文章编号: 1673 1689(2011) 01-0095 06

基于图聚类的蛋白质相互作用网络功能模块探测

梅娟1, 何胜2, 李炜疆2

(1. 无锡城市职业技术学院 电子信息工程系, 江苏 无锡 214153; 2. 江南大学 生物工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘 要:作者采用了基于模块性的图聚类算法来探测蛋白质相互作用网络中的集团,在具有2617 个节点11855个相互作用的酵母蛋白质相互作用网络中探测出177个集团,同时采用 慕尼黑信息 中心(Munich Information Center, MIPS)的层次功能注释对其进行了注释,并且验证得到的集团 的确是内部连接紧密的子图。

关键词: 蛋白质相互作用网络; 模块性; 聚类; 功能模块 中图分类号: Q 811.4 **文献标识码:** A

Detection of Communities in the Yeast Protein Protein Interaction Network Based on Graph Clustering

M EI Juan¹, H E Sheng², LI W er jiang²

(1. Department of Electronic and Information Technology, Wuxi City College of Vocational Technology, Wuxi 214153, China;
 (2. School of Biotechnology, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Interaction detection methods can led to the discovery of thousands of protein protein interactions, and discerning relevance within large scale data sets is important for bioinformation. As an important means for knowledge discovery, graph clustering attracts much attention in analysis of protein protein interaction networks. Here, a modularity-based method was used to find communities of protein protein interaction networks. Using this method, 177 communities were detected from a network involving 11, 855 interactions among 2617 proteins in yeast and annotated according to MIPS hierarchical functional categories. The results validated that these communities are indeed densely connected in sub-graphs.

Key words: protein protein interaction network, modularity, clustering, functional module

自 1995 年 12 月完成第一个微生物(流感嗜血 杆菌)全基因组测序以来^[1],越来越多原核和 真核 生物的基因组被成功测序^[2]。后基因组时代的一 个焦点就是挖掘测序完成的酵母基因组的基因产 物的功能地位。蛋白质几乎不独立地在生化层次 起作用, 而是通过与其他蛋白质相互作用形成一个 集体去执行某个特定的细胞任务^[3], 因此, 探测蛋 白质相互作用的高通量技术吸引了许多研究者的 关注。近年来, 以酵母双杂交^[4]、串联亲和纯化^[5]、 蛋白质芯片^[6]、质谱分析^[7]和噬菌体显示^[8]等为代

收稿日期: 2010-01-10

作者简介:梅娟(1980-),女,江苏盐城人,工学博士,讲师,主要从事人工智能和生物信息学研究。Email:meir

juanwx@gmail.com

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表的高通量蛋白质组技术的发展和应用,使得蛋白 质相互作用数据呈指数增长。不同研究组已经成 功测定了幽门螺杆菌 $(H. pylotri)^{[9]}$ 、酵母 $(S. cer-evisiae)^{[10]}$ 、线虫 $(C. elegans)^{[11]}$ 、果蝇 $(D. melano-gaster)^{[12]}$ 等模式生物的部分蛋白质相互作用。大 量的相互作用数据已经被收集整理在不同的公共 数据库中。例如, DIP(Database of Interacting Proteins)^[13]数据库中收集了4963个蛋白间的17570 个相互作用(Scere20081014), 然而, 其中接近一半 蛋白质的功能是未知的。因此, 需要有效的计算方 法来处理这些急速增长的复杂数据。

相互作用数据为系统地分析大的生命系统的 结构提供了一个很好的机会,借此能够理解一些基 本组成部分,比如蛋白复合物,细胞通路,蛋白相互 作用和功能模块。相应的细胞功能和生化过程都 是通过功能模块中的蛋白相互作用体现出来的,复 杂网络的模块结构对功能分析是至关重要的^[14-15]。 鉴别蛋白质相互作用网络中这样的功能模块有助 于理解这些基本细胞网络的结构和功能。因此,开 发有效的计算方法探测功能模块是一个巨大的但 必不可少的挑战。聚类作为探索关系数据组织结 构的重要手段能够帮助我们更好地理解蛋白质相 互作用网络的拓扑结构以及其组分间的相互关系。 并且,每个集团的主要功能可以由它成员(蛋白质) 的功能来推断,集团中未被注释的成员的功能可以 用已被注释的成员的功能进行注释^[16]。

