

具有长时间近似停歇的齿轮-导杆 步进运动机构的设计

吕庸厚

(机械工程系)

摘要 研究了具有长时间近似停歇的齿轮-导杆机构,揭示出这种机构的可行类型,找出提高精度的方法,指明停歇角和周转轮系的转化机构传动比的实用范围,从而完善了它的设计,以利于在实际中应用。

关键词 齿轮-连杆机构; 间歇运动机构; 停歇; 运动系数; 导杆机构

0 前 言

在图 1 所示的齿轮-导杆机构中,原动件为构件 1,它与齿数为 Z_1 的齿轮固联,输出件为内齿轮 8,构件 1、7、8 系杆 6 和机架 4 构成自由度为二的差动轮系,构件 1、2、3、4 和构件 3、5、6、4 构成的两导杆机构串联成附加机构,用来将差动轮系的构件 1 和 6 联系起来,于是整个机构成为自由度为一的封闭式组合机构。它能实现长时间近似停歇的步进运动。

对这种机构,文献[1]和[2]给出了它的运动分析和综合的一些基本公式,但对综合所得解是否可行,设计参数的选择,机构近似停歇时原动件的转角(称停歇角)的范围和输出件的停歇精度等问题都未论及。同时其综合公式未涉及差动轮系的传动比 i_{18} 也是其严重不足之处。

为此,本文对上述问题进行分析研究,揭示出:构件 1、2、3 和 4 构成的导杆机构应不限于文献[1]、[2]所讨论的转动导杆机构,还可为摆动导杆机构;机构综合所得解是否可行的准则;设计参数对输出件停歇精度、类角速

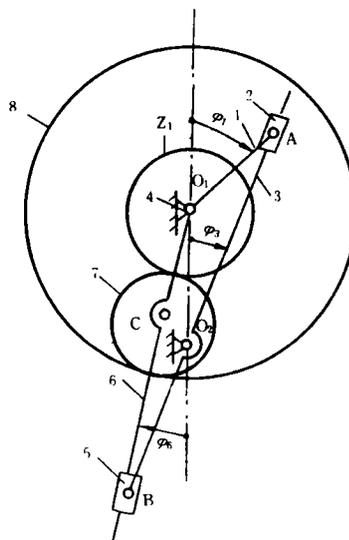


图 1 齿轮-导杆机构简图

收稿日期:1994-01-15

度和加速度的影响,继而解决其选择依据;机构停歇角和 i_{81}^s 的关系以及它们的实用范围,从而完善了这种机构的设计,以利于在实际中应用和推广。

1 机构的运动分析

1.1 差动轮系

$$\begin{aligned} \text{由} \quad \frac{\omega_8 - \omega_6}{\omega_1 - \omega_6} &= i_{81}^s = -\frac{Z_1}{Z_8} \\ \text{得} \quad \omega_8 &= -\frac{Z_1}{Z_8}\omega_1 + \left(1 + \frac{Z_1}{Z_8}\right)\omega_6 \quad (1) \\ \int_0^T \omega_8 dt &= -\frac{Z_1}{Z_8}\int_0^T \omega_1 dt + \left(1 + \frac{Z_1}{Z_8}\right)\int_0^T \omega_6 dt \end{aligned}$$

此处 T 为原动件转一圈(即这机构一个周期)的时间。

设串联的两个导杆机构中的一个为转动导杆,另一个为摆动导杆机构,则构件6作往复的周期性摆动,因而 $\int_0^T \omega_6 dt = 0$ 。于是,机构在一个周期内的平均角速度 $\frac{\int_0^T \omega_1 dt}{\int_0^T \omega_8 dt} = -\frac{Z_8}{Z_1}$ 。

为简化起见,令 $n = \frac{Z_8}{Z_1}$,它等于 $-i_{18}^s$,表示原动件1转一圈,输出构件8反转 $1/n$ 圈。同时,由式(1)可得

$$\int_0^T \omega_8 dt = -\frac{1}{n}\int_0^T \omega_1 dt + \left(1 + \frac{1}{n}\right)\int_0^T \omega_6 dt$$

设构件1、3和6的转角 φ_1 、 φ_3 和 φ_6 都如图1所示为它们相对 O_1O_2 连线顺时针转过的角度。且令 $\varphi_1 = 0$ 时, $t = 0$,由图1知此时的 φ_3 和 φ_6 亦都为零,于是构件8相对 $t = 0$ 时的转角 φ_8 可由上式得

$$\varphi_8 = -\frac{1}{n}\varphi_1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)\varphi_6 \quad (2)$$

1.2 导杆机构

令 $\frac{l_{O_1A}}{l_{O_1O_2}} = \lambda_1, \frac{l_{O_2B}}{l_{O_1O_2}} = \lambda_2$, 则不管是转动导杆还是摆动导杆机构,在构件3、5、6和4构成的导杆机构中

$$\text{tg } \varphi_6 = \frac{\lambda_2 \sin \varphi_3}{1 + \lambda_2 \cos \varphi_3} \quad (3)$$

在构件1、2、3和4构成的导杆机构中

$$\sin \varphi_3 = \frac{\lambda_1 \sin \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1 \cos \varphi_1}} \quad (4)$$

$$\cos \varphi_3 = \frac{1 + \lambda_1 \cos \varphi_1}{\sqrt{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1 \cos \varphi_1}} \quad (5)$$

