

# 延迟锁定环的性能分析

赵雪梅

(自动化系)

**摘要** 通过对延迟锁定环互相关网络相关特性的分析,建立了延迟锁定环的等效系统方程。分析了互相关网络白噪声特性及其对系统的影响,讨论了存在附加白噪声时的系统性能,并用相平面法对延迟锁定环这一非线性反馈系统的搜索和捕获进行了研究和分析。

**主题词** 延迟锁定环; 互相关网络; 白噪声特性; 相平面法; 相关函数; 自相关特性

## 1 概述

延迟锁定环(Delay Lock Loop简称DLL)是一种非线性反馈系统<sup>[1]</sup>,利用反馈环路中的互相关特性,可以连续地跟踪两个相关波形之延迟差<sup>[1]</sup>。其互相关器的总相减输出就是实际延迟 $T$ 和延迟估计 $\hat{\tau}_d$ 之间的差 $\epsilon$ ,利用延迟差 $\epsilon$ 去控制VCC(Voltage-Controlled Clock),使VCC改变,从而使得延迟估计 $\hat{\tau}_d$ 跟踪实际延迟 $T$ 变化。在这里涉及的是最长线性反馈移位寄存器产生的二进制序列,分析的是视频相关延迟锁定跟踪环。

图1是视频延迟锁定跟踪环的方框图<sup>[1]</sup>。对于图1的延迟锁定环,其接收信号来自一个 $n$ 级最大线性反馈移位寄存器,其周期 $M\Delta = (2^n - 1)\Delta$ ( $\Delta$ —码元宽度, $n$ —反馈移位寄存

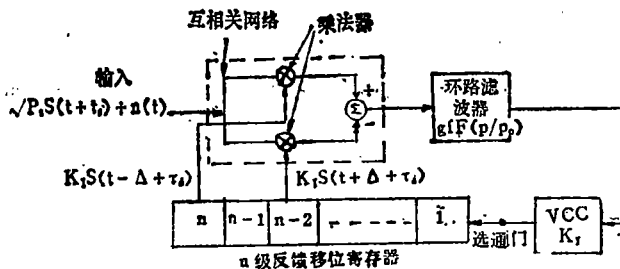


图1 二进制移位寄存器序列用 DLL

器的位数)。将该二进制信号和附加的高斯白噪声一起反馈入互相关网络中,用

$$\sqrt{P_s} \cdot S_{(t+T_s)} + n(t)$$

表示接收信号。就在这里与发射用的同一种伪随机二进制信号的时移形式(即本地参考信号)进行比较。图1中互相关网络的输出是:

本文1989年1月3日收到。

$$k\delta_s[t + \hat{\tau}_{d(t)}] \left\{ \sqrt{p_s} \cdot S(t+T_s) + n(t) \right\} \quad (1)$$

式中

$$k = k_r, k_m \quad \delta_s \triangleq S(t + \Delta) - S(t - \Delta)$$

$P_s$ ——接收信号功率;  $n(t)$ ——噪声

在(1)式的乘积中包含有一低频分量, 这一分量在系统一旦被“锁定”时就能用来使延迟锁定环保持准确地跟踪输入信号的延迟(也就是说相关网络的输出是与延迟跟踪误差成函数关系的电压值<sup>[1,2]</sup>。互相关网络后面的低通滤波器是按预期的动态特性设计的, 是尽可能多地滤掉噪声和其它干扰。环路滤波器的输出用来控制反馈移位寄存器的时钟速度。当收、发信机的反馈移位寄存器都处于特殊状态, 如全“1”状态时, 通过确定此两全“1”状态的时间差就很容易得到延迟估计量 $\tau_d$ 。

## 2 相关特性和等效系统方程

为了得到相关特性和分析系统的瞬态响应特性, 将(1)式中的信号互相关项写成如下形式:

$$\delta_s(t + \hat{\tau}_d) S(t + T_s) = R_{DLL}(\varepsilon) + n_s(t, \varepsilon) \quad (2)$$

式中

$$\varepsilon \triangleq T_s - \hat{\tau}_d$$

是延迟误差

$R_{DLL}(\varepsilon)$ 为互相关特性, 仅与 $\varepsilon$ 有关。当 $|\varepsilon| < \Delta$ 时 $R_{DLL}(\varepsilon)$ 与 $\varepsilon$ 成线性关系, 在 $2\Delta \leq |\varepsilon| \leq (M-2)\Delta$ 时为零。互相关特性 $R_{DLL}(\varepsilon)$ 是超前和滞后一个码位 $\Delta$ 的PN码自相关函数之差。

$$\begin{aligned} R_{DLL}(\varepsilon) &= E \left[ \delta_s(t + \hat{\tau}_d) \cdot S(t + T_s) \right] \\ &= R_{PN}(\varepsilon - \Delta) - R_{PN}(\varepsilon + \Delta) \end{aligned} \quad (3)$$

式中

$R_{PN}(\varepsilon - \Delta)$ ,  $R_{PN}(\varepsilon + \Delta)$ 分别表示超前和滞后延迟误差 $\varepsilon$ 一个 $\Delta$ 的自相关函数。PN码的自相关函数表示式为<sup>[1,2]</sup>:

$$R_{PN}(\varepsilon) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 - \frac{1 + \frac{1}{M}}{\Delta} |\varepsilon| & |\varepsilon| \leq \Delta \\ -\frac{1}{M} & \Delta \leq |\varepsilon| \leq M\Delta \quad |\varepsilon| > \Delta \end{array} \right\} \quad (4)$$

