确定度概念及其数学处理方法,并在全世界推广应用<sup>[1]</sup>。根据《导则》,今后在国际上出具的任何校准证书、鉴定报告、测试报告、学术报告、技术规范、产品标准,甚至合同、协议等文件中的实验测量结果,都必须有与《导则》一致的不确定度说明,才能被承认是完整的和有意义的。为了与国际接轨,便于学术交流,应了解和重

视不确定度理论<sup>[2]</sup>。

### 1 测量过程和被测量值

#### 1.1 测量

测量是以确定量值为目的的一组操作。测量不是理想中的概念,任何测量过程都是在一定的技术条件,一定的认识条件和一定的环境条件下由人来具体完成的操作。所以测量过程不可避免的要受到上述条件的影响和制约。

#### 1.2 被测量

受测量的特定量(被测量)也不是理想中的量,而是物质在具体的现实条件下的一种表现。对被测量不能仅用一个值来说明,还应对此量进行描述。原理上讲,没有无穷多信息量,被测量就不可能被

收稿日期:1999-11-23;修订日期:2000-04-30。

作者简介:鲁海燕(1970-),女,山东淄博人,理学硕士,讲师。

万方数据

完全描述.

例如声音的速度就不是笼统的概念,比较完整的说法是:声音在由  $N_2(0.780\ 8)$ ,  $Ar(0.009\ 35)$ ,  $CO_2(0.000\ 35)$  成分组成的干燥空气中,在温度  $T = 273.15\ K$  时的速度.但这样的描述也不是全面的,声音的速度还可能与定义中未提及的压力  $p$  有关,压力不一样,速度值也不一样,也就是说,由于压力的影响,速度值不止一个.所以根据上面的速度定义,实际上有许多速度值都能满足上述定义.另外,在上述规定的物理状态和条件下,理想情况是测量所复现的量应完全与定义的被测量一致,然而通常情况下,上述定义的条件本身在实际中也是不可完全保证的量,所以由于定义的不完全和条件本身的近似,测量总是在被测量的近似量上进行.

### 1.3 真值

在上述意义下,真值应理解为完全满足被测量定义的量值,即理想条件下定义的量值.但根据上面所说的理由和例子,还存在着被测量的定义不完全(完全的定义需要无穷的信息),因此满足此定义的真值不止一个,而是散布在一定范围内的许多值.因此真值仅仅是一个理想的概念,在《导则》中,“真”字认为是多余的.

### 1.4 测量的实际情况

测量不是理想中的过程,而是在大量的已知或未知的因素影响下的具体实践过程.在未被考虑到的或未被认识到的因素的影响下,即由于认识的不足,被测量值并不唯一,而是具有一定分散性.

## 2 误差

长期以来用误差表示测量结果的好坏.误差的定义是测量结果  $x$  与真值  $x_0$  之间的偏离.误差  $\Delta x = x - x_0$ .

误差的定义和概念从理论上讲是完全正确的,但依上所述,真值的概念仅仅是一个理想的概念,而在现实中是不可能得到的,所以误差也是理想中的而在现实中无法操作也是无法实现定量化的概念.

## 3 不确定度的定义

随着对测量过程的仔细分析和人们的认识发展,从误差中就很自然的发展出不确定度的概念来.《导则》中不确定度的定义是:不确定度就是与测量结果相关联的参数,表征合理赋予被测量值的分散性.其中被测量值意指被测量的测量值.

1) 此参数可以是标准偏差(或其倍数),或说明了置信水平的区间的半宽度.

2) 测量不确定度一般由多个分量组成.其中一些分量可用一系列测量结果的统计分布评定,以实验标准偏差表征;另一些分量由基于经验或其他信息假定的概率分布评定,也可用标准偏差表征.

3) 应了解,测量结果是被测量值的最佳估计,所有的不确定度分量,包括由系统影响引起的,如与修正值和参考标准有关的分量,均对分散性有贡献.根据不确定度的定义和概念,可以得到:在实际中,在认识水平和各种条件的制约下,对测量的认识总是有限的、局部的、不完整的,最后的测量结果是在当前认识水平下对被测量的最佳估计值,测量结果的不确定度是用来表示测量结果的可观测到的、或估计到的分散性的一个量.

显然,测量结果的不确定度是和误差完全不同的概念.不确定度和真值没有任何关系,只和测量结果的分散性有关,而测量结果的分散性在现实中是可以操作和定量表示的.

## 4 不确定度定量分析的数学方法

### 4.1 数学模型的建立

为简化模型,先以一个量的重复测量来说明数学模型的建立.