将式(4)、(5)代入式(3)得

$$\text{tg } \varphi_6 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \sin \varphi_1}{\lambda_2 (1 + \lambda_1 \cos \varphi_1) + \sqrt{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1 \cos \varphi_1}} \quad (6)$$

将式(4)对 φ_1 求导,得
$$\frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \frac{\lambda_1(\lambda_1 + \cos\varphi_1)}{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1\cos\varphi_1}$$

同理得
$$\frac{d\varphi_3}{d\varphi_3} = \frac{\lambda_2(\lambda_2 + \cos\varphi_3)}{1 + \lambda_2^2 + 2\lambda_2\cos\varphi_3}$$

两式相乘得

$$\frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_1 + \cos\varphi_1)(\lambda_2 + \cos\varphi_3)}{(1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1\cos\varphi_1)(1 + \lambda_2^2 + 2\lambda_2\cos\varphi_3)} \quad (7)$$

1.3 齿轮-导杆组合机构

将式(7)代入式(1)得

$$\frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = -\frac{1}{n} + \left(1 + \frac{1}{n}\right) \frac{\lambda_1\lambda_2(\lambda_1 + \cos\varphi_1)(\lambda_2 + \cos\varphi_3)}{(1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1\cos\varphi_1)(1 + \lambda_2^2 + 2\lambda_2\cos\varphi_3)} \quad (8)$$

再将式(8)对 φ_1 求导得

$$\frac{d^2\varphi_3}{d\varphi_1^2} = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \frac{\lambda_1\lambda_2(A + B)}{[(1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1\cos\varphi_1)(1 + \lambda_2^2 + 2\lambda_2\cos\varphi_3)]^2} \quad (9)$$

其中

$$A = (\lambda_1^2 - 1)(\lambda_2 + \cos\varphi_3)(1 + \lambda_2^2 + 2\lambda_2\cos\varphi_3)\sin\varphi_1$$

$$B = \lambda_1(\lambda_2^2 - 1)(\lambda_1 + \cos\varphi_1)^2\sin\varphi_3$$

2 机构的综合

给定原动件 1 转一圈,输出件 8 反转 $1/n$ 圈(此处 $n > 1$ 相当于槽轮机构的槽数),可由 $n = \frac{Z_8}{Z_1}$, 确定差动轮系各轮齿数 Z_1 、 Z_8 和 Z_7 .

将近似停歇看作停止不动,则此时原动件 1 的转角 φ_A 称停歇角, $\varphi_A = (1 - \tau) \times 360^\circ$, 此处 τ 为步进运动机构的运动系数。给定 φ_A 和 n 求解导杆机构的 λ_1 和 λ_2 的方法如下: 由于 $\varphi_1 = 0$ 时, φ_3 亦为零,同时按式(2)知 $\varphi_3 = 0$ 。又因机构对 O_1O_2 连线有对称关系,仅需研究 $\varphi_1 = 0 \sim 180^\circ$ 的一侧,故只要 $\varphi_1 = \frac{\varphi_A}{2}$ 时, $\varphi_3 = 0$ 即可。为了保证上述条件,由式(2)知, φ_3 应为

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_A}{2(1+n)} \quad (10)$$

将 $\varphi_1 = \frac{\varphi_A}{2}$ 和式(10)代入式(6),整理后得

$$\lambda_2 = \frac{\sqrt{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1\cos\left(\frac{\varphi_A}{2}\right)}}{\lambda_1 K_1 - 1} \quad (11)$$

其中 $K_1 = \sin\left[\frac{n\varphi_A}{2(1+n)}\right] / \sin\left[\frac{\varphi_A}{2(1+n)}\right]$

式(11)给出了一个 λ_1 和 λ_2 的关系式,故还可在 $\varphi_1 = 0 \sim \frac{\varphi_A}{2}$ 之间再取一个 φ_1 , 令其值等于 $m\varphi_A/2$, 使 φ_3 也等于零。此处 $m = 0 \sim 1$ 。同法可得

$$\lambda_2 = \frac{\sqrt{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1\cos(m\varphi_A/2)}}{\lambda_1 K_2 - 1} \quad (12)$$

$$\text{其中 } K_2 = \sin\left[\frac{nm\varphi_A}{2(1+n)}\right] / \sin\left[\frac{m\varphi_A}{2(1+n)}\right]$$

式(11)和(12)联立得

$$(\lambda_1 K_2 - 1) \sqrt{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1 \cos\left(\frac{\varphi_A}{2}\right)} = (\lambda_1 K_1 - 1) \sqrt{1 + \lambda_1^2 + 2\lambda_1 \cos\left(\frac{m\varphi_A}{2}\right)} \quad (13)$$