将(4)式代入(3)式则:

$$R_{DU}(\varepsilon) = \begin{cases} \left(\frac{M+1}{M}\right)\frac{\varepsilon}{\Delta} & |\varepsilon| \leq \Delta \\ -\left(\frac{M+1}{M}\right)\frac{\varepsilon}{\Delta} \left[1 - \frac{2\Delta}{|\varepsilon|}\right] & \Delta \leq |\varepsilon| \leq 2\Delta \\ 0 & 2\Delta \leq |\varepsilon| \leq (M-2)\Delta \end{cases} \quad (5a)$$

$$R_{DLL}(\varepsilon) = R_{DLL}(|\varepsilon| - M\Delta) \quad (M-2)\Delta \leq |\varepsilon| \leq (M+2)\Delta \quad (5b)$$

为了便于比较, 将(4)式的  $R_{PN}(\varepsilon)$  与(5)式的  $R_{DLL}(\varepsilon)$  以及  $R_{PN}(\varepsilon - \Delta)$ 、 $R_{PN}(\varepsilon + \Delta)$  分别表示在图2中。由于  $S(t)$  是周期为  $M\Delta$  的周期函数, 所以  $R_{DLL}(\varepsilon)$  有同样的周期。  $n_s(t, \varepsilon)$  是相关器输出的自噪声, 为一另均值过程, 也具有同样的周期。  $n_s(t, \varepsilon)$  可表示如下:

$$n_s(t, \varepsilon) = S(t + \Delta + \frac{\Delta}{\tau_d}) \cdot S(t + T_s) - S(t - \Delta + \frac{\Delta}{\tau_d}) S(t + T_s) - R_{DLL}(\varepsilon) \quad (6)$$

假定(1)式中的噪声  $n(t)$  为白噪声, 则互相关网络的输出也是白噪声<sup>[5]</sup>:

$$K\delta S(t + \frac{\Delta}{\tau_d} n(t)) \stackrel{\Delta}{=} Kn_n(t) \quad (7)$$

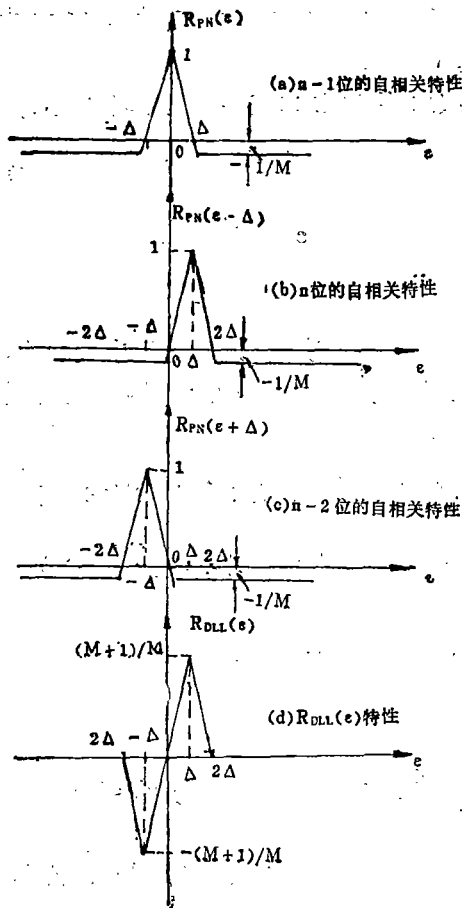


图2  $R_{PN}(\varepsilon)$ ,  $R_{PN}(\varepsilon - \Delta)$ ,  $R_{PN}(\varepsilon + \Delta)$ ,  $R_{DLL}(\varepsilon)$  特性

(2)式加(7)式得互相关网络的输出是:

$$K\sqrt{P_s}\{R_{DLL}(\varepsilon) + n_s(t, \varepsilon) + n_n(t)/\sqrt{P_s}\} \quad (8)$$

其中 $R_{DLL}(\varepsilon)$ 是希望的误差修正项。

$n_s(t, \varepsilon)$ ——互相关网络输出的自噪声(即内部噪声)

$n_n(t)$ ——白噪声

由图1和(8)式可得DLL的误差传递方程式(用算符表示):

$$P \frac{\Delta}{\tau_d} = k \cdot g_c \cdot g_f \cdot \Delta \cdot \sqrt{P_s} \cdot F(P/P_o) [R_{DLL}(\varepsilon) + n_s(t, \varepsilon) + n_n(t)/\sqrt{P_s}] \quad (9)$$

式中

$\hat{\tau}_d$ ——对应系统的输出量

$R_{DLL}(\varepsilon) + n_s(t, \varepsilon) + n_n(t)/\sqrt{P_s}$ ——对应系统的误差量

$g_f$ ——是环路滤波器的增益常数

$g_c$ ——是VCC的增益

$P_o$ ——环路滤波器的频率常数

设 $g_o$ 为直流环路增益,亦即 $\varepsilon$ 秒钟的稳定延迟误差,则 $|\varepsilon| < \Delta$ 时将引起时钟频率 $g_o \varepsilon / \Delta$ 赫兹的变化量,或者每秒钟 $g_o \varepsilon$ 延迟的变化量。直流环路增益为:

$$g_o = k \cdot g_f \cdot g_c \cdot \sqrt{P_s} \cdot \frac{M+1}{M} \quad (V/\text{rd})$$