蛋白质相互作用网络的数学模型是无向图,图 的节点表示蛋白质,连接节点的边表示相应蛋白间 的相互作用。因此,对蛋白相互作用数据的聚类问 题简化为图论问题(或称为图聚类)^[17]。例如, maximal clique 方法通过寻找整个图中的完全连通 子图来探测功能模块^[18],然而由于构成有生物学意 义的集团的蛋白质之间的相互联系没有那么紧密, 因此这个方法只能找出少量集团。为了弱化 maximal clique 方法的严格要求, Quasi Clique^[19], MCODE^[20]等方法通过优化密度函数来探测联系紧 密的子图而不是完全连通子图。RNSC^[21]和 HCS^[22]方法通过寻找最小边切集来探测集团。 MCL^[23]方法通过迭代使用 expansion 和 inflation 这两个操作分别促进连接紧密的区域和减弱连接 稀疏的区域。Samantha 和 Liang^[24]采用了一个统 计方法,他们提出了一个基于随机抽样的概率模 型,用来评价网络中任意给定的两个蛋白质之间是 不是显著地拥有大量相同的相互作用蛋白质。如

量远远超出随机出现的可能,那么就认为这两个蛋 白质之间在功能上有关联。

作者采用了以"模块性"这个刻画集团结构强 弱的指标为目标函数的图聚类算法 CD 来探测酵母 蛋白相互作用网络中的集团,并且验证了得到的集 团的确是内部连接紧密的子图。

1 数据和方法

1.1 数据

高通量数据中存在着大量的假阳性和假阴 性^[25],而且不同研究组得到的相互作用数据之间只 有很少的重叠部分^[26]。为了度量它们的精确度和 鉴别它们的偏歧,von Mering 等^[25]评估了已经发表 的 5 400 多个酵母蛋白中的 80 000 多条相互作用, 并且给每个相互作用一个置信度的打分。为降低 假阳性对数据分析的干扰,剔除了低置信度的相互 作用数据,保留了中度和高度的置信度的数据,最 终得到的数据集包含了 2 617 个蛋白的 11 855 个 相互作用。

1.2 蛋白质相互作用网络的构建

蛋白质相互作用网络用无向图 G(V, E) 来表示,其中节点集合 $V = \{P_1, P_2, ..., P_n\}$,包含了每 个蛋白作为节点,边集合 $E = \{(P_i, P_i) \mid \text{蛋白 } P_i \}$ 和 P_i 间具有相互作用}。对称的 n 维邻接矩阵用A 表示,且 $A_i = \begin{cases} 1 & (P_i, P_i) \in E \\ 0 & (P_i, P_i) \in E \end{cases}$

1.3 算法

从直观上看, 网络的集团是指内部联系紧密的 子网络, 集团之间的联系相对比较稀疏。为了对网 络的这种集团结构有一个定量描述, Newman 和 Girvan^[27]提出了模块性(modularity)这个评价指 标。在这个框架下, 较大的模块性值对应着网络一 个较强的集团结构, 因此, 探测网络的集团转化为 寻找最大模块性的优化问题。

1.3.1 模块性的定义 对于一个给定了划分,且
由 n 个节点和 m 条边组成的网络,它的模块性定义为:

$$Q(c) = \frac{1}{2m_{i,j=1}}^{n} (A_{ij} - \frac{d_{i}d_{j}}{2m}) \, \delta(c_{i}, c_{j})$$

其中, A 为这个网络的邻接矩阵, 当节点 i 和节点 j之间有边时, A 中的元素 A_i ; 等于 1, 否则为 0; d_i 为 节点 i 的度; δ 为 kronecker delta 函数, 当 x 等于 y时, $\delta(x, y)$ 等于 1, 否则为 0; c_i 为节点 i 所在集团 的编号。

果两个蛋白质所拥有的共同相互作用蛋白质的数。1.3.2。基于模块性的 CD 算法 能者使用的方法 194-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

是组前阶段开发的基于模块性优化的 CD 算法^[28], 下面作简单介绍。

基于模块性的优化算法的目标是能够找到一 个整型向量 c 使得 Q 值最大化。CD 算法的主要操作 是单点移动。为了表示的方便,可用一个最小变化 算子 T ka, 来描述这个操作。该算子作用于集团的编 号向量 c 从而产生新的集团结构 c'。也就是说,节点 k移动到集团 α 可以表示为:

其中.

$$c' = T k \alpha \alpha$$
,

$$_{j} = \begin{cases} \alpha, \, \exists j = k; \\ c_{k}, \, 其他所有j \end{cases}$$

则. 节点 k 移动到集团 α 后. 模块性的变化量为:

ć

$$D_{ka}(\mathbf{c}) = \frac{(d_k(a) - d_k(c_k))}{m} + \frac{d_k(d(c_k) - d(a) - d_k)}{2m^2} + \frac{A_{kk}}{m}, a \quad c_k,$$

其中, $d_i(\alpha)$ 表示节点 i 在集团(中邻居的个数(也就 是有连接的节点个数), $d(\alpha)$ 表示集团 α 中所有节点 的度之和。从上式可以看出, 由单点移动引起的模 块性变化量的计算量是 O(1)。由于这个操作的高效 性. 所以 CD 算法主要依赖于它。

对于一个给定的网络, 最初将所有节点随机分 配到任意多的集团中,为了改进这个初始划分,依 次不断地将单个节点移动到使 Q 值增长最快的集 团中,直至 0 值不能再增大为止。在这个过程中,节 点逐渐归并到部分集团中,出现了不断增加的空集 团,导致非空集团的个数不断减少,称之为收缩过 程;经历收缩过程后,所有的节点处于较合适的集 团中,但这个状态只是相对于单节点移动的一个局 部最优解。为了寻求更好的集团结构,使所有节点 以扰乱概率 p 离开原来所在的集团, 即由 p 来控制 对收缩过程输出的集团结构的破坏程度。这个过程 中非空集团的个数迅速变多.因此称之为膨胀过 程。整个算法流程就是将收缩和膨胀过程迭代多次 求最优值的过程,其形式化定义如下:

CD algorithm:

(初始化)

1. 随机分配所有节点到 cmax 个集团中; 分别记录当前的集团结构和 Q 值为 c best 和 Q best

2. repeat

(收缩过程)

- 3. repeat
- 4. for each node i
- 移动节点 i 到集团 $\beta = \arg \max_{\alpha} \Delta_{i\alpha}$ 5.

until Q 不能再增大为止 7.

如果 $Q > Q_{\text{best}}$, 更新 c_{best} 和 Q_{best} 8.

(膨胀过程)

9. for each node i

以扰动概率 p 来决定节点 i 是否移动到其 10. 他集团中

11. endfor

12. until NITER times

在上面的算法流程中, NIT ER 表示整个收缩和膨胀 过程迭代的次数, arg max Δa 表示使 Δa 取最大值的 变量 α

1.4 集团的定量定义

从直观上看,集团是网络的一部分,它内部的 连接相比其与外部的连接更加稠密。为了能更好 地评价集团探测算法的性能表现,需要有更精确的 定义来描述集团,为此,文献中给出了多种定量的 定义。节点*i*的度用 k_i 表示,且 $k_i = \sum_i A_{ij}$ (邻接矩 阵明确且完整地反映了网络的拓扑结构,因为蛋白 质相互作用网络的数学模型是不带权的无向图.所 以邻接矩阵的元素或为0或为1)。设节点 i 属于子 图 $G_1(G_1 \subset G)$),则节点 *i*的度分成两部分: $k_i(G_1)$ $= k_i^{\text{in}}(G_1) + k_i^{\text{out}}(G_1) \bullet \sharp \Phi, \ k_i^{\text{in}}(G_1) = \sum_{i \in G_i} A_i = \xi_i = 0$ 示节点 i 与子图 G_1 中的节点之间的连接数, $k_i^{in}(G_1)$ $= \sum_{i \in G} A_i$; 表示节点i 与子图 G_1 外的节点之间的 连接数。

当 $\sum_{i \in G_i} k_i^{in}(G_1) > \sum_{i \in G_i} k_i^{out}(G_1)$ 时,子图 G_1 被认为是 集团。这时,子图 G1 内的度之和大于其与外部的度 之和。