等式两边平方后整理得

$$\begin{aligned} & \lambda_1 \left\{ (K_2^2 - K_1^2) \lambda_1^3 + 2 \left[K_2^2 \cos\left(\frac{\varphi_A}{2}\right) - K_1^2 \cos\left(\frac{m\varphi_A}{2}\right) - K_2 + K_1 \right] \lambda_1^2 \right. \\ & + \left[-4K_2 \cos\left(\frac{\varphi_A}{2}\right) + 4K_1 \cos\left(\frac{m\varphi_A}{2}\right) + K_2^2 - K_1^2 \right] \lambda_1 \\ & \left. + 2 \left[\cos\left(\frac{\varphi_A}{2}\right) - \cos\left(\frac{m\varphi_A}{2}\right) - K_2 + K_1 \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

其解 $\lambda_1 = 0$ 不合题意,故 λ_1 的解在它的三次方程中。将求得的 λ_1 代入式(11)或(12)可求 λ_2 。

当 $m = 0$ 或 1 时,表明在 $\varphi_1 = 0$ 或 $\frac{\varphi_A}{2}$ 为二次精确点,要求其 $\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = 0$ 。对 $m = 0$,则仍为式(12),仅其中 $K_2 = n$;对 $m = 1$,则需用 $\left(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}\right)_{\varphi_1 = \frac{\varphi_A}{2}} = 0$ 以代式(12)再与式(11)联立求解。

2.1 三次方程的解 λ_1 的讨论

实系数一元三次方程的判别式为 $\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$ 。

2.1.1 $\Delta < 0$ 有三个不同的实根

例1 已知 $n = 3.5, \varphi_A = 180, m = 0.5$ 。由式(11)和(12)算得 $K_1 = 2.747477419, K_2 = 3.303095052$ 将它们代入式(14)得三次方程

$$\lambda_1^3 - 3.506037422\lambda_1^2 + 3.31156784\lambda_1 - 0.7512181743 = 0$$

由三次方程求根公式^[3]解得 λ_1 的三个根分别为

$$(\lambda_1)_1 = 2.098648667, (\lambda_1)_2 = 1.074143425; (\lambda_1)_3 = 0.3332453301$$

在本文中 λ_1 的三个根按其值的大小顺序排列 $(\lambda_1)_1 > (\lambda_1)_2 > (\lambda_1)_3$ 。将这些根代入式(13)进行检验, $(\lambda_1)_1$ 和 $(\lambda_1)_2$ 正确无误,而 $(\lambda_1)_3$ 使等式两边数值相同,但符号相反。由此知 $(\lambda_1)_3$ 是式(13)两边平方而引进的增根,而文献[1]并未指出它是增根,却认为 $(\lambda_1)_3 < 1$ 而应略去。式(13)要成立, $(K_2\lambda_1 - 1)$ 和 $(K_1\lambda_1 - 1)$ 必须同时为正或负,即 $(K_2\lambda_1 - 1)(K_1\lambda_1 - 1) > 0$, 亦即 λ_1 必须同时大于或小于 $1/K_1$ 和 $1/K_2$, 故 λ_1 在 $1/K_1$ 和 $1/K_2$ 之间为增根。本例 $(\lambda_1)_3$ 便在 $1/K_1$ 和 $1/K_2$ 间。由式(11)和(12) K 的计算公式知, K_1 和 $K_2 \leq n$, 当 φ_A 越小时, K_1 和 K_2 越接近于 n 。

有了 λ_1 , 便可借式(11)或(12)算得与它对应的 λ_2 :

$$(\lambda_2)_1 = 0.4877729; (\lambda_2)_2 = 0.7521469135$$

2.1.2 $\Delta = 0$ 有三个实根,且有二个为重根 在本机构综合中,不为重根的 λ_1 为 $(\lambda_1)_3$, 经前法检验是增根。当 φ_A 和 m 已知时, λ_1 的三次方程的各项系数以及由它们算得的 Δ 均为 n 的函数,用对分法^[3]可求得 $\Delta = 0$ 时的 n (称为 n')。它是对应 φ_A 和 m 使 λ_1 有重根的 n 值。在图2中用虚线分别画出 $m = 0.5$ 和 0.75 的 $n' - \varphi_A$ 曲线。

2.1.3 $\Delta > 0$ 只有一个实根 在上述用对分法求 $\Delta = 0$ 的 n' 时,可清楚地看出 n 的增大,使 Δ 从负值不断增大到正值,故 $\Delta > 0$ 是 n 超过 n' 的结果。当 n 超过 n' 时,所得的一个实根先

是增根;以后 $\lambda_1 < \frac{1}{K_2} < \frac{1}{K_1}$, 此时它虽不是增根,但因 $(K_1\lambda_1 - 1)$ 和 $(K_2\lambda_1 - 1) < 0$, 由式(11)和(12)算得的 λ_2 为负值;最后 λ_1 为负值,故 $\Delta > 0$ 得不到合题意的解。由此知 n' 是 λ_1 有解的最大 n 。