其中互相关网络增益为:

$$g_D = (k \cdot \sqrt{P_s} \cdot \frac{M+1}{M}) / \Delta$$

于是可把系统方程(9)改写为如下形式:

$$P \frac{\Delta}{\tau_d} = g_o \cdot \Delta \cdot F(P/P_o) \cdot \frac{M}{M+1} \left[ R_{DLL}(\varepsilon) + n_s(t, \varepsilon) + n_n(t)/\sqrt{P_s} \right] \quad (10a)$$

设环路已处于锁定状态,即 $|\varepsilon| < \Delta$ ,于是系统就在

$$R_{DLL}(\varepsilon) = \left[ \frac{M+1}{M} \right] \cdot \frac{\varepsilon}{\Delta}$$

的范围内工作。规定归一化的开环增益为 $g = g_o/p_o$ ,于是由(10a)式可求得线性的系统方程式如下(指误差量和输出量之间的关系):

$$\frac{\Delta}{\tau_d} = g \left[ \frac{F(p/p_o)}{p/p_o} \cdot \frac{\varepsilon}{\Delta} + \frac{n_s(t, \varepsilon) + n_n(t)/\sqrt{P_s}}{(M+1)/M} \right] \quad (10b)$$

因为 $\varepsilon = T_s - \hat{\tau}_d$ ,所以(10b)式可写成如下形式(即输出量和输出之间的关系):

$$\frac{\Delta}{\tau_d} = H(p/p_o) \left[ \frac{T_s}{\Delta} + \frac{n_s(t, \varepsilon) + n_n(t)/\sqrt{P_s}}{(M+1)/M} \right] \quad (11)$$

式中 $H(p/p_o)$ 是线性的闭环传递函数,对应如下形式:

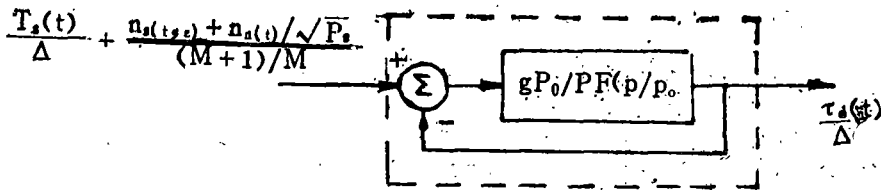


图3 等效线性反馈系统

$$H(p/p_0) = \frac{gF(p/p_0)}{p/p_0 + gF(p/p_0)} \quad (12)$$

由图3网络给出的系统方程式与(11)式相同。因此当等效输入信号为：

$$\frac{T_s(t)}{\Delta} + \frac{n_s(t, \epsilon) + n_n(t)/\sqrt{P_s}}{(M+1)/M}$$

以及当  $|e| < \Delta$  时，图3网络的特性与图1相同。

由图3的线性等效方程(12)的表达式，则图1的DLL就可简化成图4的形式<sup>[2,3]</sup>。

若DLL采用如图5所示的滤波器形式，当阻尼  $\zeta = 0.707$  时，闭环传递函数为<sup>[2,7]</sup>：

$$H(p/p_0) = \frac{1 + \sqrt{2} p/p_0}{1 + \sqrt{2} p/p_0 + (p/p_0)^2} \quad (13)$$

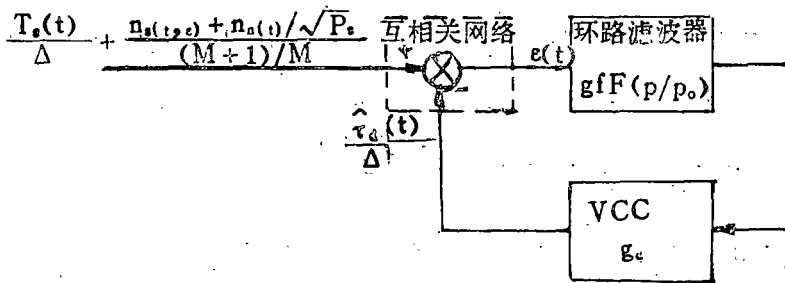


图4 等效的DLL

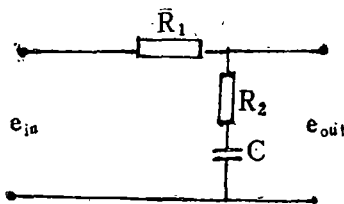


图5 环滤波器

### 3 噪声特性分析

互相关网络产生的自噪声  $n_s(t, \epsilon)$  和  $n_n(t)$  将影响系统的准确度。为了确定自噪声对系统性能的影响，则必须先确定  $n_s(t, \epsilon)$  的功率谱。对于(8)式中互相关网络输出中的自噪声

项  $n_s(t, \varepsilon)$  可表示如下[3]:

$$\begin{aligned}
 & S_{PN}(t+T_s+j\Delta) - S_{PN}[t+T_s+(j-1)\Delta] \quad m=0 \\
 n_s(t, \varepsilon = m\Delta) = & \left. \begin{aligned} & m[S_{PN}(t+T_s+n\Delta)] + \frac{1}{M} \quad m = \pm 1 \\ & S_{PN}(t+T_s+q\Delta) - S_{PN}(t+T_s+L\Delta) \quad q \neq L \\ & m = \pm 2, 3, \dots, \pm(m-2) \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