1.5 给集团赋予功能和集团的 P 值

对于聚类得到的集团,其中可能含有多种蛋白 功能,为某集团赋予功能的最简单的方法是用该集 团中大部分蛋白所共有的功能来注释它。或者,我 们可以采用超几何分布来计算一个集团对某个特 定功能的蛋白的富集程度。对于蛋白数目为。的集 团,设其含有某功能的蛋白 t 个,并设整个蛋白质相 互作用网络中共含有 N 个蛋白, 该功能类共含有 C个蛋白.则这样的集团随机出现概率的 P 值是:

$$P = 1 - \sum_{i=1}^{t} \frac{\binom{c}{i-1} \binom{N-c}{s-i+1}}{\binom{N}{s}}$$

当 P 值越小(接近 0) 时,说明该集团能够随机 出现这种功能的概率就越低,则可能更有生物学意 6. ◎ 199年 如 Pi China Academic Journal Electronic Publish 2 这里用集团的最小 P. 值对应的蛋白功能给该集 团赋予主要功能。

2 结果和讨论

将 CD 算法应用于 1.1 节构建的蛋白相互作用 数据集。算法的参数设置如下: *c*_{max} = 500, NITER= 500, *p* = 0.7。对于得到的聚类结果,按照 1.4 节给出的集团定义进行验证,去掉不满足集团 定义的类,最终共得到 177 个集团。这些集团共包 含了 2 170 个蛋白,占所有蛋白的 82.92%,这表明 CD 算法得到的聚类结果对于酵母蛋白的功能有较 广的覆盖面。

首先从拓扑结构的角度来评价这 177 个集团 的合理性。为了达到这个目的,提出连接密度这个 指标。某一子图 G1 的连接密度等于这一子图内部 所有度之和 $\Sigma_i k_i^{in}(G_1), (i \in G_1)$ 除以组成该子图的 所有节点的度之和。显然,子图的连接密度的取值 范围是0到1。根据集团的定量定义,集团的连接 密度的取值范围是 0.5 到 1。对于聚类结果中某个 特定的集团,我们考虑如何选择参照物来说明其合 理性,其中一个简单的做法是从整个蛋白相互作用 网络中随机选取与该集团含有相同数目的蛋白,计 算由这些蛋白组成的子图的连接密度。然而.随机 选取的蛋白间不一定有相互作用,因此,这种做法 不足以令人信服。这里使用了一种较严格的方法, 即从该集团中随机选取小部分的蛋白与集团外相 同数目的蛋白交换,并且要求这些交换的蛋白间是 有相互作用的. 然后再观察交换后该集团连接密度 的变化情况。

图 1 描绘了聚类结果中所有集团的连接密度 以及交换后的连接密度, 虚线表示直线 y = x。图中 的数据点是 20 次独立实验的平均值。从图中 可以看出,当集团中 15% 的节点被交换后,绝大部 分集团的连接密度显著减小至 0.5 以下,这表明它 们已经不能成为集团。当更多的节点被交换 (30%),集团的连接密度减少更多。从这个实验发 现, CD 算法得到的集团的确是内部联系紧密的局 部子图,因此能够作为酵母蛋白相互作用网络的候 选功能模块。



图 1 聚类结果中集团连接密度与部分蛋白变换位置 后连接密度的散点图

Fig. 1 A scatter plot of the connectivity densities of the modules and the ones after replacement of proteins

对于聚类得到的 177 个集团, 计算了它们对应 的 P 值, 并采用了慕尼黑信息中心(Munich Infor mation Center, M IPS)的层次功能注释对其进行了 注释。在计算 P 值的过程中, 注意到 MIPS 的注释 允许一个蛋白有多于一种的功能。结果显示其中 175 个集团都被赋予一种功能, 而其他两个集团被 赋予两种功能。表 1 列出了这些集团的详细信息 (由于篇幅有限, 只列出部分集团)。