2.2 λ_1 为可行解的讨论

借式(6)和(2)可算出例1中两组解不同 φ_1 时的 φ_2 , 并在图3中分别用实线和虚线画出 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 和 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的 $\varphi_2 - \varphi_1$ 曲线。图3(a)和(b)又分别表示 $\varphi_1 = 0 \sim \frac{\varphi_A}{2}$ 和 $\varphi_1 = \frac{\varphi_A}{2} \sim 180^\circ$ 的 $\varphi_2 - \varphi_1$ 曲线,两部分 φ_2 的比例尺不同。由图3(a)看出 $\varphi_1 = 0, \frac{\varphi_A}{2}$ 和 $\frac{m\varphi_A}{2}$ 时, φ_2 都等于零,但用虚线表示 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的 $\varphi_2 - \varphi_1$ 曲线在图3(b)(规定的停歇角 φ_A 的范围外) $\varphi_1 = 178.6^\circ$ 处还有一个 $\varphi_2 = 0$, 而且曲线在这一段波动极大, φ_2 可达 12.27° 。显然它不满足在 φ_A 范围内近似停歇和在范围外作步进运动的要求,其解是不可行的。因此例1只有 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 的解才可行,而文献[1]却认为 $(\lambda_1)_1$ 和 $(\lambda_1)_2$ 两组解都是满足给定停歇角的可行方案。文献[2]对 λ_1 的解究竟能否用,根本未加讨论。

欲 λ_1 的解可行,必须保证 $\varphi_2 - \varphi_1$ 曲线在 $\frac{\varphi_A}{2} < \varphi_1 \leq 180^\circ$ 范围内,不再与横坐标有交点(这交点称 F)。由图3显而易见,其条件为 $\left(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}\right)_{\varphi_1=\frac{\varphi_A}{2}} \leq 0$ 。当 φ_A 和 m 已知时, λ_1 和 λ_2 是 n 的函数,于是由式(8)表示 $\varphi_1 = \frac{\varphi_A}{2}$ 时的 $\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$ 亦为 n 的函数,可用对分法求得 $\left(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}\right)_{\varphi_1=\frac{\varphi_A}{2}} = 0$ 时的 n 称 $[n]$ 。又因 $\left(\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}\right)_{\varphi_1=\frac{\varphi_A}{2}}$ 值随 n 增大而单调上升,故 $[n]$ 是给定 φ_A 和 m 能得可行解的最大 n 值。

1) 对 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$, 用上法求得 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的 $[n]$ (称 $[n]_2$) 总等于3,与 φ_A 和 m 大小无关。这是因为 $n = 3$ 时,式(11)和(12)中的 K 值简化后分别为: $K_1 = 1 + 2\cos\left(\frac{\varphi_A}{4}\right)$; $K_2 = 1 + 2\cos\left(\frac{m\varphi_A}{4}\right)$ 。将它们代入式(14)经整理后得

$$\lambda_1(\lambda_1 - 1) \left\{ \lambda_1^2 - 2 \left[1 + \frac{2\cos\left(\frac{\varphi_A}{4}\right)\cos\left(\frac{m\varphi_A}{4}\right)}{1 + \cos\left(\frac{\varphi_A}{4}\right) + \cos\left(\frac{m\varphi_A}{4}\right)} \right] \lambda_1 + 1 \right\} = 0 \quad (15)$$