其中  $j, q, L$  和  $n$  都是与延迟误差  $\varepsilon = m\Delta$  有关的整数。当  $m=0$  时,  $L=q$ 。对于  $m=0$  自噪声相关函数  $R_{ns}(\tau, m)$  表为:

$$R_{ns}(\tau; 0) = 2R_{PN}(\varepsilon) - R_{PN}(\varepsilon - \Delta) - R_{PN}(\varepsilon + \Delta) \tag{15}$$

对应的谱:

$$S_{ns}(\omega, 0) = 2S_{PN}(\omega)(1 - \cos\omega\Delta) \tag{16}$$

对于

$$S_{ns}(\omega \neq 0) = S_{PN}(\omega) - \frac{1}{M^2} \delta(\omega) \tag{17}$$

当  $\varepsilon = \pm \Delta$  时内部噪声谱等于PN序列谱和其直流值之差。即内部噪声谱同于信号谱。信号谱表示如下[3]:

$$S_{PN}(\omega) = \left(\frac{M+1}{M^2}\right) \left[\frac{\sin(\frac{\omega\Delta}{2})}{(\omega\Delta/2)}\right]^2 \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi n}{M\Delta}) + \frac{1}{M^2} \delta(\omega) \tag{18}$$

由于相关函数  $R(\varepsilon)$  是周期函数, 则实际频谱是离散的线状谱, 信号功率谱密度的成分均在  $1/m\Delta$  整数倍频率上, 如图6(a)所示。

$m$  为其它值时:

$$S_{ns}(\omega, m) = 2S_{PN}(\omega)[1 - \cos\omega(q-L)\Delta] \tag{19}$$

由(16)式确定的内部噪声谱的归一化包络表示在图6(b)中, 从图中可以看出是一个一般的谱频特性, 在原点上为零, 因而很容易用环路滤波器滤掉很多内部噪声。

对于输入到互相关网络上的噪声是高斯白噪声来说, 由于白噪声的谱密度是常数, 结果在互相关网络输出端的噪声成分也是白噪声如(7)式所示:

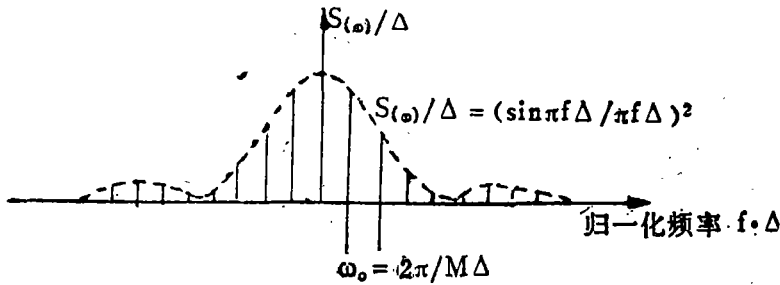
$$K\delta_s(t - \frac{\Delta}{\tau_d})n_n(t) \stackrel{\Delta}{=} Kn_n(t)$$

$n_n(t)$  的谱密度近似为:

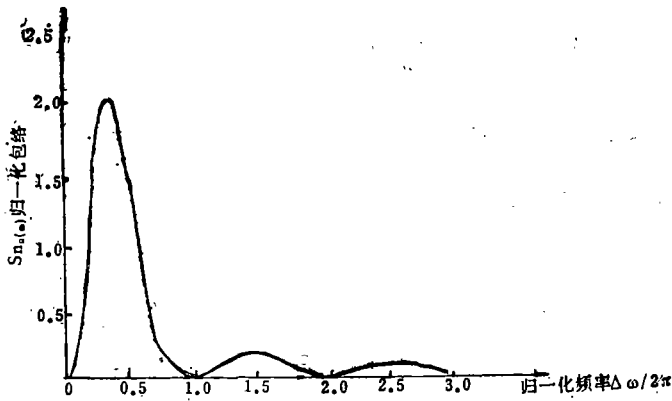
$$Sn_n(\omega) = \left[2\left(\frac{M+1}{M}\right)\right] \frac{N_0}{2} \approx P_d N_0 \tag{20}$$

式中  $(2M+1/M)$  是  $\delta_s(t + \frac{\Delta}{\tau_d})$  的平均功率,  $N_0$  是输入噪声密度。若认为  $\tau_d$  在时间  $\Delta$  内是不变的或是变化很小的话(指跟踪锁定时)。即

$$\delta_s(t + \frac{\Delta}{\tau_d}) \stackrel{\Delta}{=} S(t + \frac{\Delta}{\tau_d} + \Delta) - S(t + \frac{\Delta}{\tau_d} - \Delta)$$



(1) 二进制序列的谱密度



(2) 自噪声谱密度的归一化包络在  $\epsilon = 0$  点计算的

图 6 (2) 自噪声谱密度的归一化包络在  $\epsilon = 0$  点计算的

这一范围内的平均功率  $P_n = 2$  (即在  $-\Delta \sim +\Delta$  间)<sup>[3,5]</sup>。因此

$$S_{n_n}(\omega) = 2 N_o \cdot WS$$

由(13)式就可定义环路的等效噪声带宽为<sup>[2,3]</sup>：

$$B_{n_n} = \int_0^{\infty} |H(p/p_o)|^2 d\omega = 1.03 p_o \quad (\text{对于 } \zeta = 0.707) \quad (21)$$