表1 各个集团的功能注释

Tab. 1	Functional	annotation	of	each	protein	community

ID	Proteins	MIPS Scheme	MIPS Description	Density
1	Q0045, Q0250, Q0275, YAR008W, YBR022W, YBR024W, YBR037C, YCL004W, YDL036C, YDL235C, YDR044W, YDR076W, YDR127W, YDR196C, YDR268W, YDR338C, YER043C, YER141W, YFL033C, YFL045C, YFR047C, YGL037C, YGL059W, YGL094C, YGL143C, YGL156W, YGL256W, YGR112W, YGR169C, YGR276C, YHL016C, YHR028C, YHR032W, YHR179W, YHR206W, YIL042C, YIL147C, YJL121C, YJR125C, YKR031C, YLR006C, YLR105C, YLR107W, YLR142W, YLR165C, YLR281C, YLR382C, YMR234W, YNL123W, YNL218W, YNL305C, YOL080C, YOL097C, YOL114C, YOR111W, YOR131C, YOR143C, YOR219C, YOR278W, YOR330C, YOR356W, YPL132W, YPL160W, YPL171C, YPL172C, YPR035W	30.05.01.10	twσcomponent sig- nal transduction sys- tem (sensor kinase component)	0. 623 1

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

第1期

续表 2

ID	Proteins	MIPS Scheme	MIPS Description	Density
2	Q0085, Q0130, YBL013W, YBL099W, YBR039W, YBR127C, YBR136W, YDL004W, YDL101C, YDL141W, YDL185W, YDL227C, YDR277C, YDR298C, YEL027W, YEL051W, YER070W, YER172C, YGL236C, YGL251C, YGR020C, YGR124W, YGR180C, YGR246C, YGR271W, YHR025W, YHR026W, YHR060W, YHL066C, YJL026W, YJR121W, YLR289W, YLR447C, YML096W, YMR054W, YOR028C, YOR270C, YOR332W, YPL234C, YPR145W	34.01.01.03	homeostasis of pro- tons	0.797
3	YMR186W, YNL064C, YOR027W, YPL240C	14.01	protein folding and stabilization	0. 6
4	Y A L003 W, Y G L 244 W, Y G R 140 W, Y G R 285 C, Y H R 064 C, Y J R 060 W, Y K L 049 C, Y K L 081 W, Y K L 089 W, Y M R 168 C	10.03.04.05	chromosome segrega tion/division	0. 571 4
5	Y A L009 W, YDL 116 W, Y GL092 W, Y G L100 W, Y G R0 57 C, Y G R161 G C, Y H R004 C, YIL109 C, Y J R042 W, Y KL057 C, Y KL176 C, Y K R082 W, Y L R 208 W, Y N L006 W, Y O R 160 W	42. 10. 05	nuclear membrane	0. 838 7
176	Y DR074W, Y ER062C, YH R043C, YH R044C, Y IL053W, Y LL026W, Y M L 100W, Y M R261C, Y PL 201C, Y P R026W	32. 01	stress response	0. 928 6
177	Y DR047W, Y DR080W, YER014W, Y G L067W, Y GR223C, Y M L115C, Y OR089C, Y OR176W	01.20.19.01	metabolism of por- phyrins	0. 736 8

3 结 语

采用基于模块性的聚类算法 CD 分析构造的酵 母蛋白相互作用网络, 对聚类得到的结果按照集团 的定量定义进行验证, 最终得到 177 个功能集团, 采用慕尼黑信息中心(Munich Information Center, MIPS)的层次功能注释对其进行了注释,使用超几 何分布来计算一个集团对某个特定功能的蛋白的 富集程度。研究表明,得到的集团的确是内部连接 紧密的子图,能够作为酵母蛋白相互作用网络的候 选功能模块,从中挖掘相关的功能信息是下一步研 究的主要任务。

参考文献(References):

- [1] Fleischmann R D, Adams M D, White O, et al. Whole genome random sequencing and assembly of Haemophilus influr enzae Rd[J]. Science, 1995. 269(5223): 496-512.
- [2] Letovsky S, Kasif S. Predicting protein function from protein/protein interaction data: a probabilistic approach [J].
 Bioinformatics, 2003, 19(Suppl 1): 197-204.
- [3] Gavin A C, Bosche M, Krause R, et al. Functional organization of the yeast proteome by systematic analysis of protein complexes [J]. Nature, 2002. 415(6868): 141-147.
- [4] Fields S, Song, O. A novel genetic system to detect protein protein interactions [J]. Nature, 1989. 340(6230): 245-246.