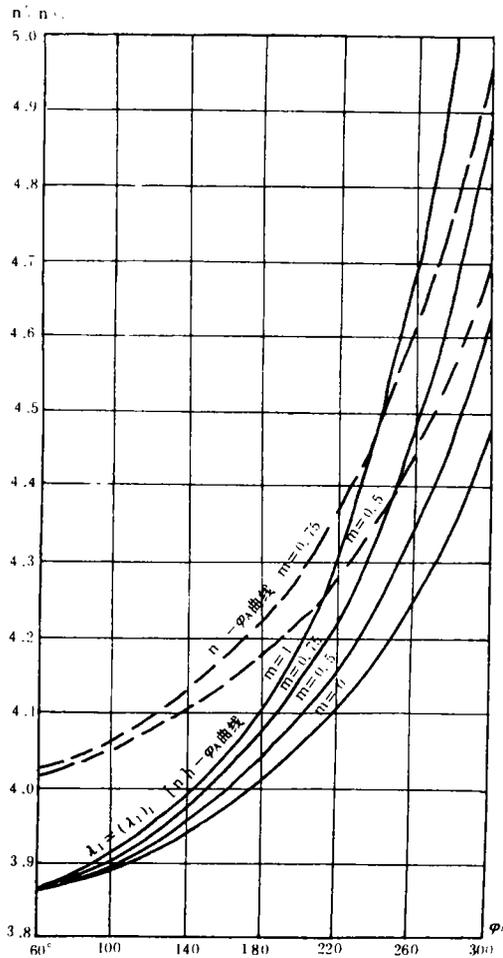


图2 $n' - \varphi_A$ 和 $[n]_1 - \varphi_A$ 曲线

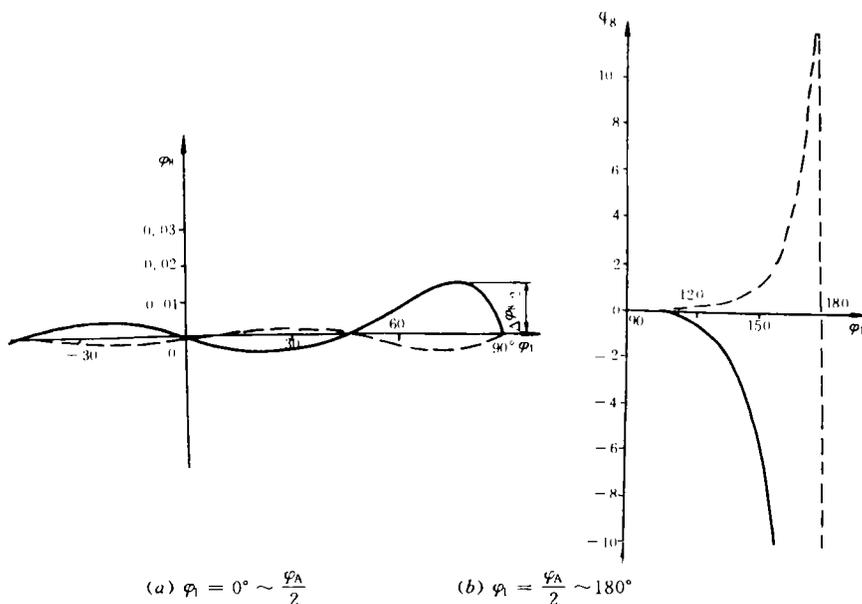


图3 φ_8 - φ_1 曲线 ($n = 3.5$ $\varphi_A = 180^\circ$ $m = 0.5$)
 —— $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ - - $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$

除 $\lambda_1 = 0$ 外,在二次方程中, λ_1 的一个解大于1,一个小于1(它是 $(\lambda_1)_3$ 为增根),于是 $\lambda_1 = 1$ 的解为 $(\lambda_1)_2$,它与 φ_A 和 m 无关。将 $(\lambda_1)_2 = 1$ 代入式(11)得 $(\lambda_2)_2 = 1$,再将它们代入式(8)得 $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\varphi_1 = \frac{\varphi_A}{2}} = 0$ 。

2) 对 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$,也会有 F 点存在,仅其 φ_1 值不像 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 时,总接近 180° 。其 $[n]_1$ 求法同前。将 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, m$ 分别为 $0, 0.50, 0.75$ 和 1.00 的4条 $[n]_1$ - φ_A 曲线用实线也画在图2中,显然 $[n]_1 < n'$ 。

由此知: λ_1 解欲可行, $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 时, n 应 $\leq [n]_1$,由计算知此时 $(\lambda_1)_1 > 1, (\lambda_2)_1 < 1; \lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 时 n 应 < 3 ,由计算知此时 $(\lambda_1)_2 < 1, (\lambda_2)_2 > 1$ 。同时 $n = \frac{Z_8}{Z_1}$ 又应大于1。

3 机构的停歇精度、 $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min}$ 和 $\left(\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$

3.1 机构的停歇精度

本机构在停歇角 φ_A 范围内,欲输出件能作近似停歇, φ_8 波动大小便具有决定意义。由图3(a)知, φ_8 - φ_1 曲线对坐标原点 O 呈点对称,故 $|\varphi_8|$ 最大值的两倍表明其近似停歇的精度 $\Delta\varphi_8$ 。

给定 φ_A, n 和 m ,其 φ_8 - φ_1 曲线的 φ_8 极值发生于 $\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1} = 0$ 之处。在 $\varphi_1 = 0 \sim \frac{\varphi_A}{2}$ 范围内可用对分法逐段求其极值, $|\varphi_8|$ 最大值和 $\Delta\varphi_8$ 便随之而得。图4用实线画出 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, \varphi_A = 180^\circ, n = 3.5, m$ 分别等于 $0, 0.5$ 和 1.0 的三条 φ_8 - φ_1 曲线。由图知不同 m 值的 $\Delta\varphi_8$ 亦异。当 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, n$ 小于 $m = 0$ 的 $[n]_1$ 和 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2, n < 3$ 时, $\Delta\varphi_8$ 将随 m 值从零增大到1,先变小再变大,与图4所示相同,变化规律很简单,可用一维优化方法求得使 $\Delta\varphi_8$ 最小的最佳 m (用 m^*

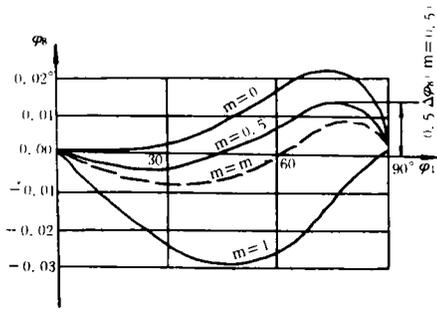


图4 不同 m 的 φ_8 - $\Delta\varphi_8$ 曲线
 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, n = 3.5, \varphi_A = 180^\circ$

表示);当 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, n$ 大于上述 $[n]_1$ 时,变化规律复杂,可用对分法求得 m^* . 如 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, n = 3.5, \varphi_A = 180^\circ$ (与画图4所用数据相同),算得其 $m^* = 0.6705$,相应的 $\Delta\varphi_8 = 0.0180957^\circ$,并在图4中用虚线画出其 φ_8 - $\Delta\varphi_8$ 曲线;而在图4中 $m = 0.5, \Delta\varphi_8 = 0.029228^\circ; m = 0, \Delta\varphi_8 = 0.0439475^\circ$,一般来说, λ_1 同是 $(\lambda_1)_1$ 或 $(\lambda_1)_2$ 时,相同的 φ_A 和 $n, m = 0$ 的 $\Delta\varphi_8$ 约为 $m = m^*$ 的2.5倍.由此知适当选取 m 对提高机构停歇精度大有裨益.图5和图6分别表示 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 和 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 时几种不同 φ_A 的 m^* - n 曲线以及 $m =$