设  $y$  是被测量,影响  $y$  的测量结果的因素为  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (不包括未被认识或忽略的影响因素),它们也可看作是  $y$  的测量条件,同时也表示这些影响因素的量.因此可以写成

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

要得到  $y$  的较好测量结果,首先就要对其影响量作出测量和控制,这样首先要对影响量  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 进行测量.为简单起见,设测量  $x_i$  的影响因素是未知的,但这些影响因素肯定存在并影响着  $x_i$  的测量结果.在未知因素的影响下,  $x_i$  的测量值并不唯一而是具有一定的分散性.因此可以把  $x_i$  的测量值看作是在一定范围内具有一定概率分布的随机变量,因此  $x_i$  的分散性即随机变量的散布程度可以用  $x_i$  的方差来描述,为计算方便,一般用方差的平方根即标准偏差来度量  $x_i$  的分散性.因此,  $x_i$  的不确定度可以用  $x_i$  的标准偏差  $\sigma(x_i)$  来度量,这时称  $\sigma(x_i)$  为  $x_i$  的标准不确定度.综上所述,  $x_i$  的分散性反映了未知因素的影响,也就是说反映了人的认识不足,是人们对测量  $x_i$  结果的不可信程度的定量化.

4.2 有限次测量时标准不确定度的估算

要计算  $x_i$  的标准不确定度  $\sigma(x_i)$  需要知道  $x_i$  的概率密度分布. 有两种方法:

1) 通过抽样统计方法估算出  $x_i$  的概率密度分布. 即对  $x_i$  进行重复性测量, 得到  $m$  个测量值  $x_i^j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ). 根据统计理论,  $x_i$  的标准不确定度  $\sigma(x_i)$  可以用下式估计:

$$\sigma(x_i) = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^m (x_i^j - \bar{x}_i)^2}}{m - 1}$$

其中  $\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^m x_i^j}{m}$ . 因  $\sigma(x_i)$  是通过统计方法得到, 所以称为 A 类标准不确定度,  $m - 1$  为其自由度.

2) 无法通过统计方法得到  $x_i$  的标准不确定度. 此时, 通过以往的经验 and 数据估算出  $x_i$  的可能的概率密度分布形式和分布范围, 然后算出  $x_i$  的标准不确定度  $\sigma(x_i)$ . 这种估计是建立在以往的经验 and 认识上的, 以往的经验 and 认识的信息越多, 所估计的概率分布和分布范围的可信程度越高. 注意, 这里不是指估计的准不准确, 而是指对估计的可信程度. 这正好反映了不确定度和误差之间的概念区别. 在不确定度理论中, 概率的意义不仅是指事物发生的可能性, 而且还是指对事物可能发生的相信程度. 这种非直接统计方法得到的  $\sigma(x_i)$  称为 B 类不确定度.

A 类和 B 类不确定度没有任何本质区别, 只是表明获得的方法和途径的不同.

4.3 标准不确定度与扩展不确定度

通过上述方法, 就能得到所有影响因素  $x_i$  的标准不确定度  $\sigma(x_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). 这些影响量的不确定度最终传播影响到  $y$  的不确定度. 可以通过概率论的方法估算出  $y$  的标准不确定度:

$$\sigma^2(y) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma^2(x_i).$$

$y$  的最终测量结果是当前认识条件和水平下的最佳估计值, 可以用  $y$  的数学期望值来估计. 在样本较多的情况下,  $y$  的数学期望值又可以用  $y$  的算术平均值代替. 因此  $y$  的最佳估计值就是  $y$  的算术平均值.

有时为了在实际中使用方便, 一般会给标准不确定度  $\sigma(y)$  乘上一个包含因子  $k$ , 得到扩展不确定度  $U(y)$ :

$$U(y) = k \cdot \sigma(y)$$

$k$  的选择根据  $y$  的可能的概率密度分布和要求的置信度  $P$  来确定, 使被测量  $y$  的可能测量值以置信度  $P$  的概率散布在测量值  $y$  的范围  $(y - U(y), y + U(y))$  内.

5 结 语

综上所述, 不确定度并不表明测量结果接近真值的程度 (这是误差的概念), 而仅表示对测量结果的怀疑程度的一种量化说明, 反映了人的认识不足, 这是它与误差概念的最大区别. 随着人的认识水平的提高, 测量结果的不确定度就越小.

参考文献

[1] ISO. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement[M]. Printed in Switzerland: International Organization for Standardization, 1993.  
[2] 陈玮琪, 鲁海燕. 测量不确定度概念的认识意义[J], 科学技术和辩证法, 1999(6): 17~20.

(责任编辑: 秦和平)