- [6] Zhu H, Bilgin M, Bangham R, et al. Global analysis of protein activities using proteome chips[J]. Science, 2001. 293 (5537): 2101-2105.
- [7] Ho Y, Gruhler A, Heilbut A, et al. Systematic identification of protein complexes in Saccharomyces cerevisiae by mass spectrometry[J]. Nature, 2002. 415(6868): 180-183.
- [8] Smith G P. Filamentous fusion phage: novel expression vectors that display cloned antigens on the virion surface[J]. Science, 1985. 228(4705): 1315-1317.
- [9] Rain J C, Selig L, De Reuse H, et al. The protein protein interaction map of Helicobacter pylori[J]. Nature, 2001. 409 (6817): 211-215.
- [10] U et z P, Giot L, Cagney G, et al. A comprehensive analysis of proteir protein interactions in Saccharomyces cerevisiae
 [J]. Nature, 2000. 403(6770): 623-627.
- [11] Li S, Armstrong C M, Bertin N, et al. A map of the interactome network of the metazoan C. elegans [J]. Science, 2004. 303(5657): 540-543.
- [12] Giot L, Bader J S, Brouwer C, et al. A protein interaction map of Drosophila melanogaster[J]. Science, 2003. 302 (5651): 1727-1736.
- [13] Xenarios I, Salwinski L, Duan X J, et al. DIP, the Database of Interacting Proteins: a research tool for studying cellular networks of protein interactions[J]. Nucleic Acids Res, 2002. 30(1): 303-305.
- [14] Guimera R, Nunes Amaral L A. Functional cartography of complex metabolic networks[J]. Nature, 2005. 433(7028): 895-900.
- [15] Pereira Leal J B, Enright A J, Ouzounis C A. Detection of functional modules from protein interaction networks [J]. Pro teins, 2004. 54(1): 49-57.
- [16] Bolten E, Schliep A, Schneckener, S, et al. Clustering protein sequences structure prediction by transitive homology
 [J]. Bioinformatics, 2001. 17(10): 935-941.
- [17] 梅娟, 王正祥, 石贵阳, 李炜疆. 复杂生物网络分析的图聚类方法研究进展[J]. 食品与生物技术学报, 2008, 27(5): 15 - 20.
 - MEI Juan, HE Sheng, WANG Zheng xiang, SHI Gui yang, LI Wei jiang. Clustering protein sequences through modularity optimization[J]. Journal of Food Science and Biotechnology, 2008, 27 (5): 15-20. (in Chinese)
- [18] Spirin V, Mirny L A. Protein complexes and functional modules in molecular networks [J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2003. 100(21): 12123-12128.
- [19] Bu D, Zhao Y, Cai L, et al. Topological structure analysis of the protein protein interaction network in budding yeast
 [J]. Nucleic Acids Res, 2003. 31(9): 2443- 2450.
- [20] Bader G D, Hogue C W. An automated method for finding molecular complexes in large protein interaction networks[J]. BMC Bioinformatics, 2003. 4:2.
- [21] King AD, Przulj N, Jurisica I. Protein complex prediction via cost based clustering[J]. Bioinformatics, 2004. 20(17): 3013-3020.
- [22] Hartuv E, Shamir R. A clustering algorithm based on graph connectivity [J]. Information Processing Letters, 2000. 76 (4-6): 175-181.
- [23] Enright A J, van Dongen S, Ouzounis C A. An efficient algorithm for large scale detection of protein families [J]. Nudeic Acids Res, 2002. 30(7): 1575-1584.
- [24] Samanta M P, Liang S. Predicting protein functions from redundancies in large scale protein interaction networks [J]. Proc Natl Acad Sci USA, 2003. 100(22): 12579-12583.
- [25] von Mering C, Krause R, Snel B, et al. Comparative assessment of large scale data sets of protein protein interactions
 [J]. Nature, 2002. 417(6887): 399-403.
- [26] Deane C M, Salwinski L, Xenarios I, Eisenberg D. Protein interactions: two methods for assessment of the reliability of high throughput observations[J]. Mol Cell Proteomics, 2002. 1(5): 349-356.
- [27] Newman M E, Girvan M. Finding and evaluating community structure in networks[J]. Phys Rev E, 2004, 69: 026113.
- [28] Mei J, He S, Shi G Y, Wang Z X, et al. Revealing network communities through modularity maximization by a contraction dilation method [J]. New Journal of Physics, 2009. 11: 043025.

100