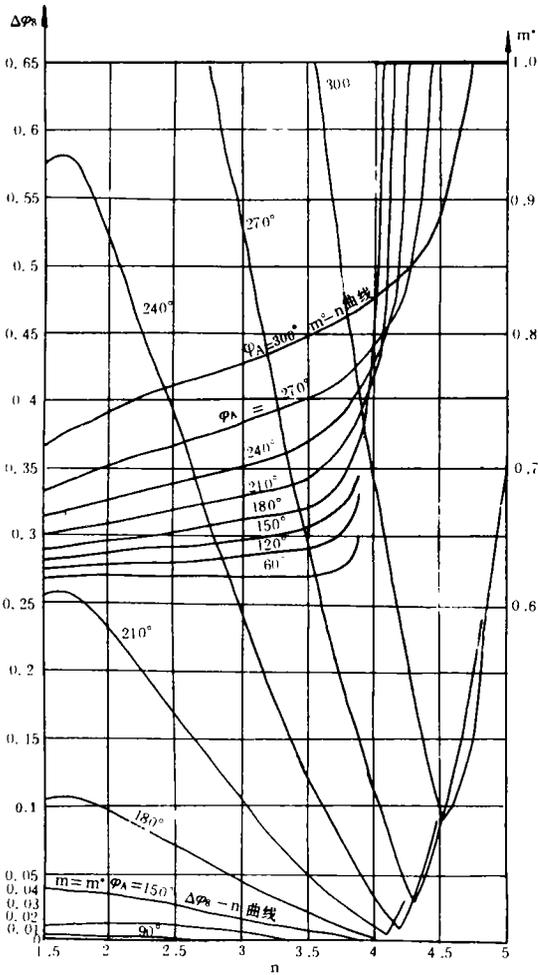


图5 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 的设计线图

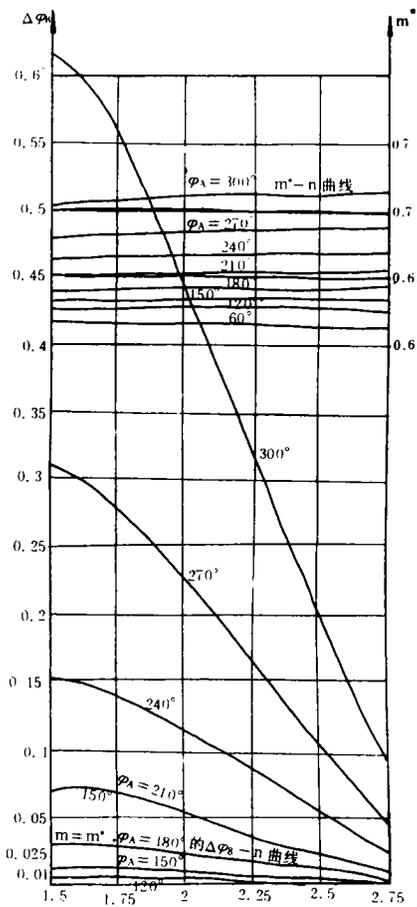


图6 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的设计线图

m^* , 不同 φ_A 的 $\Delta\varphi_8$ - n 曲线.图5中 $\Delta\varphi_8$ 最小处的 $\Delta\varphi_8$ - n 曲线为一尖点,这点的 n 相当于 $m =$

0 时的 $[n]_1$. 这是因为 n 大于上述 $[n]_1$ 时, 可行解的 m 提高了, 其 m^*-n 曲线也急剧上翘, m^* 值很快便到 1. 为了使图 5 清晰, $\varphi_A < 180^\circ$ 的 m^*-n 曲线的急剧上翘部分未画出.

由图 6 知, $\Delta\varphi_8$ 随 φ_A 的减小和 n 的增大而减小. 图 5 在 n 从 1.75 到 $m = 0$ 的 $[n]_1$ 范围内, 也有相同的性质. 图 6 和图 5 相比, 相同的 φ_A 和 n , $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的 $\Delta\varphi_8$ 远较 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 的为小.

3.2 $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min}$ 和 $\left(\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$

$\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}$ 的极值发生于 $\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2} = 0$ 处. 将式(4)的 $\sin\varphi_3$ 代入式(9)后, 有一公因子 $\sin\varphi_1$, 因此 $\varphi_1 = 180^\circ$ 处, $\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}$ 为 $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min}$, 它为负值, 但其绝对值却为最大值.

$$\text{当 } \lambda_1 = (\lambda_1)_1, \varphi_1 = 180^\circ \text{ 时, } \varphi_3 = 180^\circ, \left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min} = -\frac{1}{n} + \frac{(1+n)\lambda_1\lambda_2}{n(\lambda_1-1)(\lambda_2-1)} \quad (16)$$

$$\text{当 } \lambda_1 = (\lambda_1)_2, \varphi_1 = 180^\circ \text{ 时, } \varphi_3 = 0^\circ, \left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min} = -\frac{1}{n} + \frac{(1+n)\lambda_1\lambda_2}{n(\lambda_1-1)(\lambda_2+1)} \quad (17)$$

$\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}$ 的极值可借式(9)用一维优化方法求得, 极值时的 φ_1 甚接近于 180° . $\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}$ 的极值与 $\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}$ 的极值相同, 它们都是负值, $\left(\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$ 的绝对值也是最大值.