当  $\zeta \neq 0.707$  时

$$B_n = P_o \left( \zeta + \frac{1}{4\zeta} \right)$$

这样由白噪声所引起的均方延迟误差由  $B_n \cdot S_{n_n}(\omega)$  得：

$$\begin{aligned} \delta^2_{n_n} &= \left[ \left( \frac{M}{M+1} / \sqrt{P_s} \right) \cdot \Delta \right]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} S_{n_n}(\omega) \left| H(p/p_o) \right|^2 d\omega \\ &\approx 2.12 \Delta^2 \left( \frac{M}{M+1} \right)^2 \frac{N_o P_o}{P_s} \end{aligned} \quad (22)$$

由(16)式可求得当  $\epsilon = 0$  时均方延迟误差的上界。于是自噪声所引起的均方延迟误差为<sup>[2,7]</sup>：

$$\delta^2 n_s = \Delta^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S_{n_s(\omega)} |H(p/p_0)|^2 d\omega$$

$$= \frac{\Delta^2}{M} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{1 + 2(2\pi r/M \cdot \Delta \cdot P_0)^2}{1 + 2(2\pi r/M \cdot \Delta \cdot P_0)^4} \left( \frac{\sin \pi r/M}{\pi r/M} \right) \quad (23)$$

由于  $M \gg 1$ ,  $P_0$  远小于信号带宽  $1/2 \Delta$ , (23) 式就可写成:

$$\delta^2 n_s \cong \Delta^2 \left( \frac{P_0 \Delta}{2} \right) \quad (s^2) \quad (24)$$

若接收信号先经过硬限幅器变成二进制信号, 则互相关网络的输入就为:

$$U(t) = ASgn[\sqrt{P_0} S_{PN}(t) + n(t)]$$

式中  $A$  为限幅器输出的振幅<sup>[1]</sup>。

$Sgn x$  是符号函数

$$Sgn X = \begin{cases} 1 & \text{当 } X \geq 0 \\ -1 & \text{当 } X < 0 \end{cases}$$

于是图 1 中乘法器就用模 2 加法器代替, 这样图 1 就可变成图 7 的形式。

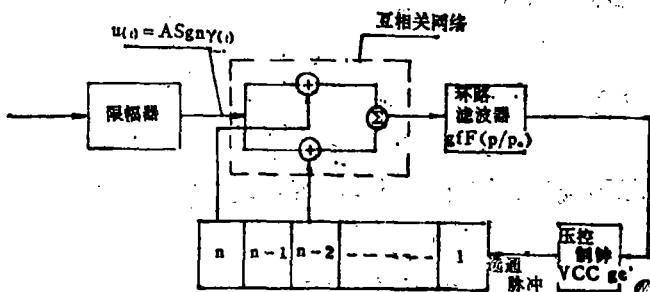


图 7 采用限幅器的 DLL

这时  $U(t)$  和参考信号  $S(t)$  之间的互相关函数可写成<sup>[6]</sup>:

$$E \left[ Z(t) \frac{\Delta u_{(t+u)} S(t)}{A} \right] = R_{us(u)}$$

$$= Pr[Z(t) = 1] - Pr[Z(t) = -1] \quad (25)$$

式中

$$U(t+u) = ASgn[P_0 S_{(t+u)} + n_{(t+u)}]$$

为简便起见, 令  $S(t) = S_0$  —— 参考信号

$S_{(t+u)} = S_u$  —— 信号分量

$n_{(t+u)} = n_u$  —— 噪声分量

定义信号概率  $Pr_{(s=1)} = P = (M + 1/2M)$ , 则  $Pr_{(s=-1)} = q = 1 - p$ , 于是  $Z = 1$  的概率可写为:



$$\begin{aligned}
 &Pr_{r(z-1)}Pr(n_\mu > -\sqrt{P_s}S_\mu | s_{0-1} = 1) + qPr(n_\mu < -\sqrt{P_s}S_\mu | s_{0-1} = -1) \\
 &= Pr(n_\mu > -\sqrt{P_s})[pPr(S_\mu = 1 | s_{0-1}) + qPr(S_\mu = -1 | s_{0-1})] \\
 &+ Pr(n_\mu > \sqrt{P_s})(pPr(s_{\mu-1} | s_{0-1}) + qPr(s_{\mu-1} | s_{0-1})) \quad (26)
 \end{aligned}$$

考虑对称性<sup>[5,6]</sup>,  $Z = -1$ 的概率如下:

$$\begin{aligned}
 Pr_{r(z-1)} &= Pr(n_\mu < \sqrt{P_s})(pPr(s_{\mu-1} | s_{0-1}) + qPr(s_{\mu-1} | s_{0-1})) \\
 &+ Pr(n_\mu < -\sqrt{P_s})[pPr(s_{\mu-1} | s_{0-1}) + qPr(s_{\mu-1} | s_{0-1})] \quad (27)
 \end{aligned}$$

则信号的自相关函数由下式表示<sup>[5,6]</sup>:

$$\begin{aligned}
 R_{s(\mu)} &= E[S(t) \cdot S(t+\mu)] = p[Pr(s_{\mu-1} | s_{0-1}) \\
 &- Pr(s_{\mu-1} | s_{0-1})] + qPr(s_{\mu-1} = -1 | s_{0-1}) \\
 &- Pr(s_{\mu-1} | s_{0-1})] \quad (28)
 \end{aligned}$$