在图 7 和图 8 中, 分别用虚线画出 $m = m^*$ 时 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 和 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 不同 φ_A 的 $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min} - n$ 曲线; 实线画出 $m = m^*$ 时, $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 和 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 不同 φ_A 的 $\left(\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}\right)_{\min} - n$ 曲线.

由图 7 和图 8 知, $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min}$ 和 $\left(\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$ 的绝对值都随 φ_A 的减小而减小; 它们与 n 的关系为: $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 时, 在 $n = 3.5$ 附近有一最小值; $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 时, 在 $n = 2$ 附近有一最小值. 图 8 和图 7 相比, 相同的 φ_A 和 n , $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的 $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min}$ 和 $\left(\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$ 的绝对值都较 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 的大.

相同的 φ_A 和 n , $\left(\frac{d\varphi_8}{d\varphi_1}\right)_{\min}$ 和 $\left(\frac{d^2\varphi_8}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$ 的绝对值都随 m 值的减小而减小, 仅当 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$, n 接近 $[n]_1$ 时, 有时反会增大, 这是因为其 $\varphi_8 - \varphi_1$ 曲线较图 4 所示曲线增加了波动次数.

给定 φ_A 和 n , 选取 $m = m^*$, 便可从图 7 和图 8 获悉所设计机构的动力性能.

此外, 差动轮系的 n 和导杆机构的 λ 都因机构的结构问题而有所限制. 对 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的导杆机构, 当 n 接近 3 时, 其 λ_1 接近于 1, 它使结构设计增加困难. 为此, 在图 7 和图 8 中, n 值只取 $1.5 \sim 2.75$.

例 2 已知 $\varphi_A = 180^\circ, n = 2$, 给定 $\Delta\varphi_8$ 设计该机构. 若取 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, m = m^*$, 由图 5 查得 $\Delta\varphi_8 = 0.095^\circ$; 若取 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2, m = m^*$, 由图 6 得 $\Delta\varphi_8 = 0.0225^\circ$. 如给定 $\Delta\varphi_8 \leq 0.1^\circ$, 则上述两方案都可以, 但考虑到动力性能, 由图 7 和图 8 知, 宜选用 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$, 其 m^* 值由图 5 查得为 0.65. λ_1 和 λ_2 则可由式(14)和(11)求得; 如给定 $\Delta\varphi_8 \leq 0.025^\circ$, 则只有 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 才能满足, 其 m^* 由图 6 查得为 0.643.

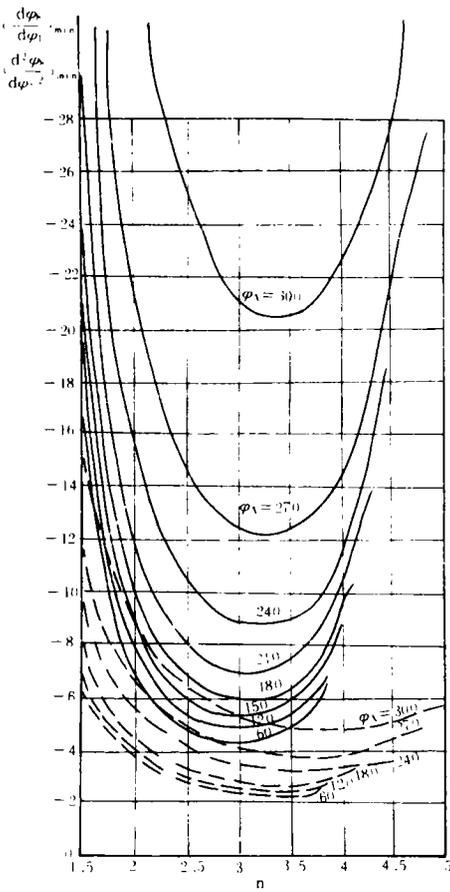


图 7 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1$ 的动力性能线图 ($m = m^*$)

—— 不同 φ_A 的 $\left(\frac{d^2\varphi_k}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$ -n 曲线
 --- 不同 φ_A 的 $\left(\frac{d\varphi_k}{d\varphi_1}\right)_{\min}$ -n 曲线