运用(27)和(28)式可将互相关函数 $R_{\mu s(\mu)}$ 写成:

$$R_{\mu s(\mu)} = R_{s(\mu)}Pr(|n_\mu| < \sqrt{P_s}) \quad (29)$$

假定噪声是稳态高斯振幅统计特性, 其均方值为 $P_n$ 则可得<sup>[7,8]</sup>

$$R_{\mu s(\mu)} = R_{s(\mu)}\text{erf}\sqrt{P_s/2P_n} \quad (30)$$

式中 $\text{erf}(x)$ 是误差函数。

因此, 互相关函数与自相关函数有如下关系:

$$E[V_{(t+\mu)}] \triangleq AR_{\mu s(\mu)} = AR_{s(\mu)}\text{erf}\sqrt{P_s/2P_n} \quad (31)$$

则DLL的环路增益:

$$g'_{oL} = g_o\text{erf}\sqrt{P_s/2P_n} \quad (32)$$

## 4 过渡特性

下面讨论无噪声存在时有关DLL过渡特性的问题, 第一点是在一给定的闭环噪声带宽 $B_n = 1.06p \cdot H_2$ 内, 如何迅速在一个规定的范围内搜索和捕捉到目标?

第二点是一旦抓到目标, 不致失掉锁定状态可允许的最大速度变化如何? 为了最简便地解决这些问题, 故略去噪声的影响。

令

$$X \triangleq \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta} \quad y \triangleq \frac{\Delta T_s}{\Delta} \quad y - x = \frac{\Delta \tau_d}{\Delta} \quad \tau \triangleq P_o \cdot t$$

$$S \triangleq \frac{\Delta}{ds} \frac{d}{ds} \frac{\Delta p}{p} \quad D_{(x)} \triangleq R_{DLI(\omega)}$$

这样便可将(10b)式写成如下形式

$$S(y-x) = gF(s) \cdot D(x) \quad (33)$$

此时,

$$F(p/p_0) = \frac{1 + \sqrt{2} p/p_0}{1 + gp/p_0}$$

就可改写为

$$gF(s) = \frac{1 + \sqrt{2} S}{\frac{1}{g} + S} \quad (34)$$

(34)式代到(33)式就得到如下形式:

$$(1/g+s)s(y-x) = (1 + \sqrt{2} s)D(x) \quad (35)$$

将(35)式写成时间导数的形式:

$$\dot{y}/g + \ddot{y} = \dot{x}/g + \ddot{x} + D(x) + \sqrt{2} \dot{D}(x) \dot{x} \quad (36)$$

式中

$$\dot{x} \triangleq \frac{dx}{d\tau} \quad \dot{D}(x) \triangleq \frac{dD}{dX}$$

求解此二阶微分方程的相位平面法是要计算 $X$ 和 $X$ 空间中的轨迹, 这些状态轨线正是该方程对所需几组初始条件的解。现定义一个新的变量:

$$\gamma \triangleq \frac{\ddot{x}}{\dot{x}} = \frac{d\dot{x}}{dx}, \text{ 则由(36)得}$$

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = \gamma(x, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{y}) = - \left[ \frac{D(x) + [\sqrt{2} \dot{D}(x) + \frac{1}{g}] \dot{x} - \frac{\dot{y}}{g} - \ddot{y}}{\dot{x}} \right] \quad (38)$$

用差分方程:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n &\triangleq (x_0 + \sum_{i=0}^n \delta_i) - \dot{x}_0 (x_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \delta_i) \\ &\cong \gamma(\dot{x}_n, x_n) \delta_n \end{aligned} \quad (39)$$

去近似微分方程(38)就可以用计算机算出这些轨迹的解。其中,

$$\left. \begin{aligned} x(t_0) &= x_0 \\ \dot{x}(t_0) &= \dot{x} \end{aligned} \right\} \text{ 为初值}$$

式中  $\delta_j$  是  $X$  的第  $j$  个增量。只要在计算机上作适当的处理，使计算步长大小是可变的，就能得到满意的解答，在这一特定的序列计算中，取步长大小为：

$$|\delta_j| = \frac{\delta}{1 + |\delta(\dot{x}_j, x_j)|}$$

令  $\delta = 0.02$ 。

下面来研究归一化环路增益  $g = \infty$  时的搜索和捕获问题，假设目标搜索速度为一常数，

$$\dot{y}(t) = \dot{y}, \ddot{y} = 0$$

于是变量  $\gamma$  就为：

$$\gamma(x, \dot{x}) = \frac{D(x) + \sqrt{2} \dot{D}(x) \dot{x}}{\dot{x}}$$

图 8 就是在这些条件下的捕获状态轨迹线。箭头表示状态转移的方向，如果延迟误差由左向右减小，则该系统不随  $x$  变，直至  $x = -2$  为止，正如图 8 所示。如果搜索速度  $|\dot{y}| \leq 2.2$  系统就锁定，而且状态变量向原点收敛<sup>[2]</sup>。如果某一系统取  $\Delta = 10^{-6} P_0 = 10r/s$ ，那么

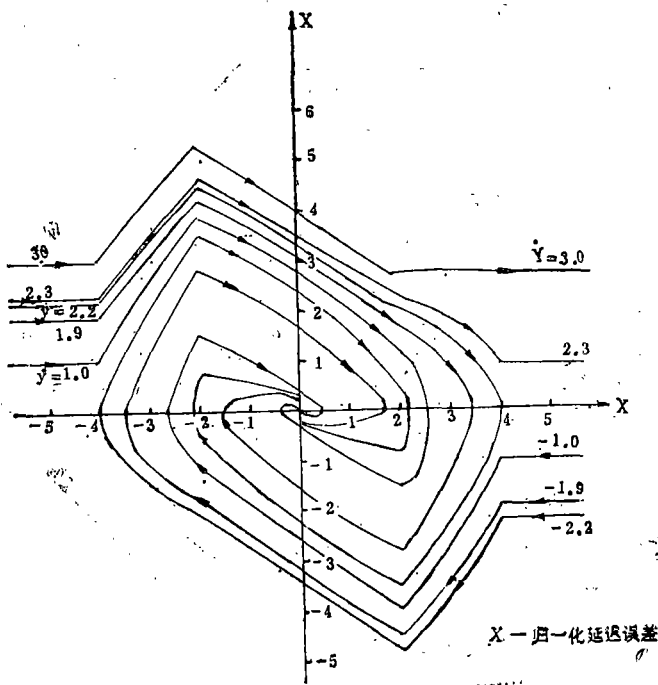
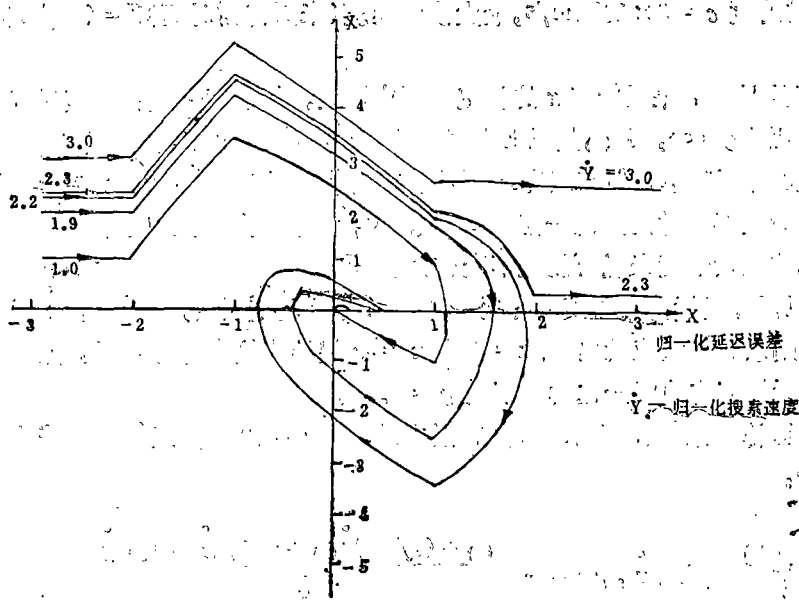


图 8 环路增益  $g = \infty$  时，对不同  $\dot{y}$  (归一化搜索速度) 值划出的捕获轨迹曲线

$$\dot{y} = \left(\frac{d\tau}{dt}\right) / (P_0 \cdot \Delta) = 10^5 \frac{d\tau}{dt}$$



g = 10时, 对不同 $\bar{y}$ (归一化搜索速度)值划出的捕获轨迹曲线

图9 环路增益 $g = 10$ 时, 对不同 $\bar{y}$ (归一化搜索速度)值画出的捕获轨迹曲线

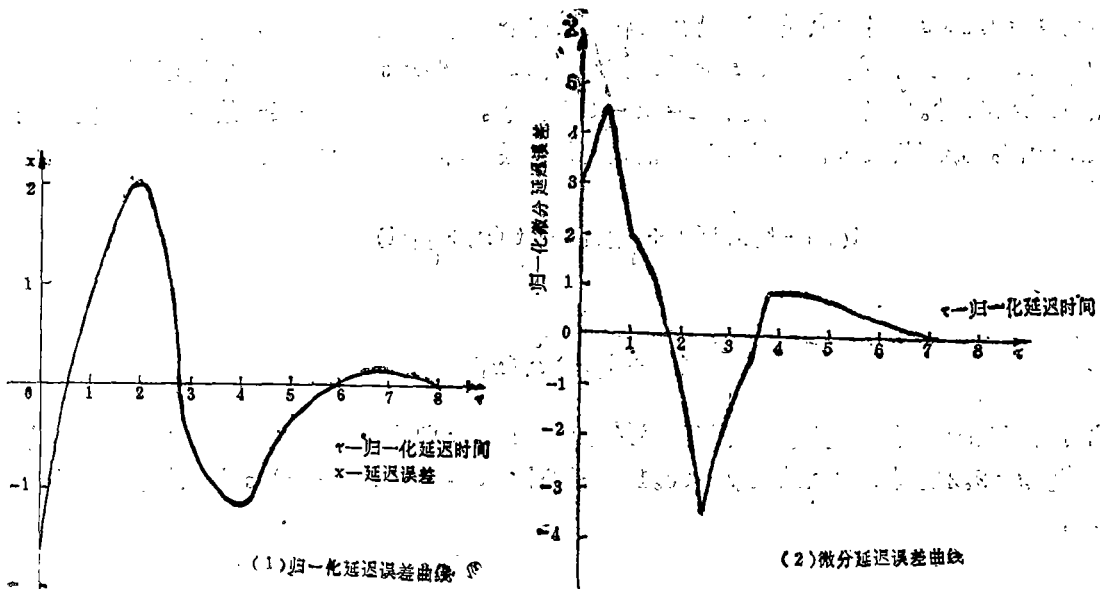


图10  $g = \infty$ 最大搜索速度,  $\bar{y} = 2.2$ 时的捕获瞬态过程

因为电磁波传播速度  $c = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$ , 最大搜索速度(来回传播时间)  $V = (1/2)2.2 \cdot C \cdot P_0 \cdot \Delta = 3.3 \text{ km/s}$ .