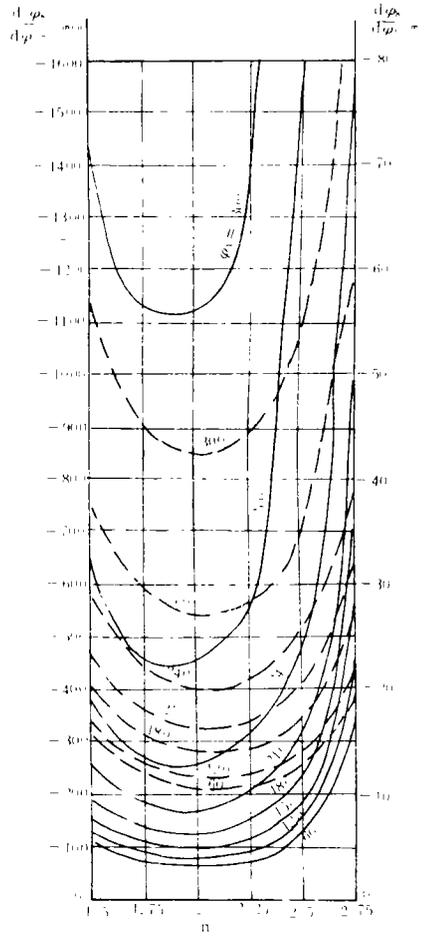


图 8 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2$ 的动力性能线图 ($m = m^*$)

—— 不同 φ_A 的 $\left(\frac{d^2\varphi_k}{d\varphi_1^2}\right)_{\min}$ -n 曲线
 --- 不同 φ_A 的 $\left(\frac{d\varphi_k}{d\varphi_1}\right)_{\min}$ -n 曲线

4 结 论

本机构求解 λ_1 的公式为三次方程式,除去一个增根,再考虑其解是否满足近似停歇的步进运动要求, $[n]_1 \geq n \geq 3$, 仅有一个可行解,此时 $\lambda_1 > 1, \lambda_2 < 1$, 它的附加机构为转动导杆在先、摆动导杆在后的串联机构;对 $n < 3$, 有两个可行解,第一个与 $n \geq 3$ 的相同,第二个的 $\lambda_1 < 1, \lambda_2 > 1$, 它是摆动导杆在先转动导杆在后的串联机构。后一种机构类型是本文在分析的基础上新提出来的,它的近似停歇精度较好,扩大了本机构的应用范围。

停歇精度对近似停歇机构至关重要,除与上述机构类型有关外,还与设计参数 m 有关。本文找出最佳的 m , 使机构停歇精度大大提高。如 $\varphi_A = 90^\circ, n = 2.75$, 采用 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2 < 1$ 的类型,取 $m = m^*$, 则 $\Delta\varphi_k = 0.000131636^\circ$ 。当停歇精度 $\Delta\varphi_k$ 小于运动副中间隙而引起的精

确度时,甚至可用来代替槽轮机构。它与槽轮机构相比,避免了刚性冲击且可无级地满足运动系数的要求。

图5和图6所示的设计线图,不仅便于设计而且可清楚判明本机构的应用范围。如给定 $\Delta\varphi_8 \leq 0.05^\circ$,则在图5和图6中画一条 $\Delta\varphi_8 = 0.05^\circ$ 的水平线,在该线及其下方的 φ_A 和相应的 n 都能满足要求,其值见下表

φ_A	270	240	210	180	150	120	90
$\lambda_1 = (\lambda_1)_1$	4.2 ~ 4.4	3.875 ~ 4.350	3.50 ~ 4.25	2.85 ~ 4.00	1.5 ~ 4.0	1.5 ~ 3.9	1.5 ~ 3.8
$\lambda_1 = (\lambda_1)_2$	2.725 ~ 2.750	2.50 ~ 2.75	2.05 ~ 2.75	1.50 ~ 2.75	1.50 ~ 2.75	1.50 ~ 2.75	1.50 ~ 2.75

注:表中 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, \varphi_A < 90^\circ$ 和 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2, \varphi_A < 120^\circ$ 的 $\Delta\varphi_8-n$ 曲线都因 $\Delta\varphi_8$ 太小,在图5和图6中未画出, n 的范围可分别与 $\varphi_A = 90^\circ$ 和 120° 同。

如给定 $\Delta\varphi_8 \leq 0.05^\circ, \varphi_A = 210^\circ, n = 3$,由上表知无可行的方案(用 $\lambda_1 = (\lambda_1)_1, \Delta\varphi_8 = 0.1^\circ$),但可在 $\lambda_1 = (\lambda_1)_2, \varphi_A = 210^\circ, n = 2$ 的齿轮-导杆机构后串联一对传动比为1.5的定轴齿轮,此时齿轮-导杆机构的 $\Delta\varphi_8$ 由图6查得虽为 0.0525° ,而最后减速齿轮输出的停歇精度将为 $\frac{0.0525^\circ}{1.5} = 0.035^\circ$ 。这里又用了该机构的新类型。

参 考 文 献

- 1 刘政昆. 间歇运动机构. 大连理工大学出版社, 1991
- 2 刘学光, 郭海深. 具有较长停歇时间的齿轮-连杆组合机构的运动综合. 机构科学与技术, 1993, 2
- 3 简明数学手册编写组. 简明数学手册. 上海教育出版社, 1978

Design of the Geared Linkage Mechanism with Long Period Dwell

Lu Yonghou

(Dept. of Mech. Eng.)

Abstract The geared linkage mechanism with long period dwell was studied in the paper. The results show clearly several feasible types of the mechanism. The effective method of improving the dwell precision was established and the feasible range of both dwell angle and fixed carrier train speed ratio of the corresponding epicyclic gear train was indicated therefore, its design is well developed and the application is facilitated.

Key-words Geared linkage mechanism; Intermittent mechanism; Dwell; Motion coefficient; Guide-bar mechanism