然而要注意的是, 如果系统在  $x$  的特定区间内锁定, 但速度误差在过渡过程之末仍比起始时为小。这时因为  $g = \infty$ ,  $D(x)$  是以  $M$  为周期的函数, 所以系统终究是要锁定的, 故在  $|X| < 2$  以外的区间  $X$  并不减小, 但在锁定前可以多次通过  $X$  的稳定区域。实际上, 该特性也可能依赖于滤波器的虚存贮时间, 这一点在假设  $g = \infty$  中已暗示出来。此外, 锁定所需的时间对于  $|y| > 2.2$  的搜索速度来说可能是不允许的。

由图8也可以得知目标速度瞬变的作用。若系统开始就被锁定,  $X = 0$ ,  $\dot{x} = 0$ , 目标速度突然变为  $y$ , 则系统的反应就由从  $x = 0$ ,  $\dot{x} = y$  起始的轨线部分表示。如图8所示, 不丢掉锁定状态, 所能容许的归一化瞬变速度  $y = 3.38$ 。

下面我们将讨论某系统在环路增益为有限值时, 即  $g = 10$  时, 系统的捕获状态轨迹。在此  $\gamma$  的方程式为:

$$\gamma(x, \dot{x}, \ddot{x}) = - \frac{D(x) + (\sqrt{2} \dot{D}(x) + 0.1) \ddot{x} = 0.1 \ddot{y}}{x}$$

由于环路增益为有限值, 故最大的稳定时钟频率的变化为  $g = 10$ 。仅由于这一原因, 该系统就不可能在  $|y| > 10$  时锁定。

图9就是在这些条件下的轨迹曲线图。如图所示, 环路增益由  $\infty$  下降至10的这一事实很少对最大容许搜索速度有所影响, 仍是  $|y| \leq 2.2$  时系统锁定。但是必须注意到锁定曲线会聚到  $x = 0.1y$ 、即  $\varepsilon = x \cdot \Delta = 0.1 \Delta \cdot y$ , 而不是到  $X = 0$ 。当  $\Delta = 10^{-6} \text{ s}$  和  $y = 1$  时, 稳态锁定定点为  $\varepsilon = 0.1 \mu \text{ s}$ , 实际上通过度量  $y$  就可校正这个稳态偏差。这一点虽然未在轨迹曲线图中画出, 但是对未锁定曲线来说,  $x$  值随时间常数  $g/P_0 = 10/P_0 \text{ s}$  而减少。结果当序列的周期相当大即  $M \gg 1$  时,  $x$  值将衰减为在  $X = M - 2$  时的  $y$ 。同知道系统在某一给定搜索速度下是否锁定一样, 知道瞬变过程为多长也是很重要的。用计算机解差分方程:

$$t_{(n+1)} - t_n \triangleq t(x_0 + \sum_{i=0}^n \delta_i) - t(x_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \delta_i)$$

$$\approx \frac{\delta}{(1 + |\gamma_n|) \dot{x}(x_n)}$$

由此可得到系统和时间的关系。计算结果见图10的  $x$  和  $\dot{x}$  曲线。图中假定  $g = 10$ , 最大容许搜索速度  $y = 2.2$  使瞬变过程进入  $|x| < 0.1$  所需的时间  $\tau = 5.6, P_0 = 10 \text{ rd/s}$  时的锁定时间约为  $0.56 \text{ s}$ 。

## 参 考 文 献

- 1 Golomt S W, Welch L K. A couparison of Binary-lock Tracking-loop. EEE Trans on AES, 1966, 2(4)
- 2 郑续禹, 万心平等. 锁相技术. 人民邮电出版社, 1974
- 3 Lindey WC, simen MK. Telecommunicaton syetems Engineering 1077
- 4 sage A P, white C C. O ptimum syetems control 1077
- 5 达文波特, WB卢特, W L. 随机信号噪声理论导论. 1968
- 6 费勒 W. 概率论及其应用. 科学出版社, 1979
- 7 清华大学自动化系. 自动控制原理. 1986
- 8 享桥安人. 采用个人计算机的自动控制算法. 国防工业出版社, 1987

## The Performance Analysis of the Delay Lock - Looq

Zhao Xuemei

(Dept. of auto.)

**Aabstract** This paper constructs equivalence system equations of the delay lock-loop(D.L.L)by means of analysing its correlation character of crosscorrelation network, and analyses self-noise character of crosscorrelation network and its affecting with respect to the system. The system property in the presence of additional "white noise" has been discussed. The D.L.L.'s serach and catching processes, that is nonlinear feedback system, have been analysed and studied by the method of phase plane.

**Subjectwords** delay lock-loop, crosscorrelation network, self-noise character, method of phase-plane, correlation function, autocorrelation haracter